
Müllerova metoda hledání kořene polynomu

- Chceme nalézt kořen \tilde{x} polynomu $P(x)$.
- Máme tři body x_1, x_2, x_3 a v nich funkční hodnoty $y_1 = P(x_1)$, $y_2 = P(x_2)$, $y_3 = P(x_3)$. Předpokládáme že bod x_3 je nejbližší řešení.
- Hodnoty y_1, y_2, y_3 proložíme Lagrangeovým interpolačním polynomem

$$L(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3,$$

což lze zapsat jako

$$L(x) = Ax^2 + Bx + C,$$

kde

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1 + \frac{1}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2 + \frac{1}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3, \\ B &= \frac{x_2x_3}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1 + \frac{x_1x_3}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2 + \frac{x_1x_2}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3, \\ C &= \frac{-(x_2+x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1 + \frac{-(x_1+x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2 + \frac{-(x_1+x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3. \end{aligned}$$

- Hledáme kořen původního polynomu $P(x)$ a předpokládáme že leží blízko kořene Lagrangeova polynomu $L(x)$, který $P(x)$ aproximuje, tedy položíme $L(x) = 0$ a řešíme kvadratickou rovnici pro x :

$$x_{a,b} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}.$$

Z kořenů vybereme ten který je blíže k x_3 :

$$\tilde{x} := \begin{cases} x_a & \text{pokud } |x_a - x_3| < |x_b - x_3| \\ x_b & \text{jinak} \end{cases}.$$

- Takto postupujeme iteračně, tedy přiřadíme

$$\begin{aligned} (x, y)_1 &:= (x, y)_2, \\ (x, y)_2 &:= (x, y)_3, \\ (x, y)_3 &:= (\tilde{x}, P(\tilde{x})) \end{aligned}$$

a celý proces opakujeme.