

---

## Příklad na pivoting (výběr hlavního prvku)

---

- **Zadání:** Řešíme soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 10^{-7}x + y &= 1, \\ x + 10^{-3}y &= 0.1 \end{aligned} \quad \text{neboli maticově} \quad \left( \begin{array}{cc|c} 10^{-7} & 1 & 1 \\ 1 & 10^{-3} & 0.1 \end{array} \right).$$

- **Přesné řešení:**

$$\begin{aligned} x &= 0.099\,000\,000\,009\,9 \approx 0.1, \\ y &= 0.999\,999\,999\,010\,0 \approx 1.0. \end{aligned}$$

- **Numerické řešení bez pivotingu:**

Pokud řešíme na 8 desetinných míst (single precision), dostaneme po prvním kroku

$$\left( \begin{array}{cc|c} 10^{-7} & 1 & 1 \\ 0 & 1 - \frac{10^{-7}}{1} 10^{-3} & 1 - \frac{10^{-7}}{1} 0.1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{cc|c} 10^{-7} & 1 & 1 \\ 0 & 1 - 10^{-10} & 1 - 10^{-8} \end{array} \right),$$

což se v dané přesnosti zaokrouhlí na

$$\left( \begin{array}{cc|c} 10^{-7} & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right),$$

a řešení tedy vyjde  $y = 1 \Rightarrow x = 0$ .

- **Numerické řešení s jednoduchým pivotingem:**

Přehodíme řádky matice (tedy přehodíme rovnice soustavy)

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & 10^{-3} & 0.1 \\ 10^{-7} & 1 & 1 \end{array} \right)$$

a opět řešíme s přesností na 8 desetinných míst.

Po prvním kroku máme

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & 10^{-3} & 0.1 \\ 0 & 10^{-3} - \frac{1}{10^{-7}} 1 & 0.1 - \frac{1}{10^{-7}} 1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{cc|c} 1 & 10^{-3} & 0.1 \\ 0 & 10^{-3} - 10^7 & 0.1 - 10^7 \end{array} \right),$$

což se v dané přesnosti zaokrouhlí na

$$\left( \begin{array}{cc|c} 1 & 10^{-3} & 0.1 \\ 0 & -10^7 & -10^7 \end{array} \right),$$

a řešení tedy vyjde  $y = 1 \Rightarrow x = 0.1 - 10^{-3} = 0.099$ .

**To je mnohem přesnější** - díky pivotingu (zde provedenému pouhým přehozením řádků).