

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra fyzikální elektroniky

**Modelování absorpce
laserového záření v plazmatu**

Bakalářská práce

Autor práce: **Jan Velechovský**
Vedoucí: **doc. Ing. Richard Liska, CSc.**
Konzultant: **prof. Ing. Jiří Limpouch, CSc.**
Školní rok: **2008/2009**

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu.

Praha, 7. 7. 2009

Jan Velechovský

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu mé práce doc. Ing. Richardu Liskovi, CSc. za všechny cenné informace získané na početných konzultacích a také za jeho čas věnovaný vedení mých kroků při psaní této práce.

Jan Velechovský

Název práce: **Modelování absorpce laserového záření v plazmatu**
Autor: Jan Velechovský
Obor: Inženýrská informatika
Druh práce: Bakalářská práce
Vedoucí práce: doc. Ing. Richard Liska, CSc.
Katedra fyzikální elektroniky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Konzultant: prof. Ing. Jiří Limpouch, CSc.
Katedra fyzikální elektroniky, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Abstrakt

Práce se zabývá modelováním absorpce laserového záření v plazmatu. Při popisu absorpce uvažujeme nejprve jednoduchý model předpokládající deponování energie záření na ploše definované kritickou hustotou plazmatu. Dále studujeme mechanismus absorpce inverzním brzdným zářením při popisu pole záření stacionárními Maxwellovými rovnicemi. Soustředíme se na praktickou implementaci těchto metod absorpce záření v hydrodynamických modelech na jedno i dvoudimenzionálních Lagrangeovských sítích. Získanými prostředky simulujeme problém interakce intenzivního laserového záření s masivním hliníkovým terčíkem.

Klíčová slova: absorpce, laserové plasma, ALE

Title: **Modelling of laser radiation absorption in plasma**
Author: Jan Velechovský

Abstract

The thesis deals with modelling of laser radiation absorption in plasma. At first we present a simple model assuming deposition of radiation energy on the surface defined by the critical plasma density. Then, we investigate the inverse bremsstrahlung absorption mechanism based on the solution of stationary Maxwell's equations for electromagnetic field of laser. We focus on the practical implementation of these radiation absorption methods in hydrodynamical models on one- and two-dimensional Lagrangian grids. Implemented facilities are used to model the interaction of laser beam with the massive aluminium target.

Keywords: absorption, laser plasma, ALE

Seznam symbolů a zkratek

ACS1	1D model absorpce na kritické ploše
ME1	1D model popsaný stacionárními Maxwellovými rovnicemi
rME1	1D model popsaný SMR se zjemněním sítě
ACS2	2D model absorpce na kritické ploše
ME2	2D model popsaný stacionárními Maxwellovými rovnicemi
rME2	2D model popsaný SMR se zjemněním sítě
...q	značí použití stavové rovnice QEOS místo IP
IP	ideální plyn
QEOS	quotidian equation of state [11]
1h	základní, též první harmonická frekvence jódového laseru (1315nm)
3h	třetí harmonická frekvence jódového laseru (438nm)
\Re, \Im	reálná, resp. imaginární část komplexního čísla
SMR, SME	stacionární Maxwellovy rovnice
PIC	particle-in-cell
1D	one-dimensional
2D	two-dimensional

Obsah

Úvod	1
1 Hydrodynamický model	3
2 Modelování absorpce záření v 1D	7
2.1 Absorpce na kritické ploše	7
2.2 Absorpce popsaná SMR	8
2.2.1 Řešení stacionárních Maxwellových rovnic	9
2.2.2 Komplexní permitivita plasmatu	14
2.2.3 Srážková frekvence	15
2.2.4 Popis algoritmu	16
2.3 Zjemnění výpočetní sítě při řešení SMR	18
2.3.1 Modifikovaný algoritmus	19
3 Modelování absorpce ve 2D	21
3.1 Geometrie simulace	22
3.2 Absorpce na kritické ploše	23
3.2.1 Popis algoritmu	23
3.3 Absorpce popsaná SMR	26
3.3.1 Popis algoritmu	26
4 Numerické testy a výsledky	29
4.1 Parametry simulace	30
4.2 1D hydrodynamický model	30
4.2.1 Vliv rozložení sítě na odrazivost	30
4.2.2 Metoda zjemnění sítě při řešení SMR	32
4.3 2D model absorpce kódu PALE	37
4.3.1 Porovnání modelů absorpce	39
4.4 Vzájemné porovnání 1D a 2D modelů	42
Závěr	45
Literatura	47

Úvod

Numerické modelování fyzikálních procesů je mocným nástrojem moderní fyziky. Přestože matematický aparát vždy popisuje stav a vývoj systému pouze v jistém přiblížení, je ve většině fyzikálních problémů příliš složitý a nalezení analytického řešení je možné pouze pro speciální jednoduché uspořádání, někdy ani to ne. Pro řešení skutečných a mnohdy velice komplexních fyzikálních problémů je nutné navrhnout příslušné numerické postupy a modelovat tyto procesy za použití výpočetní techniky.

V této práci se zabýváme modelováním interakce záření výkonového pulsního laseru s hmotou. Tu v našem případě představuje terčík, který se vlivem absorbované energie záření rychle ohřívá a ze kterého expanduje plasma v koruně proti směru dopadajícího záření. Cílem práce je modelování absorpce energie záření ve vzniklém plasmatu.

Přenos dostatečného množství energie do paliva je klíčovým problémem k zapálení termojaderné fúze v terčíku. Pro slučování jader je třeba překonat potenciální bariéru danou jejich kladným nábojem. Dostatečného přiblížení jader lze docílit zvýšením hustoty a teploty. Pomineme-li možnost zahřátí paliva jaderným výbuchem, jeví se použití množství laserových svazků rovnoměrně ozařujících sféricky symetrický terčík s palivem jako možná alternativa. Zahřátím a následným odpařováním hmoty z povrchu terčíku dochází podle principu akce a reakce k jeho kompresi, stejný princip využívá reaktivní motor tlačící raketu vpřed. Do středu terčíku postupuje rázová vlna, která jej stlačuje, až dojde k termojaderné fúzi. Vzniklé „mikrovýbuchy“ by mohly v budoucnu sloužit jako zdroj energie pro termojadernou elektrárnu.

Pro simulaci terčíku a vývoje expandující plasmové korony využíváme vhodné hydrodynamické modely. Jedná se jednak o 1D jednodukapalinový dvouteplotní model v Lagrangeovských souřadnicích [4]. Ve 2D používáme jednodukapalinový jednoteplotní kód PALE [12] kombinující Lagrangeovský a Eulerovský přístup na logicky ortogonální čtyřúhelníkové síti.

V 1D popíšeme jednoduchou metodu absorpce předpokládající absorpci na kritické ploše a metodu založenou na dopadající a odražené elektromagnetické vlně [13]. Druhý zmíněný model předpokládá útlum pole laseru popsany stacionárními Maxwellovými rovnicemi. Tento model implementujeme a zároveň navrhujeme a implementujeme jeho zobecnění do 2D kódu PALE. Předpokládáme přitom, že se paprsky záření neohýbají a šíří se po přímkách. Za těchto předpokladů rovněž navrhujeme a implementujeme 2D metodu absorpce záření na kritické ploše.

Nyní popíšeme podrobněji obsah práce. V první kapitole je uveden matematický model popisující vývoj sledované simulace. Základ tvoří Eulerovy rovnice, v nichž vystupuje divergence intenzity laseru jako zdrojový člen. Je zde nastíněno jejich numerické řešení.

Druhá kapitola je věnována fyzikálnímu modelu interakce záření s hmotou a popisu metody řešení absorpce v 1D. Je zde popsána jak metoda absorpce na kritické ploše, tak i metoda popisující pomocí stacionárních Maxwellových rovnic útlum intenzity laseru v plazmatu. Při této metodě je hlavním mechanismem absorpce inverzní brzdné záření, tedy Coulombovská interakce rozkmitaných elektronů s ionty popsitelná jejich srážkovou frekvencí. Jsou zde rovněž popsány algoritmy absorpce, včetně jisté modifikace původního postupu.

Třetí kapitola shrnuje metody absorpce ve 2D, je přitom soustředěna na hledání postupu převedení 2D modelu na předchozí případ. Jsou zde prezentovány příslušné algoritmy jak absorpce na kritické ploše, tak i absorpce popsané stacionárními Maxwellovými rovnicemi.

V poslední kapitole jsou všechny metody testovány pro případ interakce s masivním hliníkovým terčikem. Jednotlivé metody absorpce jsou porovnávány mezi sebou. Dále je porovnáván 1D Lagrangeovský model s 2D kódem PALE. Parametry simulací jsou nastaveny tak, aby odpovídaly reálným pokusům prováděným na společném pracovišti PALS¹ Fyzikálního ústavu Akademie věd České republiky a Ústavu fyziky plazmatu AV ČR.

¹Prague Asterix Laser System

Kapitola 1

Hydrodynamický model

Základem matematického modelu hydrodynamického popisu plazmatu je v našem případě soustava Eulerových parciálních diferenciálních rovnic – zákonů zachování v Lagrangeovských souřadnicích doplněných o tepelnou vodivost a absorpci laseru [9]

$$\begin{aligned}\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{u} &= 0 \\ \rho \frac{d\vec{u}}{dt} + \operatorname{grad} p &= 0 & \frac{d\vec{x}}{dt} &= \vec{u} \\ \rho \frac{d\epsilon}{dt} + p \operatorname{div} \vec{u} &= -\operatorname{div} \vec{I} + \operatorname{div}(\kappa \operatorname{grad} T),\end{aligned}\tag{1.1}$$

kde ρ značí hustotu, \vec{u} rychlost, p tlak, $\epsilon = E/\rho - \vec{u}^2/2$ vnitřní energii na jednotku hmoty, E celkovou energii na jednotku objemu, T teplotu, κ tepelnou vodivost, \vec{I} intenzitu laseru. Derivace $\frac{d}{dt}$ podél trajektorie přitom obsahuje advektivní člen, tedy

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \operatorname{grad}.$$

Naznačíme si zde jejich řešení v 1D. Za Lagrangeovskou souřadnici zvolíme hmotnostní souřadnici S , definovanou

$$S(x, t) = \int_{x_0}^x \rho(x', t) dx'.$$

Soustava Eulerových rovnic přejde pro hmotnostní souřadnici při zjednodušeném značení derivací dolními indexy na tvar

$$\eta_t = u_S \tag{1.2}$$

$$u_t = -p_S \tag{1.3}$$

$$\epsilon_t = -pu_S - W_S - I_S, \tag{1.4}$$

kde $\eta = 1/\rho$, $W = -\kappa \operatorname{grad} T$ představuje tok tepla a I intenzitu laseru. Rovnice (1.2) představuje zákon zachování hmotnosti, rovnice (1.3) zákon zachování hybnosti

a rovnice (1.4) zákon zachování energie. Tyto rovnice se řeší metodou rozkladu, tj. rozkladem na dvě části. První část tvoří hyperbolický systém rovnic popisující hydrodynamiku a absorpci laseru. V rovnici zákona zachování energie (1.4) se neuvažuje člen vedení tepla W_S . Hydrodynamické rovnice budou tedy

$$\eta_t = u_S \quad (1.5)$$

$$u_t = -p_S \quad (1.6)$$

$$\epsilon_t = -pu_S - I_S. \quad (1.7)$$

Druhou část tvoří zbytek soustavy, tedy parabolická rovnice vedení tepla

$$\epsilon_t = -W_S, \quad (1.8)$$

kde W je dáno

$$W = -\kappa(T)T_x. \quad (1.9)$$

K řešení obou částí soustavy vzniklé rozkladem je použita metoda konečných diferencí. V každém časovém kroku uděláme nejdříve hydrodynamický časový krok o Δt . Řešíme diferenční schémata rovnic (1.5 – 1.7). Po hydrodynamickém časovém kroku dostaneme z $(\eta^n, u^n, \epsilon^n)$ hodnoty $(\eta^*, u^*, \epsilon^*)$. Horní index n odpovídá časové proměnné. V druhé fázi pak uděláme krok vedení tepla opět o Δt . Řešíme diferenční schémata rovnic (1.8 a 1.9). Vyjdeme z hodnot energie, resp. teploty spočtených hydrodynamickým krokem, tj. $\epsilon^*(T^*)$ a dostaneme hodnoty na další časové rovině $\epsilon^{n+1}(T^{n+1})$. Dále vezmeme $\eta^{n+1} = \eta^*$ a $u^{n+1} = u^*$. Je důležité si uvědomit, že jsme sice udělali dva časové kroky o Δt , první byl hydrodynamický krok, druhý krok vedení tepla. Ve skutečnosti jsme se ale neposunuli v čase o $2\Delta t$ ale jen o Δt .

Používáme tzv. „staggered“ diskretizaci. Interval, na kterém budeme hledat řešení rovnic, rozdělíme na $J - 1$ buněk. Hraničním bodům mezi buňkami budeme říkat uzly. Uzlů máme tedy J . Vektorové veličiny, například rychlost, tepelný tok a intenzita záření budou dány v uzlech. Skalární veličiny, tedy vnitřní energie, teplota, tlak, hmotnost, hustota a některé další veličiny budou zadány v buňkách. Pro řešení hydrodynamických rovnic (1.5 – 1.7) používáme schémata převzatá z [8], přitom se v Lagrangeovských souřadnicích zachovává hmotnost každé buňky, a nemusíme tedy rovnici zákona zachování hmotnosti (1.5) řešit diferenčním schématem. Stačí po každém hydrodynamickém kroku spočítat z nových objemů buněk novou hustotu [4].

Tímto ukončíme popis metody řešení Eulerových rovnic a pro konkrétní tvar použitých diferenčních schémat v jednodimenzionálním případě odkážeme například na práce [4, 8]. Nadále se budeme zabývat pouze výpočtem zdrojového členu $\text{div } \vec{I}$ v rovnici (1.1). Tento výpočet bude probíhat v každém časovém kroku Δt nezávisle. Vyjdeme tedy z okamžitých hodnot teploty, hustoty a ionizace a podle použitého fyzikálního modelu určíme průběh intenzity záření laseru na výpočetní síti. Jelikož se nadále budeme pohybovat na sítích s konstantními hodnotami parametrů v buňkách o objemu V_c , můžeme použít následující aproximaci bezprostředně plynoucí z Gaussovy věty

$$\text{div } \vec{I} \approx \frac{1}{V_c} \oint_{\partial V} \vec{I} \cdot \vec{n} \, dl. \quad (1.10)$$

Pro jednorozměrný případ, tedy pro řešení na prostoru po částech konstantních parametrech se skoky v bodech (uzlech) dostáváme

$$\operatorname{div} \vec{I} \approx \frac{I_{j+1} - I_j}{x_{j+1} - x_j}, \quad (1.11)$$

kde I_j představuje intenzitu záření v uzlu j . Pro dvourozměrný případ na čtyřúhelníkové síti pro délku k -té hrany buňky l_k pak

$$\operatorname{div} \vec{I} \approx \frac{1}{V_c} \sum_{k=1}^4 \vec{I}_k \cdot \vec{n}_k |l_k|, \quad (1.12)$$

kde V_c značí objem buňky, \vec{I}_k intenzitu na k -té hraně a \vec{n}_k normálu této hrany.

Kapitola 2

Modelování absorpce záření v 1D

Problém absorpce záření jsme v předchozí kapitole přeformulovali na hledání intenzit záření na hranách buněk (1.11, 1.12), v jednorozměrném případě se tedy jedná o hledání intenzit v uzlech sítě. V této kapitole si nejprve představíme jednoduchý model absorpce na kritické ploše, dále si odvodíme model absorpce popsany stacionárními Maxwellovými rovnicemi a popíšeme si příslušný algoritmus. Na závěr navrhne jisté vylepšení tohoto modelu, vhodné zvláště pro jeho rozšíření do 2D.

2.1 Absorpce na kritické ploše

Nejjednodušší model vychází ze znalosti šíření elektromagnetického pole o úhlové frekvenci ω plasmatem popsany disperzním vztahem

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2, \quad (2.1)$$

kde c je fázová rychlost světla, \vec{k} vlnový vektor a ω_p plasmová frekvence, tedy frekvence elektrostatických oscilací elektronů ve studeném plasmatu. Pro plasma s hustotou elektronů n_e hmotnosti m_e o náboji e použijeme vztah¹ [3]

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}} \quad [s^{-1}]. \quad (2.2)$$

Rovnice (2.1) nám určuje jistou kritickou frekvenci ω_k , tedy úhlovou frekvenci pro kterou se $\omega = \omega_p \rightarrow \vec{k} = 0$ a tudíž se pole plasmatem nemůže šířit. Jelikož je plasmová frekvence ω_p závislá na počtu volných elektronů n_e a tím i na hustotě ρ plasmatu, můžeme uvažovat, že pro pevnou frekvenci se elektromagnetické pole v plasmatu šíří pouze pro hustotu plasmatu nižší (tuto budeme nazývat podkritickou)

¹V hranatých závorkách uvádíme fyzikální rozměr dané veličiny, „-“ značí bezrozměrnou veličinu.

než je jistá hraniční hustota ρ_c , daná rovností $\omega = \omega_p$. Uvážením $\omega = 2\pi f = 2\pi c/\lambda$, kde f je frekvence, c rychlost a λ vlnová délka světla ve vakuu dostáváme rovnost

$$\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^2 = \frac{4\pi e^2 n_e^c}{m_e}$$

definující kritickou hustotu volných elektronů n_e^c , tedy

$$n_e^c = \frac{m_e \pi c^2}{e^2 \lambda^2} \quad [cm^{-3}]. \quad (2.3)$$

Užitím vztahu $n_e = Z n_i = Z \frac{\rho}{A m_p}$ mezi hustotou volných elektronů n_e , tj. počtem elektronů na jednotku objemu, „hmotnostní“ hustotou ρ , hustotou iontů n_i , hmotností protonu m_p , ionizací Z a atomovým číslem A můžeme vztah pro kritickou hustotu volných elektronů přepsat pro kritickou „hmotnostní“ hustotu ρ_c

$$\rho_c = \frac{m_p m_e \pi c^2}{e^2} \frac{A}{Z \lambda^2} [g \cdot cm^{-3}], \quad (2.4)$$

kde m_p je hmotnost protonu, m_e elektronu, c rychlost světla ve vakuu, e náboj elektronu, A atomové číslo, Z ionizace a λ vlnová délka dopadajícího záření.

Z výše uvedené úvahy vychází model založený na absorpci jisté části energie záření na kritické ploše. Pokládáme tedy

$$I_j = \begin{cases} a_c I_l & \text{pro oblast, kde laser prochází podkritickým plasmatem} \\ 0 & \text{jinde,} \end{cases}$$

přítom I_j značí hodnotu intenzity laseru v uzlu j , I_l intenzitu laseru vstupujícího do plasmatu a a_c koeficient absorpce udávající podíl mezi absorbovaným a odraženým zářením. Typické hodnoty jsou $a_c = 0.5$ pro vlnovou délku laseru $1315nm$ a 0.75 pro $438nm$ pro hliník za dané energie záření a délky trvání pulzu [14].

2.2 Absorpce popsaná stacionárními Maxwellovými rovnicemi

V následující části se pokusíme najít přesnější popis šíření elektromagnetického pole plasmatem. Klíčovými body přitom bude určení permitivity plasmatu, kde při splnění kritéria plynoucího z PIC² simulací [1]

$$I_{lm} \lambda^2 < 10^{17} (W/cm^2) \mu m^2 \quad (2.5)$$

můžeme pro maximální intenzitu laseru I_{lm} o vlnové délce λ zanedbat relativistické či bezsrážkové mechanismy absorpce záření a uvažovat pouze absorpci popsanou srážkovou frekvencí ν_{ei} . Dalším bodem bude tedy nalezení vhodného vzorce pro aproximaci srážkové frekvence.

Vyjdeme z Maxwellových rovnic, nalezneme jejich řešení na síti s konstantními hodnotami parametrů uvnitř buněk a se skoky v uzlech a zkonstruujeme algoritmus pro implementaci této metody.

²Particle-in-cell – částicové simulace

2.2.1 Řešení stacionárních Maxwellových rovnic

Nejprve si napíšeme Maxwellovy rovnice, konkrétně Faradayův a Ampérův zákon společně s materiálovými vztahy, kde uvažujeme komplexní skalární permitivitu ϵ a permeabilitu $\mu = 1$, což je v případě plasmatu běžné přiblížení

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= 0 & \vec{H} &= \vec{B} \\ \operatorname{rot} \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= 0 & \vec{D} &= \epsilon \vec{E}. \end{aligned}$$

Předpokládáme rovinnou vlnu šířící se ve směru osy z s následující orientací vektorů elektrického a magnetického pole

$$\vec{E} = (E_x, 0, 0), \vec{H} = (0, H_y, 0), \frac{\partial}{\partial x} = 0, \frac{\partial}{\partial y} = 0,$$

přítom Maxwellovy rovnice přejdou na tvar

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} = 0 \quad (2.6)$$

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0. \quad (2.7)$$

Uvažujme nyní časově harmonicky proměnné elektrické a magnetické pole dopadajícího záření o úhlové frekvenci ω , tedy

$$E_x = E(z)e^{-i\omega t}, H_y = H(z)e^{-i\omega t}.$$

Dosazením tohoto tvaru polí E_x a H_y do (2.6) a (2.7) a provedením derivací získáme

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial z} &= i \frac{\omega}{c} H \rightarrow H = -i \frac{c}{\omega} \frac{\partial E}{\partial z} \\ -i \frac{c}{\omega} \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} &= i \frac{\omega}{c} \epsilon E \\ \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} &= -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon E. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Předpokládáme řešení vlnové rovnice ve tvaru $E = E_0 e^{\lambda z}$. Jeho dosazením do (2.8) po provedení příslušných partiálních derivací získáme konkrétní tvar koeficientů λ a tím i řešení naší vlnové rovnice

$$\lambda^2 = -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \rightarrow \lambda_{1,2} = \pm i \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon}.$$

Dále pro jednoduchost zápisu zavedeme nová označení pro dopadající vlnu $P = P_0 e^{-ikz} = P_0 e^{-i \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} z}$, vlnu odraženou $R = R_0 e^{ikz} = R_0 e^{i \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} z}$ a koeficient odrazu

$V = \frac{R}{P} = V_0 e^{2i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}z}$. Také si odpustíme psaní indexů u polí záření, tedy $E \equiv E_x$, $H \equiv H_y$.

Díky zavedenému značení můžeme složky elektrického a magnetického pole přepsat následujícím způsobem

$$\begin{aligned} E &= P + R = P_0 e^{-i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}z} + R_0 e^{i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}z}, \\ H &= -i\frac{c}{\omega} \frac{\partial E}{\partial z} = -i\frac{c}{\omega} \left(-i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}P + i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}R \right) = \sqrt{\epsilon}(-P + R), \\ \frac{\partial H}{\partial z} &= \sqrt{\epsilon} \left(i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}P + i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}R \right) = i\frac{\omega}{c}\epsilon(P + R) = i\frac{\omega}{c}\epsilon E. \end{aligned}$$

Připomeňme zavedená značení

$$\begin{aligned} E &= R + P \\ H &= \sqrt{\epsilon}(R - P) \\ V &= \frac{R}{P}, R = VP. \end{aligned}$$

Jak už jsme zmínili, našim úkolem je určit intenzitu záření v uzlech sítě. Intenzitu záření, tedy hustotu toku energie, často také nazývanou Poyntingův vektor, se pokusíme vyjádřit pomocí dopadající vlny P a koeficientu odrazu V . U harmonicky závislých vlnových procesů lze střední hodnotu Poyntingova vektoru \vec{S} vyjádřit ve tvaru [7]

$$\vec{S} = \frac{c}{8\pi} \frac{1}{2} \left(\vec{E} \times \vec{H}^* + \vec{E}^* \times \vec{H} \right),$$

kde * značí komplexně sdruženou hodnotu. Po dosazení předpokládaného tvaru polí $\vec{E} = (E, 0, 0)$, $\vec{H} = (0, H, 0)$, $\vec{E} \times \vec{H} = (0, 0, EH)$ a po několika jednoduchých úpravách dostáváme

$$\begin{aligned} S_z &= \frac{c}{8\pi} \frac{1}{2} (EH^* + E^*H) = \\ &= \frac{c}{8\pi} \frac{1}{2} [(R+P)\sqrt{\epsilon}^*(R^*-P^*) + (R^*+P^*)\sqrt{\epsilon}(R-P)] = \\ &= \frac{c}{8\pi} \frac{1}{2} [(|R|^2 - |P|^2)\sqrt{\epsilon}^* + (PR^* - RP^*)\sqrt{\epsilon}^* + \\ &\quad + (|R|^2 - |P|^2)\sqrt{\epsilon} + (RP^* - PR^*)\sqrt{\epsilon}] = \\ &= \frac{c}{8\pi} \frac{1}{2} [(|R|^2 - |P|^2)(\sqrt{\epsilon} + \sqrt{\epsilon}^*) + (RP^* - PR^*)(\sqrt{\epsilon} - \sqrt{\epsilon}^*)]. \end{aligned}$$

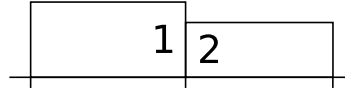
Užitím vztahů $z + z^* = 2\Re(z)$, $z - z^* = 2\Im(z)$ a $zz^* = |z|^2 \forall z \in \mathbb{C}$, kde * značí komplexní združení, \Re reálnou a \Im imaginární část komplexního čísla, a zavedením $n = \Re(\sqrt{\epsilon})$ a $\chi = \Im(\sqrt{\epsilon})$ přepíšeme složku z střední hodnoty Poyntingova vektoru na

požadovaný tvar, tedy vyjádřenou pomocí dopadající vlny P a koeficientu odrazu V

$$\begin{aligned}
S_z &= \frac{c}{8\pi} \frac{1}{2} [2(|R|^2 - |P|^2) \Re(\sqrt{\epsilon}) + 2i\Im(\sqrt{\epsilon})(VPP^* - PV^*P^*)] = \\
&= \frac{c}{8\pi} [(|R|^2 - |P|^2) \Re(\sqrt{\epsilon}) + i\Im(\sqrt{\epsilon})|P|^2(V - V^*)] = \\
&= \frac{c}{8\pi} [|P|^2(|V|^2 - 1) \Re(\sqrt{\epsilon}) - 2\Im(\sqrt{\epsilon})|P|^2\Im(V)] = \\
&= \frac{c}{8\pi} |P|^2 [\Re(\sqrt{\epsilon})(|V|^2 - 1) - 2\Im(\sqrt{\epsilon})\Im(V)] = \\
&= \frac{c}{8\pi} |P|^2 [n(|V|^2 - 1) - 2\chi\Im(V)]. \tag{2.9}
\end{aligned}$$

Máme tedy připraveno vyjádření intenzity, zbývá určit vývoj koeficientu odrazu V a dopadajícího pole P . Využijeme k tomu spojitosti tečných složek E a B na rozhraní (v našem případě v uzlech). Připomeňme opět zavedené značení $E = R + P$, $H = \sqrt{\epsilon}(R - P)$, $R = VP$ a také to, že se pohybujeme na výpočetní síti s konstantními hodnotami skalárních parametrů plasmatu uvnitř buněk (intervalů). V tomto po částech konstantním prostředí řešíme vývoj intenzity, zajímá nás tedy jak skok koeficientu odrazu V a dopadajícího pole P na rozhraní, tak jejich vývoj v buňkách.

Uvažujme prostředí 1 a 2 a označme si hodnoty v prvním prostředí $P_1, R_1, V_1, \epsilon_1$ a ve druhém $P_2, R_2, V_2, \epsilon_2$. Ze spojitosti polí E a H na rozhraní tedy dostaneme rovnice pro skok koeficientu odrazu V na rozhraní 1|2



Obrázek 2.1: Symbolické znázornění buněk sítě.

$$\begin{aligned}
P_1 + R_1 &= P_2 + R_2 \\
P_1(V_1 + 1) &= P_2(V_2 + 1) \rightarrow P_2 = P_1 \frac{V_1 + 1}{V_2 + 1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sqrt{\epsilon_1}(R_1 - P_1) &= \sqrt{\epsilon_2}(R_2 - P_2) \\
\sqrt{\epsilon_1}P_1(V_1 - 1) &= \sqrt{\epsilon_2}P_2(V_2 - 1) \\
\sqrt{\epsilon_1}(V_1 - 1) &= \sqrt{\epsilon_2} \frac{V_1 + 1}{V_2 + 1} (V_2 - 1).
\end{aligned}$$

Označme $\epsilon_{12} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ a vyjádřeme V_2 pomocí V_1

$$\begin{aligned}
\sqrt{\epsilon_{12}}(V_1 - 1)(V_2 + 1) &= (V_1 + 1)(V_2 - 1) \\
\sqrt{\epsilon_{12}}(V_1 - 1)V_2 - V_2(V_1 + 1) &= -V_1 - 1 - \sqrt{\epsilon_{12}}(V_1 - 1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_2 &= \frac{-V_1 - 1 - \sqrt{\epsilon_{12}}(V_1 - 1)}{-V_1 - 1 + \sqrt{\epsilon_{12}}(V_1 - 1)} \\
V_2 &= \frac{1 - \sqrt{\epsilon_{12}} + V_1(1 + \sqrt{\epsilon_{12}})}{1 + \sqrt{\epsilon_{12}} + V_1(1 - \sqrt{\epsilon_{12}})}. \tag{2.10}
\end{aligned}$$

Pro úplnost si ještě vyjádříme naopak V_1 pomocí V_2

$$\sqrt{\epsilon_{12}}(V_2 + 1)V_1 - (V_2 - 1)V_1 = V_2 - 1 + \sqrt{\epsilon_{12}}(V_2 + 1)$$

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{V_2 - 1 + \sqrt{\epsilon_{12}}(V_2 + 1)}{1 - V_2 + \sqrt{\epsilon_{12}}(V_2 + 1)} \\
V_1 &= \frac{-1 + \sqrt{\epsilon_{12}} + V_2(1 + \sqrt{\epsilon_{12}})}{1 + \sqrt{\epsilon_{12}} - V_2(1 - \sqrt{\epsilon_{12}})}.
\end{aligned}$$

Máme tedy vyjádřen skok koeficientu odrazu V na rozhraní 1|2 a obdobně budeme postupovat i při vyjádření skoku dopadajícího záření P , přesněji řečeno si vyjádříme $A = \frac{c}{8\pi}|P|^2$, což není nic jiného než přeškálovaný kvadrát velikosti P . Opět připomeňme $E = R + P$, $H = \sqrt{\epsilon}(R - P)$, $R = VP$. Označení prostředí zavedme obdobně jako pro skok V , tedy $P_1, R_1, V_1, \epsilon_1, A_1$ pro jedno a $P_2, R_2, V_2, \epsilon_2, A_2$ pro druhé prostředí. Ze spojitosti E na rozhraní dostaneme rovnice pro skok A na rozhraní 1|2

$$P_1 + R_1 = P_2 + R_2$$

$$P_1(V_1 + 1) = P_2(V_2 + 1), \quad V_1 = \frac{-1 + \sqrt{\epsilon_{12}} + V_2(1 + \sqrt{\epsilon_{12}})}{1 + \sqrt{\epsilon_{12}} - V_2(1 - \sqrt{\epsilon_{12}})}$$

$$P_1 \frac{-1 + \sqrt{\epsilon_{12}} + V_2(1 + \sqrt{\epsilon_{12}}) + 1 + \sqrt{\epsilon_{12}} - V_2(1 - \sqrt{\epsilon_{12}})}{1 + \sqrt{\epsilon_{12}} - V_2(1 - \sqrt{\epsilon_{12}})} = P_2(V_2 + 1)$$

$$P_1 \frac{2\sqrt{\epsilon_{12}} + 2V_2\sqrt{\epsilon_{12}}}{1 + \sqrt{\epsilon_{12}} - V_2(1 - \sqrt{\epsilon_{12}})} = P_2(V_2 + 1)$$

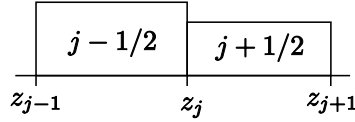
$$P_1 = \frac{P_2}{2\sqrt{\epsilon_{12}}}(1 + \sqrt{\epsilon_{12}} - V_2(1 - \sqrt{\epsilon_{12}})).$$

Máme připraveno vyjádření dopadající vlny P_1 pomocí P_2 . K vyjádření $A = \frac{c}{8\pi}PP^*$ potřebujeme ještě P^* komplexně sdružené, které dostaneme obdobně jako P . V poslední rovnici převedeme $\epsilon_{12} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ do jmenovatele jako ϵ_{21} a pokračujeme v úpravách, až získáme vyjádření pro A

$$\begin{aligned}
P_1 &= \frac{P_2}{2}(1 + \sqrt{\epsilon_{21}} + V_2(1 - \sqrt{\epsilon_{21}})) \\
P_1^* &= \frac{P_2^*}{2}(1 + \sqrt{\epsilon_{21}^*} + V_2^*(1 - \sqrt{\epsilon_{21}^*}))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{A_2}{4} [(1 + \sqrt{\epsilon_{21}})(1 + \sqrt{\epsilon_{21}^*}) + V_2 V_2^* (1 - \sqrt{\epsilon_{21}})(1 - \sqrt{\epsilon_{21}^*}) + \\
&\quad + V_2 (1 - \sqrt{\epsilon_{21}})(1 + \sqrt{\epsilon_{21}^*}) + V_2^* (1 - \sqrt{\epsilon_{21}^*})(1 + \sqrt{\epsilon_{21}})] = \\
&= \frac{A_2}{4} [1 + |\epsilon_{21}| + \sqrt{\epsilon_{21}^*} + \sqrt{\epsilon_{21}} + |V_2|^2 (1 + |\epsilon_{21}| - \sqrt{\epsilon_{21}} - \sqrt{\epsilon_{21}^*}) + \\
&\quad + V_2 (1 - |\epsilon_{21}| + \sqrt{\epsilon_{21}^*} - \sqrt{\epsilon_{21}}) + V_2^* (1 - |\epsilon_{21}| + \sqrt{\epsilon_{21}} - \sqrt{\epsilon_{21}^*})] = \\
&= \frac{A_2}{4} [(1 + |\epsilon_{21}|) (1 + |V_2|^2) + 2\Re(\sqrt{\epsilon_{21}}) (1 - |V_2|^2) + \\
&\quad + (1 - |\epsilon_{21}|)(V_2 + V_2^*) + 2\Im(\sqrt{\epsilon_{21}})(V_2^* - V_2)] = \\
&= \frac{A_2}{4} [(1 + |\epsilon_{21}|) (1 + |V_2|^2) + 2\Re(\sqrt{\epsilon_{21}}) (1 - |V_2|^2) + \\
&\quad + 2(1 - |\epsilon_{21}|)\Re(V_2) + 4\Im(V_2)\Im(\sqrt{\epsilon_{21}})] . \tag{2.11}
\end{aligned}$$

Nyní již známe skoky koeficientu odrazu V a dopadající vlny P v uzlech. Konečně zbývá doplnit jejich vývoj v buňkách a poté již budeme schopni sledovat vývoj intenzity na definované síti.



Obrázek 2.2: Značení buněk a uzlů sítě.

Označme $V_{j-1/2}(z_j)$ levostrannou hodnotu koeficientu odrazu V v uzlu j a vyjádřeme si jí pomocí hodnoty v uzlu $j - 1$

$$V_{j-1/2}(z_{j-1}) = V_0 e^{2i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}z_{j-1}} \rightarrow V_0 = V_{j-1/2}(z_{j-1}) e^{-2i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}z_{j-1}}$$

$$V_{j-1/2}(z_j) = V_0 e^{2i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}z_j} = V_{j-1/2}(z_{j-1}) e^{2i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon}(z_j - z_{j-1})} . \tag{2.12}$$

Obdobně vyjádříme pravostrannou hodnotu $A_{j+1/2}(z_j)$ v uzlu j pomocí hodnoty v uzlu $j + 1$. Připomeňme $A = \frac{c}{8\pi} P P^* = \frac{c}{8\pi} |P|^2 = \frac{c}{8\pi} P_0^2 e^{2\frac{\omega}{c}\chi z}$

$$A_{j+1/2}(z_j) = \frac{c}{8\pi} P_0^2 e^{2\frac{\omega}{c}\chi z_j}$$

$$A_{j+1/2}(z_{j+1}) = \frac{c}{8\pi} P_0^2 e^{2\frac{\omega}{c}\chi z_{j+1}} \rightarrow \frac{c}{8\pi} P_0^2 = A_{j+1/2}(z_{j+1}) e^{-2\frac{\omega}{c}\chi z_{j+1}}$$

$$A_{j+1/2}(z_j) = A_{j+1/2}(z_{j+1}) e^{2\frac{\omega}{c}\chi(z_j - z_{j+1})} . \tag{2.13}$$

Nalezením jak vývoje koeficientu V a A v buňkách, tak jejich skoky v uzlech jsme završili řešení stacionárních Maxwellových rovnic pro naše prostředí s po částech konstantními hodnotami parametrů v buňkách, neboť z nich jsme již uvážením vzorce (2.9) schopni určit intenzitu záření v uzlech.

2.2.2 Komplexní permitivita plasmatu

Nyní si odvodíme permitivitu plasmatu ϵ vystupující v předchozích rovnicích. Předpokládejme absorpci záření v plasmatu popsanou srážkovou frekvencí elektronů s ionty ν_{ei} . Pohyb elektronu hmotnosti m_e pod vlivem elektrické složky záření v plasmatu bude popsán následující pohybovou rovnicí

$$m_e \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m_e \nu_{ei} \frac{d\vec{r}}{dt} = e \vec{E}_0 e^{-i\omega t}.$$

Dosazením předpokládaného řešení $\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-i\omega t}$ a zavedením značení $\vec{E}_0 e^{-i\omega t} \equiv \vec{E}$ dostaneme řešení

$$\begin{aligned} -\omega^2 m_e \vec{r} - i\omega m_e \nu_{ei} \vec{r} &= e \vec{E} \\ \vec{r} &= -\frac{e \vec{E}}{\omega m_e (\omega + i\nu_{ei})}. \end{aligned}$$

Tento pohyb elektronů o hustotě n_e a náboji e způsobí polarizaci \vec{P} prostředí

$$\vec{P} = n_e e \vec{r}.$$

Po dosazení za \vec{r} a zavedením plasmové frekvence³ $\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$ získáváme výraz pro polarizaci

$$\vec{P} = -\frac{\omega_p^2 \epsilon_0 \vec{E}}{\omega(\omega + i\nu_{ei})}. \quad (2.14)$$

Odsud již můžeme určit dosazením za \vec{P} z (2.14) vektor elektrické indukce \vec{D}

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{D} &= \epsilon_0 \underbrace{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu_{ei})}\right)}_{\epsilon_r} \vec{E}. \end{aligned}$$

Uvážením vztahu $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ získáváme hledaný vztah pro komplexní permitivitu ϵ , přičemž námi odvozený vztah se shoduje s klasickou literaturou [5].

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu_{ei})} \\ \epsilon &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu_{ei}^2} + i \frac{\nu_{ei}}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu_{ei}^2} [-], \end{aligned} \quad (2.15)$$

reálná a imaginární část odmocniny $\sqrt{\epsilon} = n + i\chi$ definují index lomu $n = \Re(\sqrt{\epsilon}) > 0$, resp. útlum $\chi = \Im(\sqrt{\epsilon}) > 0$.

³Pro odvození zde používáme u nás obvyklejší soustavu jednotek SI, proto odlišnost od (2.2) a také jistá nedůslednost v rozlišení ϵ a ϵ_r .

2.2.3 Srážková frekvence

Jak vidíme, vzorec pro permitivitu ϵ v sobě obsahuje srážkovou frekvenci elektronů s ionty ν_{ei} . Využijeme níže uvedené přiblížení převzaté z [1].

Pro horké plasma použijeme Spitzerovu formuli pro srážkovou frekvenci Coulombovských srážek [10] elektronů s ionty, tedy pro vzájemnou interakci částic popsanou Coulombovým zákonem danou

$$\nu_{Spitzer} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2\pi} Z^2 e^4 n_i \ln \Lambda}{\sqrt{m_e} (k_B T_e)^{3/2}},$$

kde $n_e = Z n_i$ představuje elektronovou hustotu, Z ionizaci, $n_i = \frac{\rho}{A m_p}$ iontovou hustotu, ρ hustotu, A atomové číslo, e náboj elektronu, m_e hmotnost elektronu, k_B Boltzmannovu konstantu, T_e elektronovou teplotu a $\ln \Lambda$ značí Coulombův logaritmus.

Pro jeho určení používáme aproximační vzorec

$$\ln \Lambda = \max[2, \ln \sqrt{b_{max}^2 / b_{min}^2}],$$

kde $b_{max} = (k_B T_e / m_e)^{1/2} / \max[\omega_p, \omega]$ a $b_{min} = \max[Z e^2 / k_B T_e, \hbar / (k_B T_e / m_e)^{1/2}]$, \hbar značí redukovanou Planckovu konstantu, ω_p plasmovou frekvenci a ω frekvenci laserového záření.

Naopak pro studenou pevnou fázi pokládáme

$$\nu_{el-photon} = 2 k_s \frac{e^2 k_B T_i}{\hbar^2 v_F},$$

kde k_B značí Boltzmannovu konstantu, T_i iontovou teplotu a v_F Fermiho rychlost určenou jako

$$v_F = \frac{\hbar (3\pi^2 n_e)^{1/3}}{m_e}.$$

Hodnotu konstanty k_s s ohledem na odrazivost pevné fáze hliníku $R = 0.92$ klademe $k_s = 9.4$ [1].

Tyto hodnoty na sebe navážeme pomocí harmonického průměru a navíc přidáme omezení, aby střední volná dráha elektronů λ_e nebyla menší než meziatomové vzdálenosti. Dostáváme tedy výsledný vztah pro srážkovou frekvenci

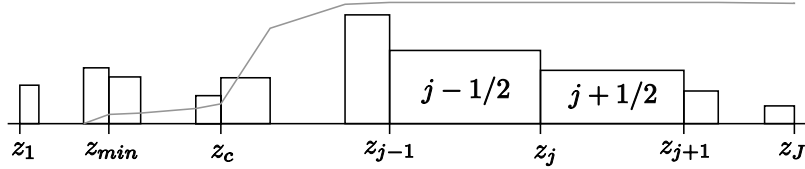
$$\nu_{ei} = \min \left[v_e / r_0, \frac{\nu_{Spitzer} \nu_{el-photon}}{\nu_{Spitzer} + \nu_{el-photon}} \right] [s^{-1}], \quad (2.16)$$

kde $v_e = (v_F^2 + k_B T_e / m_e)^{1/2}$ představuje charakteristickou elektronovou rychlost a $r_0 = (3/4\pi n_i)^{1/3}$ střední průměr iontu. v_F Fermiho rychlost, k_B Boltzmannova konstanta, T_e elektronová teplota, m_e hmotnost elektronu, n_i iontová hustota.

2.2.4 Popis algoritmu

Nejprve si shrneme základní filosofii celého algoritmu, založeného na řešení stacionárních Maxwellových rovnic. Uvnitř každé buňky výpočetní sítě použijeme analytické řešení vlnové rovnice (2.8) pro konstantní hodnoty parametrů plazmatu, jako je teplota, hustota a ionizace. Ze spojitosti tečných složek polí E a B na rozhraních jsou pak vypočítány koeficient odrazu V (2.10, 2.12) a dopadající vlna P , respektive kvadrát její absolutní hodnoty A (2.11, 2.13). Tyto již plně určují vývoj intenzity záření (2.9). Před vlastním algoritmem, kde tento postup dále rozvedeme, si popíšeme geometrii uspořádání.

Definujeme výpočetní síť s uzly $z_j, j = 1, \dots, J$. Buňku $j + 1/2$ tvoří interval (z_j, z_{j+1}) pro $j = 1, \dots, J - 1$. Hustota $\rho_{j+1/2}$ je definována ve všech buňkách, přitom



Obrázek 2.3: Schématické znázornění značení uzlů a buněk výpočetní sítě spolu s příkladem průběhu intenzity.

v každé buňce ji považujeme za konstantní (obdobně $Z, T_e, \epsilon, n, \chi$). Paprsek laseru dopadá zprava na J -tý uzel sítě.

Algoritmus pro výpočet absorpce laseru shrneme do osmi bodů, následovaných podrobnějším popisem.

1. Najdeme $z_c = z_j$, kde $\rho_{j-1/2} \geq \rho_c > \rho_{j+1/2}$
Pokud $\forall j, \rho_{j+1/2} < \rho_c$, položíme $z_c = z_{min} = z_1$

2. Najdeme $z_{min} < z_c$, kde klademe $l = 4$, aby platilo

$$\frac{1}{2\pi} \int_{z_{min}}^{z_c} \frac{\omega}{c} \chi dz = \frac{1}{\lambda} \int_{z_{min}}^{z_c} \chi dz \approx \frac{1}{\lambda} \sum_{j=z_{min}}^{z_c} \chi_{j+1/2} (z_{j+1} - z_j) \geq l$$

Pro $\frac{1}{\lambda} \sum_{j=z_1}^{z_c} \chi_{j+1/2} (z_{j+1} - z_j) < l$ položíme $z_{min} = z_1$

3. Položíme $V_{j_{min}-1/2}(z_{j_{min}}) = 0$, dále (2.10)

$$V_{j_{min}+1/2}(z_{j_{min}}) = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_{12}}}{1 + \sqrt{\epsilon_{12}}},$$

kde $\epsilon_{21} = \epsilon_{J+1/2} / \epsilon_{J-1/2}$

4. for j from $j_{min} + 1$ to J do (2.12) a (2.10)

$$V_{j-1/2}(z_j) = V_{j-1/2}(z_{j-1}) \exp(-2i\frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_{j-1/2}}(z_j - z_{j-1}))$$

$$V_{j+1/2}(z_j) = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_{12}} + V_{j-1/2}(z_j)(1 + \sqrt{\epsilon_{12}})}{1 + \sqrt{\epsilon_{12}} + V_{j-1/2}(z_j)(1 - \sqrt{\epsilon_{12}})}$$

5. Položme $\epsilon_{J+1/2} = 1$, $A_{J+1/2}(z_J) = I$, dále (2.11)

$$A_{J-1/2}(z_j) = \frac{A_{J+1/2}(z_j)}{4} [(1 + |\epsilon_{21}|)(1 + |V_2|^2) + 2\Re(\sqrt{\epsilon_{21}})(1 - |V_2|^2) + 2(1 - |\epsilon_{21}|)\Re(V_2) + 4\Im(V_2)\Im(\sqrt{\epsilon_{21}})] ,$$

kde $\epsilon_{21} = \epsilon_{J+1/2}/\epsilon_{J-1/2}$, $V_2 = V_{J+1/2}(z_J)$

6. for j from $J - 1$ by -1 to j_{min} do (2.13) a (2.11)

$$A_{j+1/2}(z_j) = A_{j+1/2}(z_{j+1}) \exp(-2\frac{\omega}{c}\chi_{j+1/2}(z_{j+1} - z_j))$$

$$A_{j-1/2}(z_j) = \frac{A_{j+1/2}(z_j)}{4} [(1 + |\epsilon_{21}|)(1 + |V_2|^2) + 2\Re(\sqrt{\epsilon_{21}})(1 - |V_2|^2) + 2(1 - |\epsilon_{21}|)\Re(V_2) + 4\Im(V_2)\Im(\sqrt{\epsilon_{21}})] ,$$

kde $\epsilon_{21} = \epsilon_{j+1/2}/\epsilon_{j-1/2}$, $V_2 = V_{j+1/2}(z_j)$

7. for j from 1 to $j_{min} - 1$ do $A(z_j) = 0$

8. for $j = 1$ to J do (2.9)

$$L(z_j) = A_{j-1/2}(z_j)[n_{j-1/2}(|V_{j-1/2}(z_j)|^2 - 1) - 2\chi_{j-1/2}\Im(V_{j-1/2}(z_j))]$$

Nejprve postupujeme zprava od buňky $J - 1/2$ po síti směrem doleva a sledujeme hustotu plazmatu. První buňka, označme ji $j - 1/2$, kde je již hustota vyšší než kritická (2.4), definuje kritickou plochu, přesněji uzel $z_c = z_j - 1$.

Předpokládáme šíření malé části záření i za tuho plochu danou skinovým efektem až po uzel $z_{min} - 2$. Konkrétně předpokládáme, že z levé strany tohoto uzlu již nepřichází žádné odražené záření a koeficient odrazu V je tedy roven 0, zároveň vypočítáme jeho skok v uzlu z_{min} (2.10) —3—.

Z uzlu z_{min} směrem doprava napočítáváme odrazy záření v uzlech, tj. vypočteme změnu koeficientu V v buňce (2.12) a následně skok na rozhraní (2.10), toto provádíme až na pravý konec sítě, tedy uzel $J - 4$. Napravo od tohoto uzlu již předpokládáme volné šíření laserového záření a známe jeho intenzitu, tedy pravostrannou hodnotu v uzlu J , která definuje $A_{J+1/2}(z_J) = I$, tj. intenzitu bez tlumení nebo odrazu. Skok A v uzlu z_j je dán (2.11) —5—.

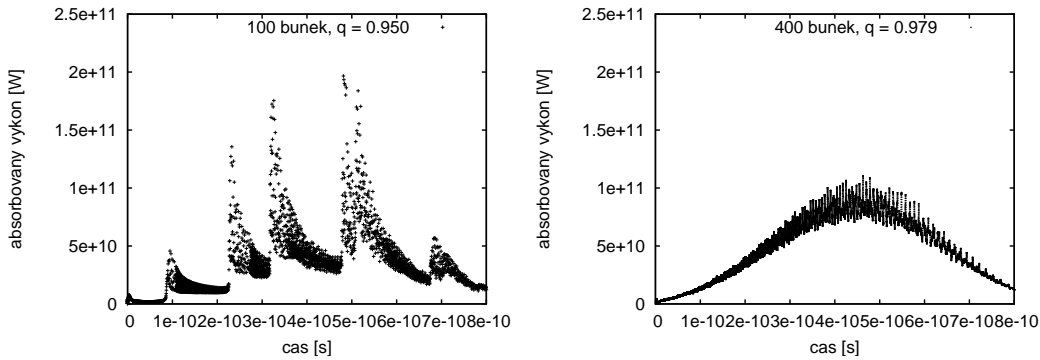
Postupujeme zpět směrem doleva po síti a napočítáváme postupně vývoj A v buňkách (2.13) i skoky v uzlech (2.11) až do uzlu $z_{min} - 6$. Dále vlevo pokládáme

$A(z_j) = 0$ až do uzlu z_1 —7—. Konečně z koeficientu V a A již určíme hodnoty intenzity $L \equiv \vec{S}$ záření v uzlech sítě (2.9) jako —8—

$$L = A[n(|V|^2 - 1) - 2\chi\Im(V)].$$

Tímto jsem zakončili algoritmus pro nalezení hodnot intenzit záření v uzlech sítě, přitom jsme doposud vycházeli především z modelu [13] užitého a popsáno v [2].

Při testování této metody se ukázalo, že pro správný výsledek je třeba použití poměrně jemné výpočetní sítě, především pak pro delší vlnové délky ($\lambda > 0,5\mu m$). Nepřesnost vznikající příliš hrubou sítí dobře ilustruje obrázek 2.4, zobrazující závis-



Obrázek 2.4: Porovnání absorbovaného výkonu na terčíku pro dvě různé hrubé výpočetní sítě, vpravo jemější. Vlnová délka 1315nm, ostatní parametry popsané v kapitole 4.

lost absorbovaného výkonu (4.2) na čase pro dvě různé jemné sítě. Viditelné velké oscilace jsou dány propalováním buněk, tedy prostupem záření jednotlivými buňkami výpočetní sítě. Pro jejich zmírnění je třeba zmenšit velikost těchto buněk.

V případně 1D simulace není omezení na minimální počet buněk sítě vzhledem k rychlosti výpočtu příliš limitující, pro použití ve 2D je však užitečné použít následující modifikaci, kde pro řešení vlastní absorpce záření laseru použijeme zjemněnou výpočetní síť [1].

2.3 Zjemnění výpočetní sítě při řešení SMR

K odstranění oscilací intenzity laseru v čase (obr. 2.4) použijeme zjemnění výpočetní sítě, kde v oblasti nejvyšší absorpce záření požadujeme, aby velikost jedné buňky nebyla větší než jistý zadaný parametr. Za hodnoty veličin (hustota, teplota, ionizace) v zjemněných buňkách přitom bereme hodnoty získané lineární interpolací ze sousedních buněk.

Provedeme po částech lineární rekonstrukci parametrů v nově vzniklých buňkách. Funkční hodnotu $g_{j+1/2}^{unlim}(x)$ parametru g v bodě x uvnitř buňky $j + 1/2$ získáme

podle vzorce

$$g_{j+1/2}^{unlim}(x) = g_{j+1/2} + \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)_{j+1/2}^{unlim} (x - x_{j+1/2}), \quad (2.17)$$

kde pro náhradu derivace používáme centrální diferenci

$$\left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)_{j+1/2}^{unlim} = \frac{g_{j+3/2} - g_{j-1/2}}{x_{j+3/2} - x_{j-1/2}}.$$

Takto vzniklá po částech lineární funkce zachovává polohu těžiště s ohledem na původní síť, zato má jinou nepříjemnou vlastnost. Použitím centrální diference totiž mohou vznikat nové lokální extrémů, možné zdroje nestabilit v naší simulaci. Abychom se jejich vzniku vyhnuli, použijeme jisté omezení na velikost derivace, konkrétně Barth-Jespersenův limiter [17], derivaci pak nahradíme

$$\left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)_{j+1/2} = \Phi_{j+1/2} \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)_{j+1/2}^{unlim},$$

kde BJ limiter $\Phi_{j+1/2} \in \langle 0, 1 \rangle$ v buňce $j + 1/2$ definujeme jako

$$\Phi_{j+1/2} = \min_{n \in \{j, j+1\}} \Phi_{j+1/2}^n.$$

Uzlové limitory $\Phi_{j+1/2}^n$ jsou přitom dány

$$\Phi_{j+1/2}^n = \begin{cases} \min \left(1, \frac{g_{j+1/2}^{max} - g_{j+1/2}}{g_{j+1/2}^{unlim}(n) - g_{j+1/2}} \right) & \text{pro } g_{j+1/2}^{unlim}(n) - g_{j+1/2} > 0 \\ \min \left(1, \frac{g_{j+1/2}^{min} - g_{j+1/2}}{g_{j+1/2}^{unlim}(n) - g_{j+1/2}} \right) & \text{pro } g_{j+1/2}^{unlim}(n) - g_{j+1/2} < 0 \\ 1 & \text{pro } g_{j+1/2}^{unlim}(n) - g_{j+1/2} = 0. \end{cases}$$

Zde $g_{j+1/2}^{unlim}(n)$ označuje (2.17) hodnotu interpolované funkce počítanou bez omezení na její sklon $(\partial g / \partial x)_{j+1/2}^{unlim}$ v uzlu n . Lokální extrémů $g_{j+1/2}^{min}$, $g_{j+1/2}^{max}$ jsou počítány jako extrémů přes okolní buňky

$$g_{j+1/2}^{min} = \min \{g_{j-1/2}, g_{j+1/2}, g_{j+3/2}\}, \quad g_{j+1/2}^{max} = \max \{g_{j-1/2}, g_{j+1/2}, g_{j+3/2}\}.$$

Funkční hodnotu pak určíme ze vzorce (2.17), kde „neomezenou“ derivaci $(\frac{\partial g}{\partial x})_{j+1/2}^{unlim}$ nahradíme derivací $(\frac{\partial g}{\partial x})_{j+1/2}$ zahrnující limiter, který nám zajistí odstranění nově vzniklých lokálních extrémů v uzlech původní sítě.

2.3.1 Modifikovaný algoritmus

Algoritmus absorpce se zjemněním sítě vychází z algoritmu na stránce 16. Rozdíl spočívá ve zjemnění výpočetní sítě a lineární interpolaci hodnot hustoty, teploty a ionizace v nově vzniklých buňkách. Na této síti provedeme vlastní řešení a výslednou intenzitu v uzlech původní sítě získáme z hodnot na zjemněné síti. Shrnutím do jednotlivých bodů dostaneme následující postup.

- Najdeme uzel z_{min} , odkud se začíná napočítávat koeficient odrazu. Nalevo od tohoto uzlu již žádné záření neuvažujeme a nemá tedy smysl provádět zde zjemnění.

(kroky 1-2 původního algoritmu)

- Provedeme zjemnění výpočetní sítě pro interval (z_{min}, z_{ρ}) , kde z_{ρ} značí poslední uzel napravo od z_{min} pro který platí, že všude v intervalu (z_{min}, z_{ρ}) je hustota vyšší než jistý zadaný parametr ρ_{min} . Většina energie se totiž absorbuje právě v okolí kritické hustoty (z_{min}, z_{ρ}) a provádět zjemnění v řídkém plasmatu, kde již nedochází k podstatné interakci s polem, by již podstatně neovlivnilo výsledek. Vlastní zjemnění provádíme tak, že v případě zadané velikosti l_{min} rozdělíme buňku na $n - 1$ ekvidistantních částí délky l_{min} a n -tou část délky l , kde $0,5 l_{min} \leq l < 1,5 l_{min}$.

- Dopočítáme hodnoty hustoty, elektronové teploty a ionizace na zjemněné síti, použijeme k tomu lineární interpolaci s BJ limitrem zaručujícím lokální monotonii.

- Řešíme absorpci záření na zjemněné síti. Uvnitř každé buňky tedy použijeme analytické řešení vlnové rovnice pro konstantní hodnoty parametrů plasmatu. Ze spojitosti tečných složek polí E a B na rozhraních pak vypočítáme koeficient odrazu V a dopadající vlnu P , respektive kvadrát její absolutní hodnoty A . Z nich již snadno určíme intenzitu záření v uzlech.

(kroky 1-8 původního algoritmu)

- Provedeme zúžení řešení, tj. přiřadíme hodnoty intenzity záření v uzlech zjemněné sítě do původních uzlů. Díky popsané konstrukci zjemněné sítě na ní pro každý uzel původní sítě najdeme uzel se shodnou souřadnicí a tomuto uzlu původní sítě přiřadíme intenzitu v uzlu sítě zjemněné. Hodnoty intenzit v ostatních uzlech můžeme zahodit, protože absorpce je dána intenzitou v uzlech původní sítě (1.11).

Kapitola 3

Modelování absorpce ve 2D

Ve vícerozměrných modelech musíme nejdříve řešit otázku šíření elektromagnetického pole plasmatem. Pro dostatečně pomalu proměnné prostředí můžeme nahlížet na pole záření jako na systém vzájemně neinteragujících paprsků.

Existují v zásadě dva způsoby jak určit pohyb těchto paprsků plasmatem. Můžeme například uvažovat změny trajektorie paprsku na rozhraní dvou prostředí lišících se svou permitivitou, tj. uvažovat ohyb na rozhraní indexu lomu. Tímto postupem, zvaným „ray tracing“, lze sledovat trajektorii až do místa, kde se paprsek přiblíží kritické hustotě plasmatu odkud se odrazí a kde dojde k deponování části jeho energie do terčíku [6]. Při tomto postupu však nelze uvažovat odraženou vlnu, neboť nekopíruje trajektorii dopadající vlny a počet paprsků by se neúnosně zvyšoval.

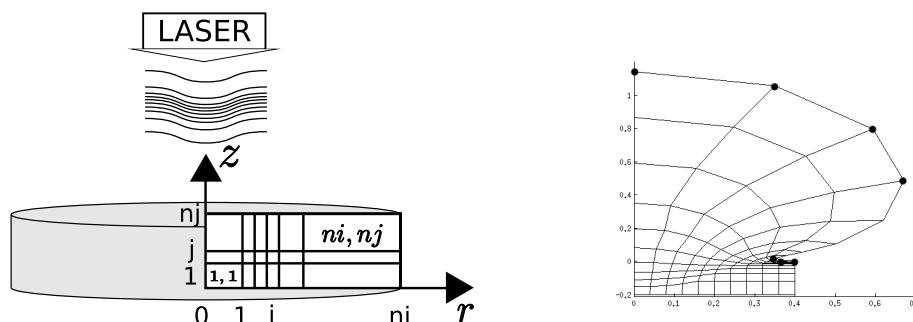
Druhý způsob předpokládá pohyb paprsků po přímkách, což je dobře splněno pro pohyb paprsků ve směru gradientu permitivity. Tedy například v okolí osy terčíku, kde je také největší intenzita dopadajícího záření. Tento předpoklad nám dává možnost uvažovat odrazy záření na rozhraních a vlastní implementace se redukuje na problém převedení trajektorií paprsků z v našem případě čtyřúhelníkové sítě na jednotlivé přímky. Na nich již můžeme uvažovat obě metody absorpce zmíněné v druhé kapitole této práce, tedy jak absorpci na kritické ploše, tak řešení útlumu elektromagnetického pole laseru popsaného stacionárními Maxwellovými rovnicemi.

Jak již bylo zmíněno výše, budeme se nadále pohybovat po logicky ortogonální čtyřúhelníkové síti kódu PALE¹ [12, 16], přitom budeme předpokládat konvexnost buněk a také, aby objem každé buňky $V_c > 0$. Opět uvažujeme konstantní hodnoty všech parametrů (hustota, teplota, ionizace, . . .) v buňkách se skoky na hranicích, v našem případě tedy na hranách buněk. Navíc předpokládáme válcovou symetrii experimentu, budeme se tedy pohybovat v cylindrických souřadnicích popsaných axiální osou z a radiální r . Celkovou geometrii simulace si popíšeme v následující části.

¹Prague Arbitrary Lagrangian-Eulerian code

3.1 Geometrie simulace

Nechť simulace začíná na obdélníkové síti o ni buňkách ve směru radiální osy r orientované doprava a nj buňkách ve směru axiální osy z směřující nahoru. Buňky budeme označovat dvojicí čísel $[i, j]$, kde i udává polohu ve směru osy r a $i \in \{1, \dots, ni\}$, $j \in \{1, \dots, nj\}$. Uzly pak číslujeme od 0 do ni , resp. nj , známe přitom jejich souřadnice $(r_{i,j}, z_{i,j})$. Laser, jakožto zdroj záření, je umístěn symetricky daleko nad terčíkem. Námí uvažované paprsky jsou tedy rovnoběžné s osou z a šíří se proti směru této osy.



Obrázek 3.1: Náčrt geometrie simulace (vlevo), typický vývoj sítě (vpravo). Tečkami \bullet jsou označeny prvky viditelné hranice H_v , viz dále v popisu algoritmu.

Během simulace interakce intenzivního laserového záření s terčíkem očekáváme vznik plasmové korony. To znamená, že se naše původně obdélníková síť začne deformovat v podstatě libovolným způsobem, ovšem při nutnosti zachování požadovaných vlastností buněk. Cylindrická symetrie nám však dává jistotu zachování souřadnice r uzlů ležících na ose z , dostáváme tedy $r_{0,j} = 0, \forall j \in \{0, \dots, nj\}$.

Před samotným popisem si shrňme základní filosofii algoritmu. Vyjdeme ze skutečnosti, že paprsky vstupují do sítě přes její vnější hrany. Přitom vždy uvažujeme případ, kdy je počet paprsků výrazně větší než počet buněk ve směru osy r a na každou buňku tedy připadá několik paprsků. Každý paprsek přitom nese určitou energii danou průběhem intenzity záření $I(r, t)$ v prostoru a čase, šířkou paprsku d_r a časovým krokem Δt .

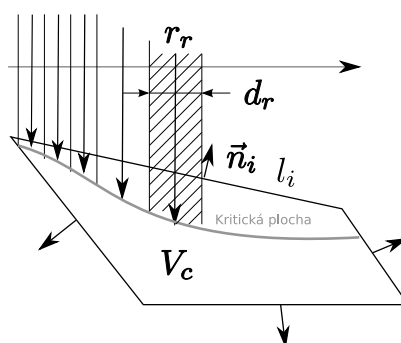
Pro každý paprsek vstupující do sítě budeme sledovat jeho trajektorii, tedy postup buňkami sítě. Při absorpci na kritice nás přitom zajímá pouze to, kdy paprsek narazí na nadkritickou buňku, tedy na buňku s hustotou ρ větší než kritická hustota ρ_c daná vzorcem (2.4). Naopak při uvažování šíření pole popsaného Maxwellovými rovnicemi nás budou zajímat konkrétní průsečíky paprsku se sítí a příslušné hodnoty parametrů v buňkách. Na získaných přímkách pak zmíněné rovnice vyřešíme a zpětně napočítáme divergence intenzity záření do původní sítě. Zmíněné postupy v následujícím popisu dále rozvedeme.

3.2 Absorpce na kritické ploše

Obdobně jako v jednorozměrném případě uvažujeme jednoduchý model absorpce jisté části záření na ploše, kde se hustota plazmatu rovná kritické hustotě. V případě 1D je tento úkol snadný, tj. hledáme první nadkritickou buňku ze směru přicházejícího záření, tj. buňku, jejíž hustota je již vyšší než kritická hustota daná (2.4). Ve 2D na námi uvažované čtyřúhelníkové síti však již nemůžeme systematicky postupovat po síti, neboť bez dodatečných předpokladů nejsme obecně schopni říci, že například $[i, j]$ -tá buňka sítě je umístěna nad $[i, j - 1]$ buňkou, natož pak že ji zcela zakrývá pro pole dopadajícího záření. Proto zde použijeme přiblížení popisu šíření elektromagnetického pole laseru pomocí paprsků komentované na počátku této kapitoly.

3.2.1 Popis algoritmu

Při hledání kritické plochy si tedy rozložíme dopadající záření na jednotlivé paprsky. Jejich poloha bude určena počátečním tvarem sítě a to tak, že na každou buňku ve směru osy r bude připadat zadaný počet paprsků. Takto pokryjeme dopadajícím zářením právě plochu námi uvažovaného terčíku.



Obrázek 3.2: Náčrtek k absorpci paprsků.

Nejprve si důkladněji rozebereme absorpci energie paprsku v buňce. Ze zadaného průběhu intenzity v prostoru (například Gaussovský profil) určíme intenzity I_r připadající na jednotlivé paprsky. Ze šířky d_r paprsku na souřadnici r_r určíme přírůstek energie (1.12) v nadkritické buňce o objemu V_c při uvážení cylindrických souřadnic podle

$$\operatorname{div} \vec{I} \approx \frac{1}{V_c} \sum_{k=1}^4 \vec{I}_k \cdot \vec{n}_k |l_k| \approx \frac{1}{V_c} \sum_{r=1}^N I_r d_r r_r, \quad (3.1)$$

kde N představuje počet paprsků dopadajících na buňku, \vec{I}_k intenzitu na k -té hraně, l_k délku a \vec{n}_k normálu této hrany. Na viditelných (tedy vstupních pro záření) hranách buňky přejde skalární součin $\vec{I} \cdot \vec{n} |l|$ na součet součinů $I_r d_r$ pro jednotlivé paprsky (obr. 3.2), na ostatních hranách je již $\vec{I} = 0$ a člen r_r představuje Jakobián cylindrické

transformace. Součin $I_r d_r r_r$ tedy představuje výkon nesený jedním paprskem na 1 radián mezikruží² $(r_r - d_r/2, r_r + d_r/2)$. Plocha mezikruží je totiž $\pi(r_1^2 - r_2^2) = \pi(r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = \pi(d_r)(2r_r) = 2\pi d_r r_r$.

Základ algoritmu pro výpočet absorpce záření na kritické ploše. Popis algoritmu následuje.

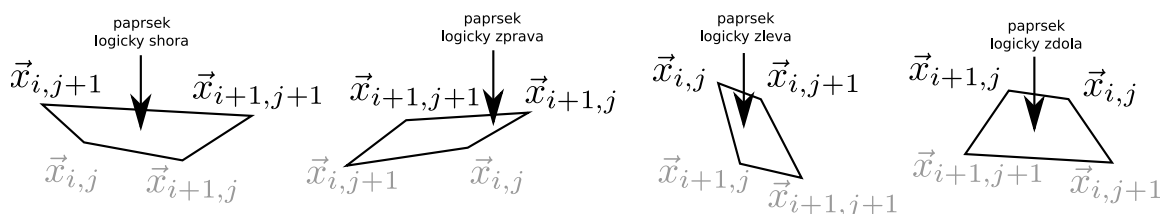
1. for i from 1 to ni
 - . for j from 1 to nj
 - . . $\text{div } \vec{I}_{i,j} = 0$
 - . end
- end
2. for k from 0 to ni do $H(k) = r_{k,nj}$ end
 - for l from 1 to nj do $H(ni + l) = r_{ni,nj-l}$ end
 - for m from 1 to ni do $H(ni + nj + m) = r_{ni-i,0}$ end
3. for i from 1 to $2ni + nj - 1$ do
 - . if $(H(i-1) < H(i))$ then $H_v(j) = H(i)$, $j = j + 1$
 - . . else if $(H(i) < H(i+1))$ then $H_v(j) = H(i)$, $j = j + 1$ endif
 - . endif
- end
- $M = j - 1$
4. for m from 1 to pocet_paprsku
 - (a) for i from 1 to M
 - . najdeme průsečíky paprsku m s H_v
 - end
 - (b) $I_r = I(r)$
 - (c) for l from 1 to pocet_pruseciku do
 - . nastavíme souřadnice buňky i, j a její orientaci z kroku 4a
 - . do while $(i <> 0$ and $j <> 0$ and $i <> ni + 1$ and $j <> nj + 1)$
 - . . if (podkritická) then
 - . . . if $(r_{\text{levý vzdálenější uzel}} < r_r(m))$
 - nastavíme i, j (zahnutí paprsku doleva)
 - . . . else if $(r_{\text{pravý vzdálenější uzel}} \leq r_r(m))$
 - nastavíme i, j (paprsek jde přímo)
 - . . . else nastavíme i, j (zahnutí paprsku doprava) endif endif
 - . . else
 - . . . $\text{div } \vec{I}_{i,j} = \text{div } \vec{I}_{i,j} + \frac{1}{V_{i,j}} I_r d_r(m) r_r(m)$
 - . . . exit for
 - . . endif
- end end

² Pro výkon na celém mezikruží bychom jej museli násobit 2π , v použitém kódu PALE jsou však výpočty prováděny právě pro tento úhel, proto nenásobíme.

end

Vynulujeme hodnoty $\text{div } \vec{I}$ z předchozího časového kroku —1—. Dále si vytvoříme pole H obsahující r souřadnici uzlů tvořících vnější hranice terčiku, jedná se tedy o hodnoty $r_{k,nj}$, kde $k \in \{0, \dots, ni\}$, $r_{mi,l}$, kde $l \in \{nj - 1, \dots, 0\}$ a $r_{m,0}$, kde $m \in \{nj - 1, \dots, 0\}$ —2—.

Je zřejmé, že paprsky přichází a také odchází z terčiku právě přes tuto vnější plochu, zbývá určit které hrany jsou vstupní. Pro paprsky dopadající v našem případě shora se jedná o hrany, jejichž dva uzly $u^1 < u^2$, $u^1, u^2 \in H$ splňují podmínku $r_{u^1} < r_{u^2}$. Tyto definují viditelnou hranu H_v —3—, viz obrázek 3.1. Zároveň je třeba si poznamenat, že pro první (horní) skupinu buněk přichází paprsek v logickém uspořádání sítě shora, pro druhou (pravou) skupinu zprava a pro poslední (spodní) zesponu v logickém uspořádání, tedy takovém uspořádání, kde na všechny buňky nahlížíme jako na nehybné obdélníkové, bez ohledu na jejich skutečný tvar. Tento směr vstupu pa-



Obrázek 3.3: Možné 4 orientace buněk vzhledem k dopadajícímu paprsku záření dané vstupní hranou.

prsku je důležitý proto, abychom byli schopni jednoznačně určit polohu všech čtyřech uzlů příslušejících jedné buňce ve smyslu, které dva uzly jsou bližší, tedy udávající vstupní hranu buňky pro paprsek a které vzdálenější, jejichž poloha určuje další trajektorii paprsku a také proto, abychom byli schopni určit souřadnice další buňky ve směru paprsku, která se v logickém uspořádání může nalézat nahoře, dole, vpravo i vlevo.

Pro každý paprsek —4— určíme jeho průsečíky s naší viditelnou hranou H_v —a—. Tím získáme informaci do které buňky paprsek vstupuje a také z jakého směru, tedy orientaci buňky, viz obrázek 3.3. Přiřadíme paprsku m intenzitu I_r podle zadaného prostorového rozložení svazku —b—.

Pro uvažovaný jednoduchý model absorpce na kritické ploše ověříme hustotu dané buňky. Je-li podkritická, postupujeme spolu s paprskem v závislosti na poloze dvou vzdálenějších uzlů buňky po logické síti přímo, doprava či doleva — lze nahlédnout na obrázku 3.3. Přechod do následující buňky neznamena nic jiného, než přičtení ± 1 k i či j v závislosti na čtyřech možných orientacích buněk a třech pozicích vzdálenějších uzlů. V případě, že je buňka nadkritická, uvažujeme zde absorpci veškeré energie nesené paprskem a přejdeme na další paprsek. V případě, že trajektorie paprsku opouští síť, přecházíme na další průsečík, pokud již žádný další průsečík neexistuje, prochází paprsek pouze podkritickým materiálem a jeho energie tedy není absorbována —c—.

3.3 Absorpce popsaná stacionárními Maxwellovými rovnicemi

V tomto modelu rovněž uvažujeme popis elektromagnetického pole laseru pomocí paprsků komentovaný v úvodu této kapitoly. Toto přiblížení nám umožňuje použití předchozího postupu pro řešení útlumu záření na přímce pro každý z paprsků nezávisle. S výhodou též využijeme postupů z modelu absorpce na kritické ploše ve 2D. Budeme se zabývat hledáním průsečíků paprsků se sítí, přiřazením hodnot veličin v buňkách sítě na takto vzniklé přímky, kde vypočteme útlum záření, a posléze přiřazením intenzit z přímek zpět na hrany 2D sítě.

3.3.1 Popis algoritmu

Při modelování absorpce popsané Maxwellovými rovnicemi ve 2D vycházíme z algoritmu pro řešení absorpce na kritické ploše ve 2D. Konstrukce paprsků, stejně tak jako hledání jejich průsečíku s viditelnou hranou sítě zůstávají zachovány. Na rozdíl od předchozího modelu nás však již zajímají konkrétní z polohy průsečíků paprsků se sítí a v jejich hledání pokračujeme i po překročení kritické hustoty, dokud paprsky neopustí sledovanou síť.

Pro hledání z souřadnice průsečíků vyjdeme z vektorové rovnice pro souřadnice uzlů u^1, u^2 sítě, označme $u^i = \begin{pmatrix} r_i \\ z_i \end{pmatrix}$. Nechť tyto definují hranu buňky, kterou prochází paprsek o r souřadnici r_r . Pak

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} r_2 - r_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_r \\ z_r \end{pmatrix}, \quad \text{kde } t \in (0, 1). \quad (3.2)$$

Z první skalární rovnice nejprve určíme $t \in (0, 1)$, které dosadíme do druhé a máme tedy vyjádření pro z souřadnici průsečíku z_r paprsku s hranou buňky. V případě, že je $r_2 - r_1$ malé a nejsme tedy schopni numericky dostatečně přesně řešit uvedenou rovnici, použijeme k hledání z_r metodu půlení intervalu.

Shrnutí algoritmu pro výpočet absorpce záření ve 2D popsaný útlumem elektromagnetické vlny popsané stacionárními Maxwellovými rovnicemi následovaného popisem.

- Najdeme vstupní hrany pro uvažované paprsky laserového záření.
(kroky 1-3 2D algoritmu na straně 24)
- for m from 1 to pocet_paprsku
 1. for i from 1 to M
 - . najdeme průsečíky paprsku m s H_v
 - end

```

2.  $I_{or} = I(r)$ 
3. for  $l$  from 1 to pocet_pruseciku do
  (a) if(exitflag == true) then exit for
      nastavíme souřadnice buňky  $i, j$  a její orientaci z kroku 1
      do while( $i <> 0$  and  $j <> 0$  and  $i <> ni + 1$  and  $j <> nj + 1$ )
        .  $k = k + 1$ 
        .  $z(k) = z_r$ 
        .  $par(k) = parametry\_plasmatu(i, j)$ 
        .  $sloupec(k) = i$ 
        .  $radek(k) = j$ 
        . if(nadkriticka) then exitflag = true
        . if( $r_{levý}$  vzdálenější uzel  $< r_r$ )
          . . nastavíme  $i, j$  (zahnutí paprsku doleva)
        . else if( $r_{pravý}$  vzdálenější uzel  $\leq r_r$ )
          . . nastavíme  $i, j$  (paprsek jde přímo)
          . . else nastavíme  $i, j$  (zahnutí paprsku doprava) endif
        . endif
      enddo
  (b) for  $i$  from 0 to  $k$  do
    .  $z'(i + 1) = z(k - i)$ 
    .  $par'(i) = par(k - i + 1)$ 
  end
  (c) for  $i$  from 1 to  $k$  do
    . if( $z'(i) <> 0.0$ ) then
    . . if( $(z'(i + 1) - z'(i)) < minimalni\_delka$ ) then
    . . .  $z'(i + 1) = z'(i + 1) + minimalni\_delka$ 
    . . endif
    . endif
  end
  (d) na pole  $z'$  a  $par'$  a  $I_{or}$  voláme 1D model absorpce popsané stacionár-
      ními Maxwellovými rovnicemi, získáváme  $I_r(k)$ 
      (kroky 1-8 1D algoritmu na straně 16 nebo algoritmus na straně 19)
  (e) for  $i$  from 1 to  $k$  do
    
$$\operatorname{div} \vec{I}_{sloupec(i), radek(i)} = \operatorname{div} \vec{I}_{sloupec(i), radek(i)} +$$

    . 
$$+ \frac{1}{V_{sloupec(i), radek(i)}} I_r(k - i + 1) d_r r_r$$

  end
end
end

```

Do kroku —2— se shodujeme s algoritmem pro absorpci na kritické ploše (str. 24). Při sledování trajektorie jednoho paprsku —3— v každé buňce napočítáme průsečíky a společně s hodnotami parametrů v buňce a jejími souřadnicemi $[i, j]$ si je poznamenáváme —a—.

V důsledku různých geometrií simulací musíme změnit pořadí průsečíků a také parametrů v polích. Proces hledání průsečíků totiž probíhá ze směru dopadajícího záření, tedy proti směru souřadné osy —b—.

Abychom se vyhnuli numerickým obtížím v 1D algoritmu absorpce, požadujeme zároveň, aby délka intervalů byla větší než jistá mezní hodnota. Pokud toto není splněno, daný interval uměle protáhneme, což je ekvivalentní mírnému vychýlení paprsku záření —c—.

Na takto vzniklých polích již řešíme vývoj intenzity uvnitř 1D sítě modelem popsáním v předchozí kapitole. Tento algoritmus nám vrátí rozdíl intenzit na jednotlivých intervalech —d—, který zpětně přiřadíme buňkám 2D sítě. Výsledný přírůstek energie pak opět určíme ze vztahu (3.1), kde I_r nyní představuje rozdíl intenzit na hranách, kde paprsek vstupuje a vystupuje z buňky, pro konkrétní paprsek —e—.

Kapitola 4

Numerické testy a výsledky

V této kapitole se budeme zabývat simulací interakce laserového záření s masivním hliníkovým terčikem. Na této modelové situaci ukážeme porovnání jednotlivých metod řešení absorpce záření, tedy absorpci na kritické ploše a absorpci popsanou stacionárními Maxwellovými rovnicemi, a to jak v 1D, tak i ve 2D.

Používáme metody a algoritmy popsané ve dvou předchozích kapitolách implementované do hydrodynamického kódu [4] v 1D a PALE [2, 12] ve 2D. Shrňme obsah této kapitoly. Nejprve zavedeme značení a několik veličin k porovnávání výsledků a nalezneme vhodné parametry sítě pro modelování absorpce. Poté můžeme přistoupit ke sledování a porovnávání jednotlivých 1D modelů mezi sebou. Zmíníme vliv použité stavové rovnice. Představíme výsledky 2D simulací, najdeme rozdíly mezi absorpcí na kritické ploše a přesnějším modelem a na závěr srovnáme výsledky 1D a 2D modelů.

Jak již víme z popisu metody řešení stacionárních Maxwellových rovnic, jejich výsledkem je nejen průběh intenzity záření v terčiku, ale i absolutní intenzita na hranách buněk. Porovnáním intenzity laseru I_l a průmětu intenzity na normálu stěny vnější buňky I_{fn} ve směru, odkud přichází záření, získáme absorbovanou energii. Stačí vysčítat I_{fn} přes celkový čas simulace τ a ozářenou plochu terčiku S_t . Můžeme tedy zavést odrazivost R , případně koeficient absorpce A , svázané vztahem $A = 1 - R$ jako

$$A = \frac{\int_{S_t} \int_{\tau} I_{fn}(\vec{r}, t) dt dS_t}{\int_{S_t} \int_{\tau} I_l(\vec{r}, t) dt dS_t}. \quad (4.1)$$

Další veličinou, kterou je vhodné sledovat je závislost intenzity na hraně určité okrajové buňky na čase $I_{fn}(t)$, která by se neměla výrazně lišit od $I_l(t)$ laseru. Odlišnost v průbězích těchto funkcí lze částečně vysvětlit změnou gradientu hustoty v oblasti absorpce záření, a tedy i změnou poměru absorbovaného a odraženého záření.

Podobně při porovnávání 1D a 2D modelu budeme srovnávat veličinu $P_a(t)$, kterou nazveme absorbovaný výkon

$$P_a(t) = \int_{S_t} I_{fn}(\vec{r}, t) dS_t, \quad (4.2)$$

I_{fn} opět značí průmět intenzity na normálu stěny vnější buňky ve směru, odkud přichází záření a S_t plochu terčiku, na kterou dopadá záření laseru.

K porovnání výše zmíněných veličin, tedy $I_{fn}(t)$ a $P_a(t)$ použijeme $L1$ odchylku definovanou pro funkci $f(t)$ na intervalu (a, b) jako absolutní hodnota rozdílu funkce od referenční funkce $f_r(t)$ normovaná vzhledem k této referenční funkci

$$L1 = \frac{\int_a^b |f(t) - f_r(t)| dt}{\int_a^b |f_r(t)| dt}. \quad (4.3)$$

4.1 Parametry simulace

Nebude-li řečeno jinak, budeme dále vždy uvažovat puls záření o energii $100J$ Gaussovského profilu v prostoru a čase s pološířkou maxima (FWHM) $400ps$ posunutého o $400ps$ od počátku simulace o základní vlnové délce $1315nm$, případně 3. harmonické ($438nm$) s poloměrem fokusu $100\mu m$ dopadající na masivní hliníkový terčik tloušťky $60\mu m$ při pokojové teplotě, tedy $0,03eV$. Terčik bude popsán jednoteplotním modelem se stavovou rovnicí ideálního plynu a plynovou konstantou $1,66$, přitom uvažujeme plnou ionizaci ($Z = 13$). Počáteční síť bude popsána geometrickým faktorem $q \leq 1$ udávajícím, kolikrát se zmenší následující buňka vzhledem k předchozí. Celkový čas simulace je vždy $800ps$.

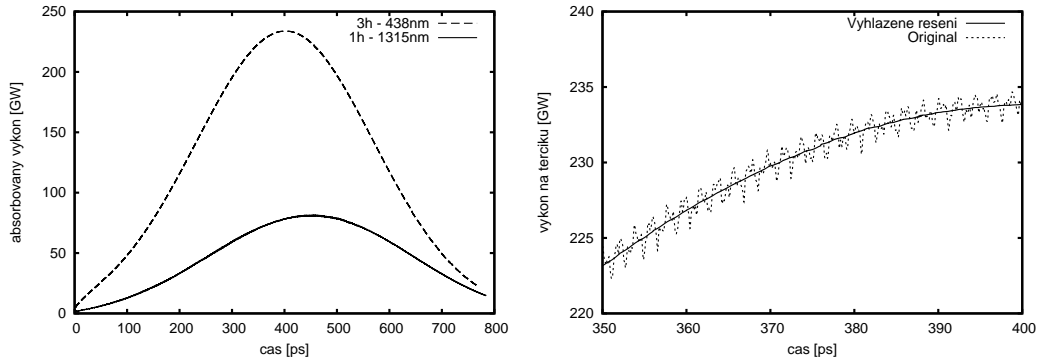
Budeme-li porovnávat vliv počtu buněk sítě, volíme geometrický faktor q takovým způsobem, aby bylo zachováno rozložení buněk. Při použití dvojnásobného počtu buněk tedy požadujeme, aby byla každá z původních buněk rozdělena zhruba na polovinu, geometrický faktor se tedy musí zvětšit.

4.2 1D hydrodynamický model

U jednodimenzionálního modelu absorpce laserového záření budeme sledovat především vliv použití jemnější výpočetní sítě při vlastním řešení absorpce záření než při řešení hydrodynamiky. Tímto zároveň otestujeme vlastní absorpci. Přitom budeme absorpci popsanou stacionárními Maxwellovými rovnicemi srovnávat s modelem absorpce na kritické ploše.

4.2.1 Vliv rozložení sítě na odrazivost

Při volbě rozložení sítě, tedy geometrického faktoru q musíme postupovat obezřetně. Pro správný výsledek simulace je nutné, aby byly první ozářené buňky dostatečně malé a mohli tedy rychle expandovat a vytvořit plasmovou koronu. Při zmenšování geometrického faktoru bychom tady očekávali zpřesňování výsledku. Je-li však q příliš malé, je většina objemu tvořena několika málo velkými buňkami, ke kterým rychle postupuje pole laseru skrze malé vstupní buňky, navíc tento stav několika málo velkých



Obrázek 4.1: Referenční vyhlazená závislost absorbovaného výkonu $P_a(t)$ pro obě vlnové délky (vlevo), detail oscilací (vpravo).

buněk není optimální ani pro simulaci dalších dějů probíhajících v terčiku, například postupu rázové vlny.

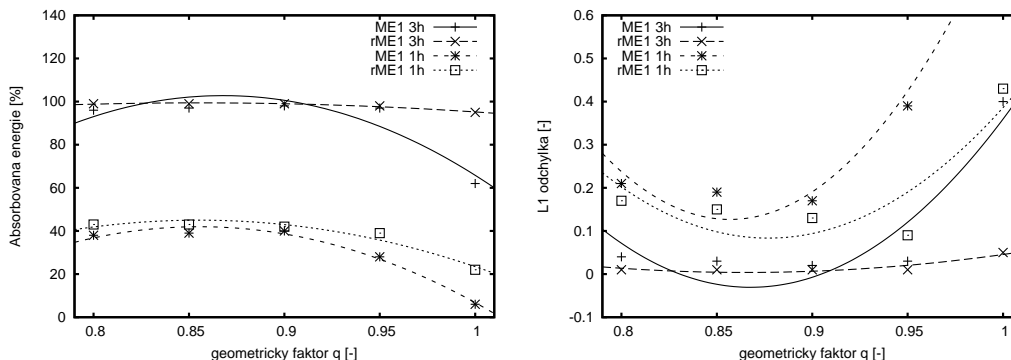
Pro nalezení optimální hodnoty geometrického faktoru q budeme postupovat následujícím způsobem. Nejprve provedeme referenční simulaci v 1D na 1000 buňkách při geometrickém faktoru $q = 0.993$, uvažujeme standardní model absorpce popsané stacionárními Maxwellovými rovnicemi, dále označovaný ME1. Pro každou vlnovou délku, tedy pro $438nm$, resp. $1315nm$, si zaznamenáme výkon laseru P_a (4.2) na vnější hraně první buňky ze směru, odkud přichází záření (v našem případě zprava) v každém časovém kroku simulace. Závislost $P_a(t)$ dále vyhladíme pomocí plovoucího průměru přes 1001 časových kroků (obr. 4.1 vpravo).

q	A_{3h}^{ME1}	A_{3h}^{rME1}	$L1_{3h}^{ME1}$	$L1_{3h}^{rME1}$	A_{1h}^{ME1}	A_{1h}^{rME1}	$L1_{1h}^{ME1}$	$L1_{1h}^{rME1}$
	99%		0.00		37%		0.04	
0.80	96%	99%	0.04	0.01	38%	43%	0.21	0.17
0.90	98%	99%	0.02	0.01	40%	42%	0.17	0.13
1.00	62%	95%	0.40	0.05	6%	22%	0.85	0.43

Tabulka 4.1: Porovnání koeficientů absorpce A a $L1$ odchylek $P_a(t)$ od referenčního řešení pro různé hodnoty geometrického faktoru q , v záhlaví A referenčního řešení a $L1$ referenčního nevyhlazeného řešení od vyhlazeného. Horní index značí použitou metodu, dolní frekvenci laseru. Konkrétně ME1 značí 1D model popsaný stacionárními Maxwellovými rovnicemi, rME1 stejný model se zjemněním sítě při řešení těchto rovnic, 1h základní a 3h třetí harmonickou frekvenci laseru.

Takto získané referenční závislosti použijeme pro porovnání se simulacemi na 100 buňkách při různých geometrických faktorech q . Srovnávat budeme jak absorbovanou energii, tedy koeficient absorpce A , tak $L1$ odchylku $P_a(t)$ od referenční

závislosti. Vybrané výsledky jsou zaznamenány v tabulce 4.1 ¹, kompletní přehled je pak na obrázcích 4.2.



Obrázek 4.2: Porovnání koeficientů absorpce A a $L1$ odchylek $P_a(t)$ pro různá q , ME1 značí 1D model popsáný stacionárními Maxwellovými rovnicemi, rME1 stejný model se zjemněním sítě při řešení těchto rovnic, 1h základní a 3h třetí harmonickou frekvenci laseru. Data proložena kvadratickými polynomy.

Je vhodné poznamenat, že se zmenšujícím se geometrickým faktorem q se samozřejmě zmenšuje hodnota nejmenší buňky a s ní i časový krok naší simulace. Čas simulace narůstá, navíc nás omezuje i minimální krok daný numerickou přesností. Po uvážení všech výše uvedených poznatků budeme nadále používat jako referenční hodnotu geometrického faktoru $q = 0.95$ pro 100 buněk.

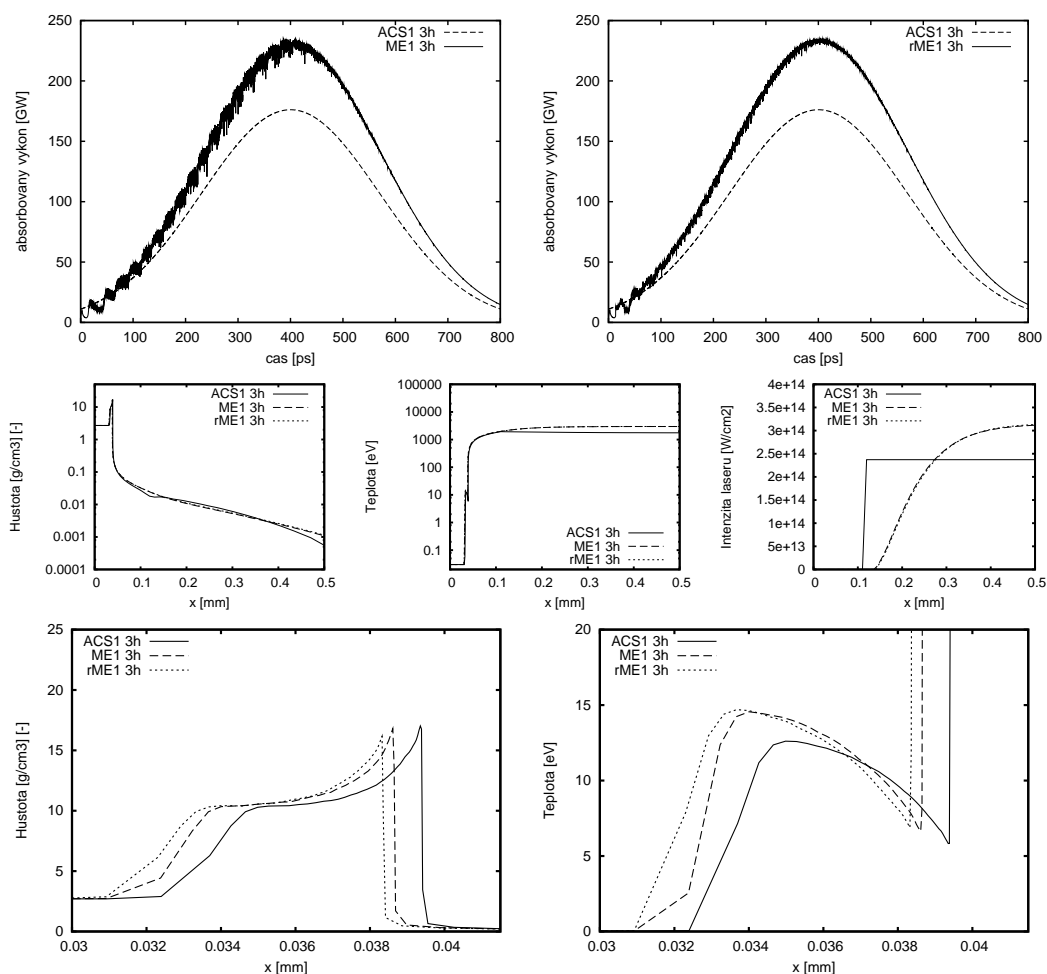
4.2.2 Metoda zjemnění sítě při řešení SMR

Ukážeme rozdíl mezi jednotlivými metodami absorpce záření v 1D. Budeme porovnávat metodu absorpce na kritické ploše (ACS1), metodu popsanou stacionárními Maxwellovými rovnicemi (ME1) a shodnou metodu se zjemněním sítě pro řešení absorpce (rME1). Tohoto značení se budeme držet v celé této kapitole a proto jej nebudeme opakovat nutně pod každým obrázkem, pokud si to přehlednost dokumentu nevyžádá.

Tato porovnání provedeme pro dvě vlnové délky laseru (1h a 3h) a pro různě jemné sítě. Přitom budeme sledovat závislost absorbovaného výkonu na čase, průběh intenzity laseru v prostoru (na ose symetrie) a vzniklé průběhy hustoty a teploty v terčíku a ve vzniklé plasmové koruně, s důrazem na průběhy v oblasti šíření rázové vlny materiálem.

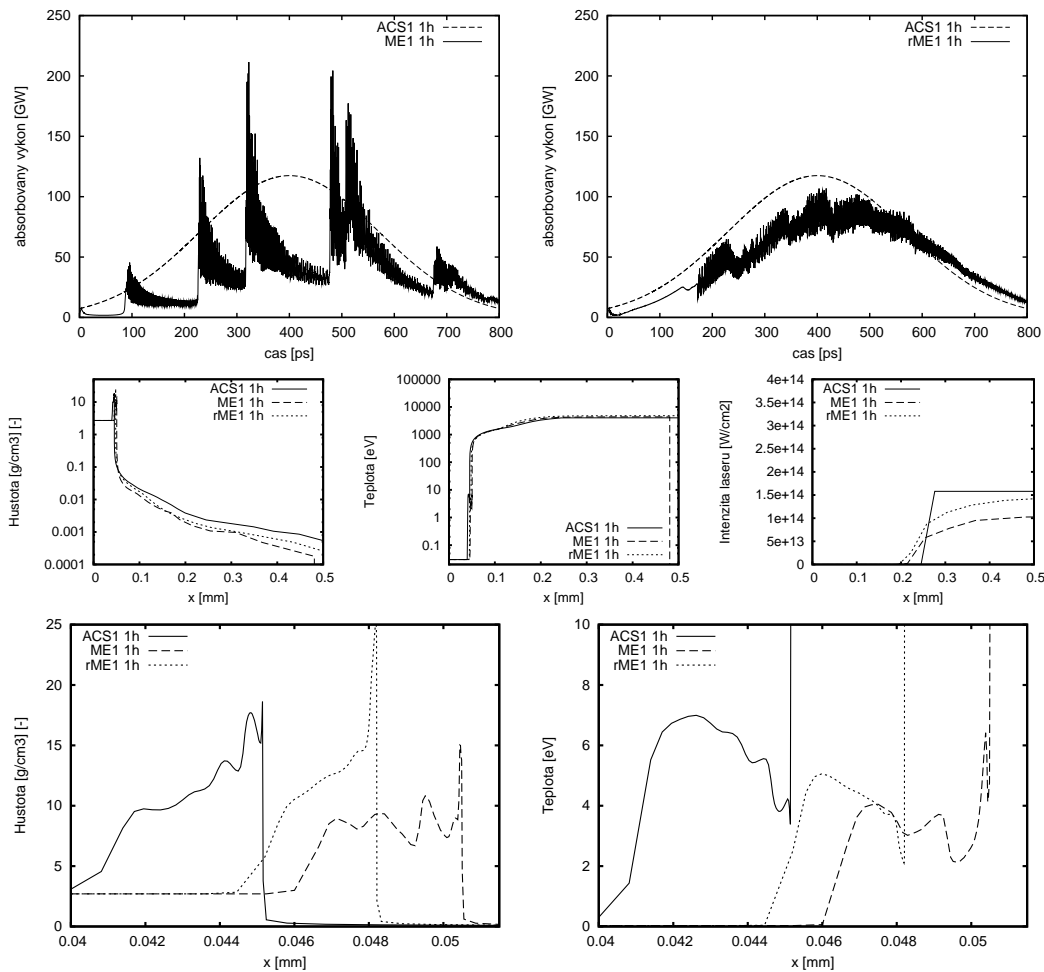
Výsledky simulací jsou zobrazeny na obrázcích 4.3, 4.4, 4.5 a 4.6. Tento oddíl zakončíme porovnáním metod absorpce při použití lepšího modelu stavové rovnice QEOS [11], díky kterému uvažujeme i realističtější průběh ionizace (obr. 4.7).

¹Pro daný časový úsek simulace 0 – 800ps je celková energie záření (odpovídající 100% absorpci) 98J.



Obrázek 4.3: Porovnání metod pro třetí harmonickou frekvenci a 100 buněk s geometrickým faktorem $q = 0.95$. Nahoře průběh absorbovaného výkonu v čase, uprostřed profil hustoty, teploty a intenzity v čase 600ps, dole detaily v oblasti rázové vlny.

Grafy na obrázku 4.3 ukazují, že všechny užití metody absorpce, tedy metoda absorpce na kritické ploše (ACS1), metoda popsána stacionárními Maxwellovými rovnicemi (ME1) a shodná metoda se zjemněním sítě pro řešení těchto rovnic (rME1) dávají pro třetí harmonickou frekvenci laseru obdobné výsledky. Přestože je při absorpci na kritice absorbovaná energie nižší, je koncentrována do úzkého pásma blízko terčíku a přenos energie do terčíku je rychlý. Celkově je tedy srovnatelný s přesnějšími metodami absorpce. Toto nám ukazují posunutí a průběhy hustoty a teploty v oblasti rázové vlny, které jsou zde pro všechny metody obdobné.

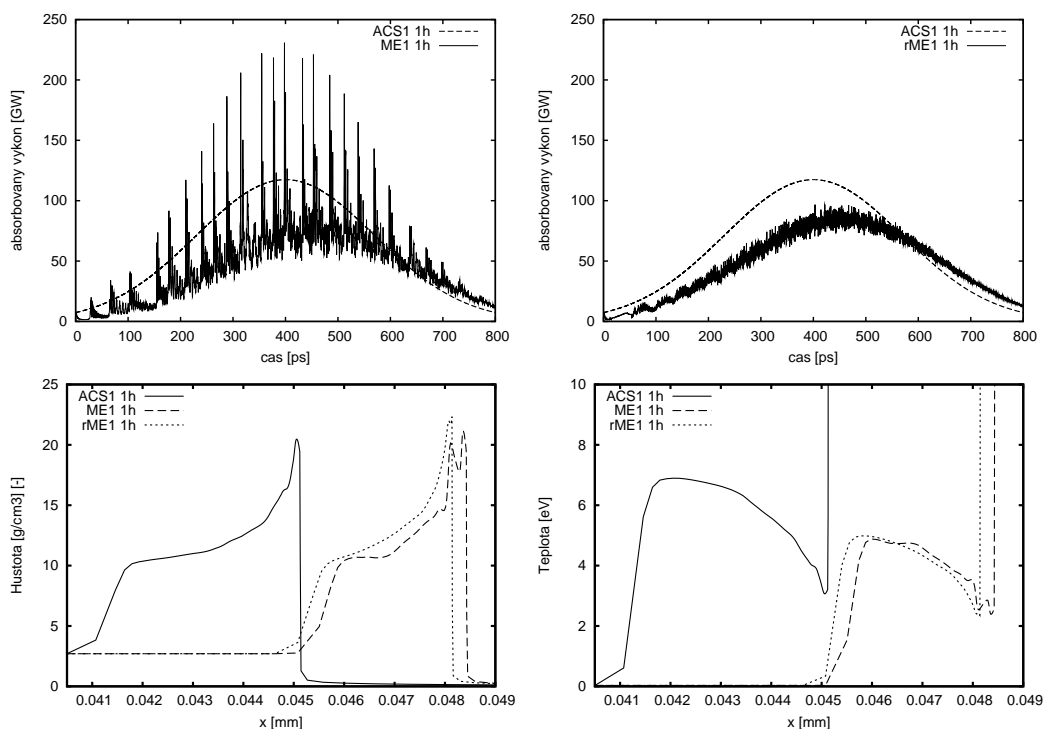


Obrázek 4.4: Porovnání metod pro základní frekvenci a 100 buněk s $q = 0.95$. Nahoře průběh absorbovaného výkonu v čase, uprostřed profil hustoty, teploty a intenzity v čase 600ps, dole detaily v oblasti rázové vlny.

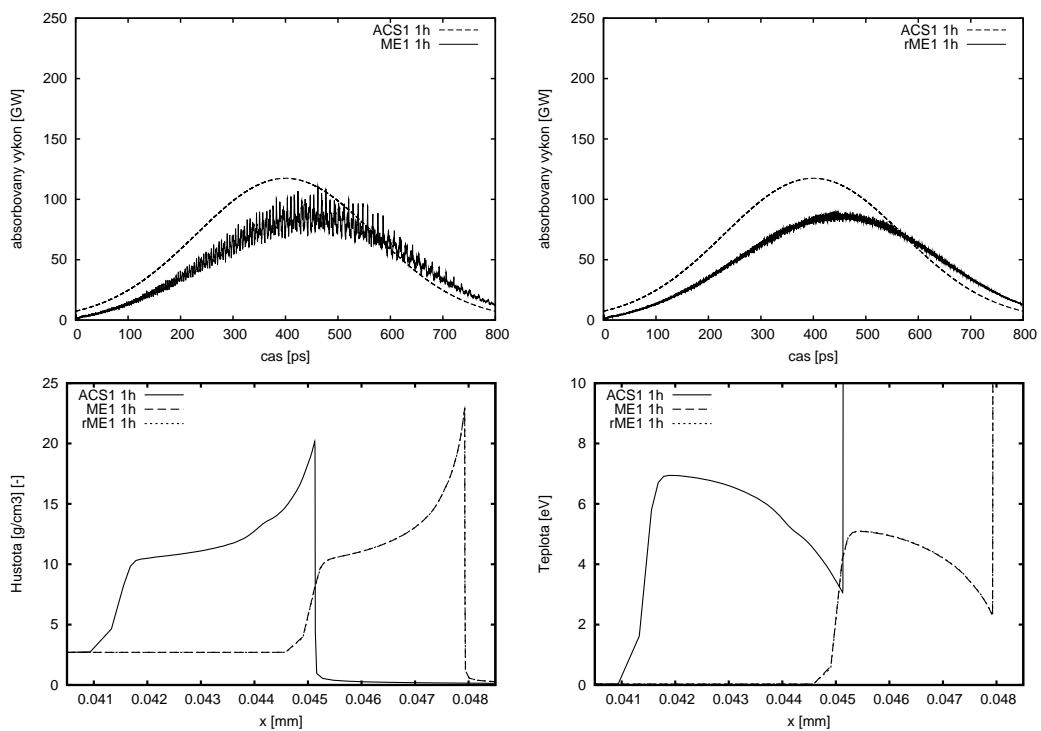
Z obrázků 4.4, 4.5 a 4.6 vidíme, že metoda popsaná SMR se zjemněním sítě konverguje rychleji ke správnému výsledku než metoda bez zjemnění. Navíc je vidět, jak oscilace absorbovaného výkonu přechází do oscilací hustoty i teploty v rázové vlně (obr. 4.4).

Dále vidíme, že při malém počtu buněk je absorbováno méně energie a rázová vlna postupuje terčíkem pomaleji. Obdobný posun pozorujeme i u modelu absorpce na kritické ploše vzhledem k ostatním metodám, zde je však energie absorbována blíže terčíku a koeficient absorpce je vhodné alespoň pro první fáze výpočtu volit vyšší než skutečný (obr. 4.3).

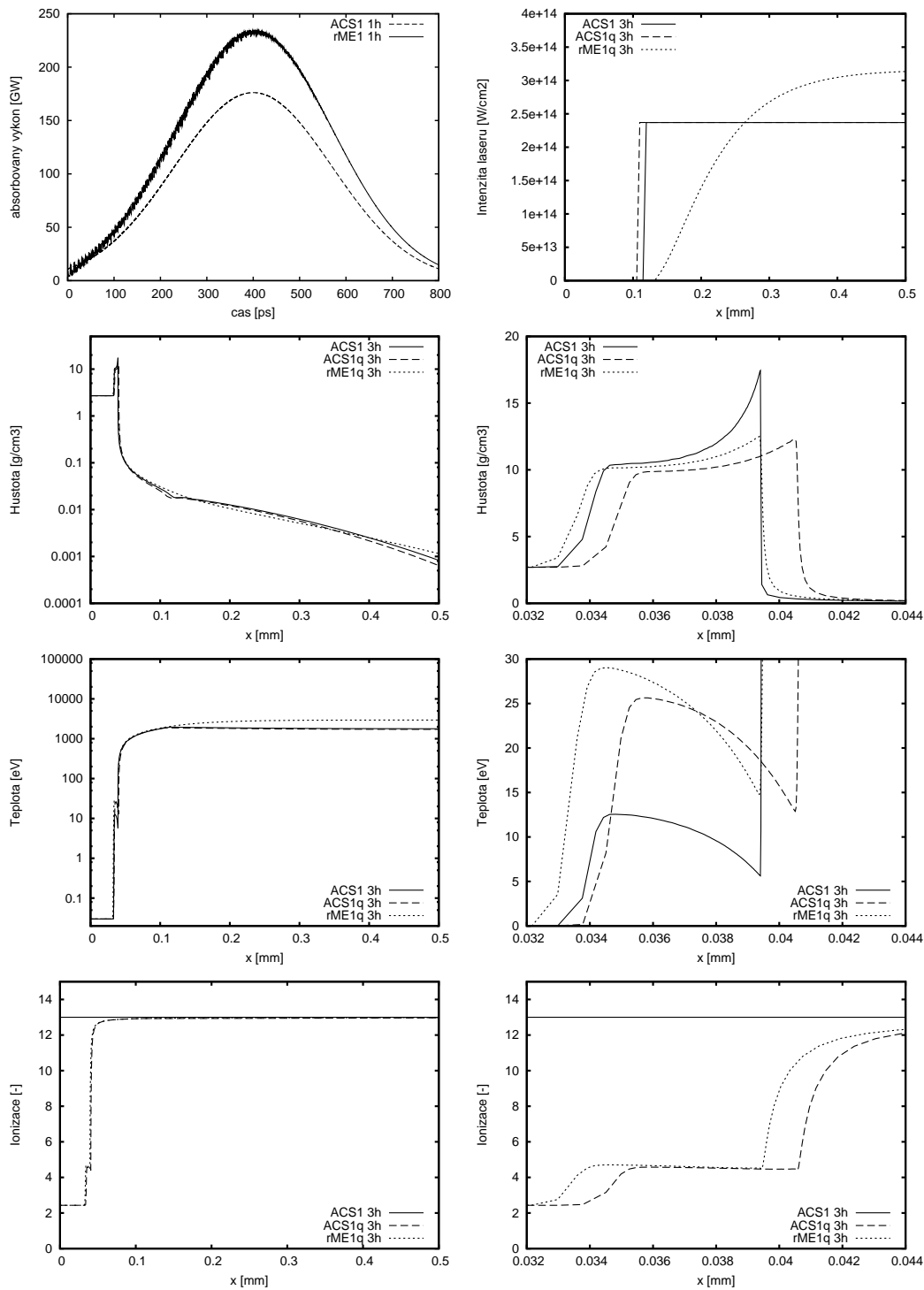
Při posledním porovnání vlivu zjemňování sítě již vynecháme zobrazení intenzity a také hustoty a teploty na celé síti, jejichž průběhy jsou velice podobné. Soustředíme se pouze na absorbovaný výkon a detaily hustoty a teploty na rázové vlně. Na obrázku 4.6 pro 400 buněk se již profily hustoty a teploty pro případ zjemnění sítě a bez něj v podstatě rovnají.



Obrázek 4.5: Testování zjemnění sítě, porovnání tří různých metod pro základní frekvenci a 200 buněk s geometrickým faktorem 0.971. Ostatní jako dříve.



Obrázek 4.6: 400 buněk s geometrickým faktorem 0.979. ACS1 model absorpce na kritické ploše, ME1 model popsáný SME, rME1 stejný model se zjemněním sítě.



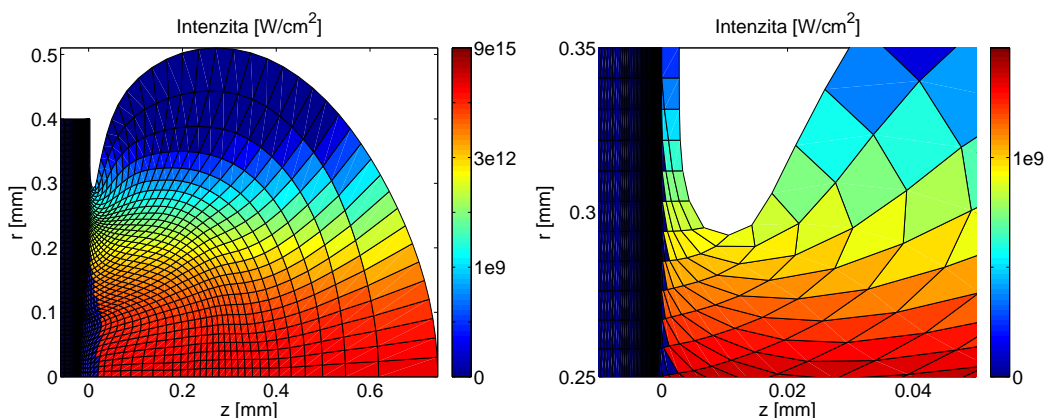
Obrázek 4.7: Základní frekvenci laseru, 200 buněk s $q = 0.971$. ACS1 opět značí absorpci na kritické ploše, q užití stavové rovnice QEOS.

Z obrázku 4.7 vidíme, že pro pokročilejší časy simulace je již plasma v oblasti útlumu záření plně ionizované (graf vlevo dole). Užití přesnější stavové rovnice QEOS namísto rovnice ideálního plynu pro absorpci v této fázi již není nutné.

4.3 2D model absorpce kódu PALE

Na rozdíl od teoretické části popisu algoritmu, kde jsme předpokládali laserové záření dopadající shora pro zachování kontinuity s většinou kódu PALE, výsledky simulací jsou již zobrazovány ve shodě s 1D modelem, kde paprsky dopadají zprava.

Nejprve si ukážeme výpočetní síť a připomeneme si náš algoritmus pro 2D. Pomyslné paprsky dopadají zprava na síť. Procházejí sítí, část paprsků blíže středu

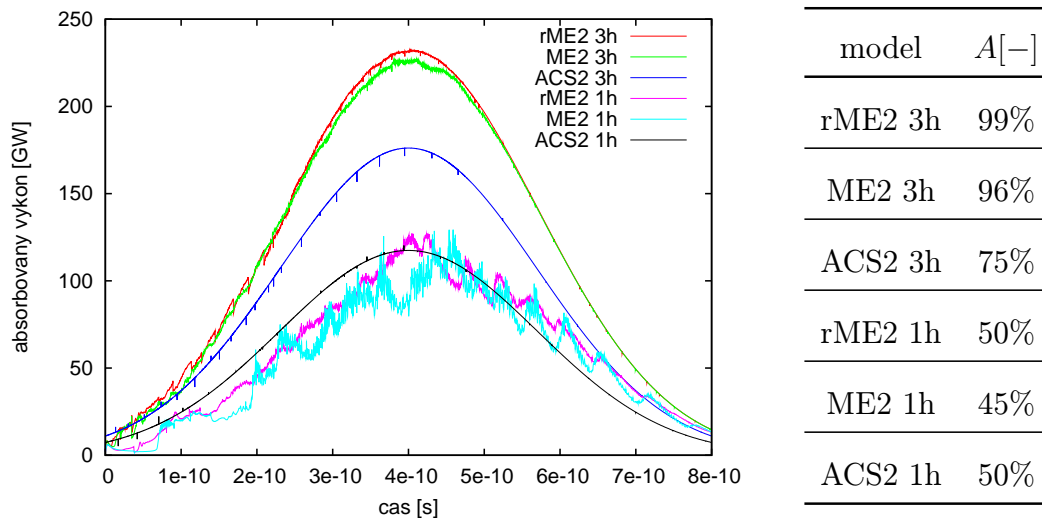


Obrázek 4.8: Intenzita laserového záření při uvažování jednoduchého modelu absorpce na kritické ploše ve 2D, vpravo detail oblasti „úpatí“ korony.

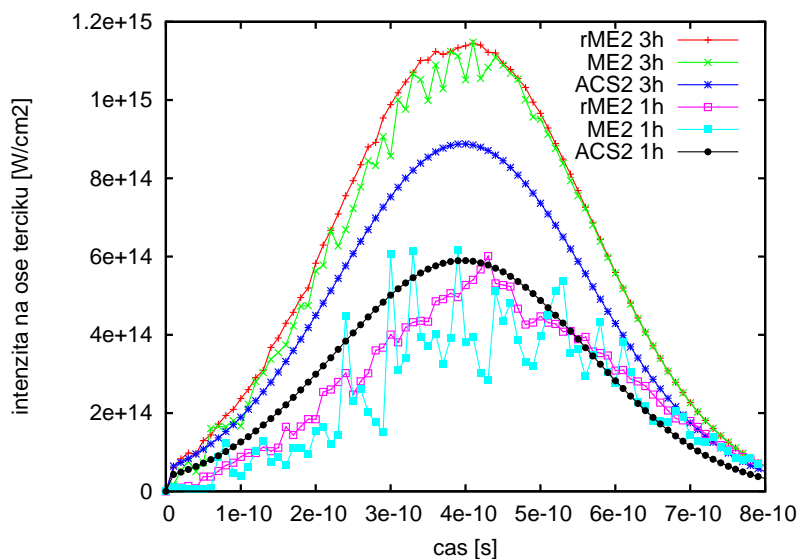
narazí na buňky s nadkritickou hustotou a je absorbována. Ostatní paprsky však opouštějí síť (v logickém uspořádání dokonce stejnou stranou sítě kterou vstoupily!). Tyto pokračují dál (obr. 4.8 vpravo) až narazí na další hranu sítě a opět postupují až po kritickou hustotu. Tím jsme ověřili náš algoritmus.

Před samotným porovnáváním absorpce na kritické ploše a absorpce popsané stacionárními Maxwellovými rovnicemi se opět nejdříve podíváme na vývoj absorbovaného výkonu a intenzity na ose symetrie. V 1D se obě veličiny lišily pouze faktorem plochy terčíku, ve 2D, kde již předpokládáme různé prostorové rozložení záření, však již spolu nejsou tak pevně svázány.

Ve 2D budeme volit velikost výpočetní sítě 100 buněk se ve směru šíření záření z s faktorem 0.95 a 50 buněk s faktorem 1.01 ve směru r . Tento geometrický faktor nám opět neříká nic jiného, než kolikrát se zvětší následující buňka vzhledem k předchozí. Požadavek na jemnější síť ve středu terčíku s maximální intenzitou je přirozený. Vzhledem k poměrně malému počtu buněk a k důsledkům testů provedených v 1D (obr. 4.4) budeme používat k řešení Maxwellových rovnic především metodu se zjemněním sítě. Přínos tohoto zjemnění je patrný například z obrázku 4.10 zobrazujícího průběh intenzity na první ozářené buňce středu terčíku v čase, tedy pro $r = 0$.



Obrázek 4.9: Průběh absorbovaného výkonu pro celý terčik a koeficient absorpce A . ACS2 značí 2D model s absorpcí na kritické ploše, kde A je vstupní parametr. ME2 model popsany stacionárními Maxwellovými rovnicemi, rME2 stejný model se zjemněním sítě při řešení těchto rovnic. První harmonická frekvence 1h odpovídá vlnové délce 1315nm, třetí 3h pak 438nm.



Obrázek 4.10: Průběh intenzity laserového záření na ose terčiku na jeho vnější hraně. Značení jako výše.

Porovnáním obrázků 4.9 a 4.10 můžeme pro metodu absorpce popsané stacionárními Maxwellovými rovnicemi vysledovat, že středováním intenzity přes vstupní buňky (tedy pro celkový absorbovaný výkon) se podstatná část oscilací v čase odstraní (obr. 4.4 proti 4.9), oscilace v prostoru však opět zůstávají potenciálními zdroji nestabilit (obr. 4.10). Při zjemnění sítě je situace mnohem příznivější (označeno rME2).

4.3.1 Porovnání modelů absorpce

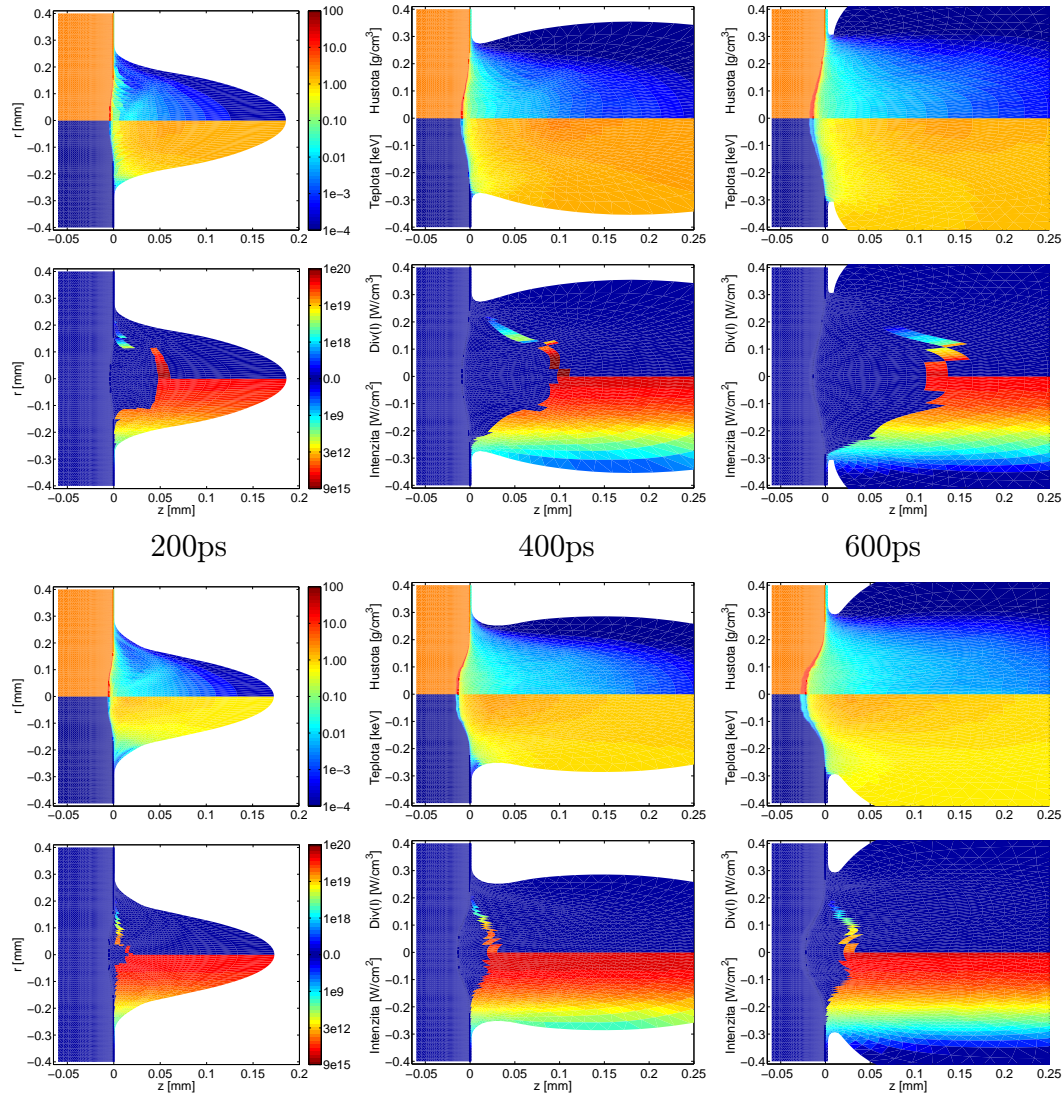
Přejdeme k zobrazení simulovaného průběhu intenzity záření v plasmové koruně. Parametry simulace z úvodu kapitoly zůstávají zachovány. Při zobrazování se omezíme na dvourozměrný graf v osách r a z . Lze si tedy představit, že vykreslujeme jednu polovinu řezu cylindricky symetrického 3D modelu v ose symetrie. Tuto polovinu doplníme druhou s odlišnými zobrazovanými veličinami, znaménko souřadnice r chápeme pouze jako symbolické odlišení těchto dvou veličin. Připomeňme, že paprsek záření dopadá zprava.

Obrázek 4.11 zobrazuje výsledky simulace pro absorpci na kritické ploše (ACS2) ve třech časech, a to 200ps v prvním sloupci, 400ps ve druhém a 600ps ve třetím. Připomeňme, že maximum výkonu laseru je ve 400ps. V první řadě v kladné ose r zobrazujeme hustotu v logaritmickém měřítku v rozsahu $0,0001 - 100g/cm^3$, v záporné části této osy pak logaritmicky teplotu odpovídající $0,0001 - 100keV$. Tento rozsah hustoty a teploty používáme pouze pro přehlednější zobrazení výsledků, ve skutečnosti si při prováděných simulacích vystačíme s maximální hustotou $20g/cm^3$ a teplotou odpovídající $3keV$. Pro pevný terčík odečteme $2,7g/cm^3$ a $0,03eV$.

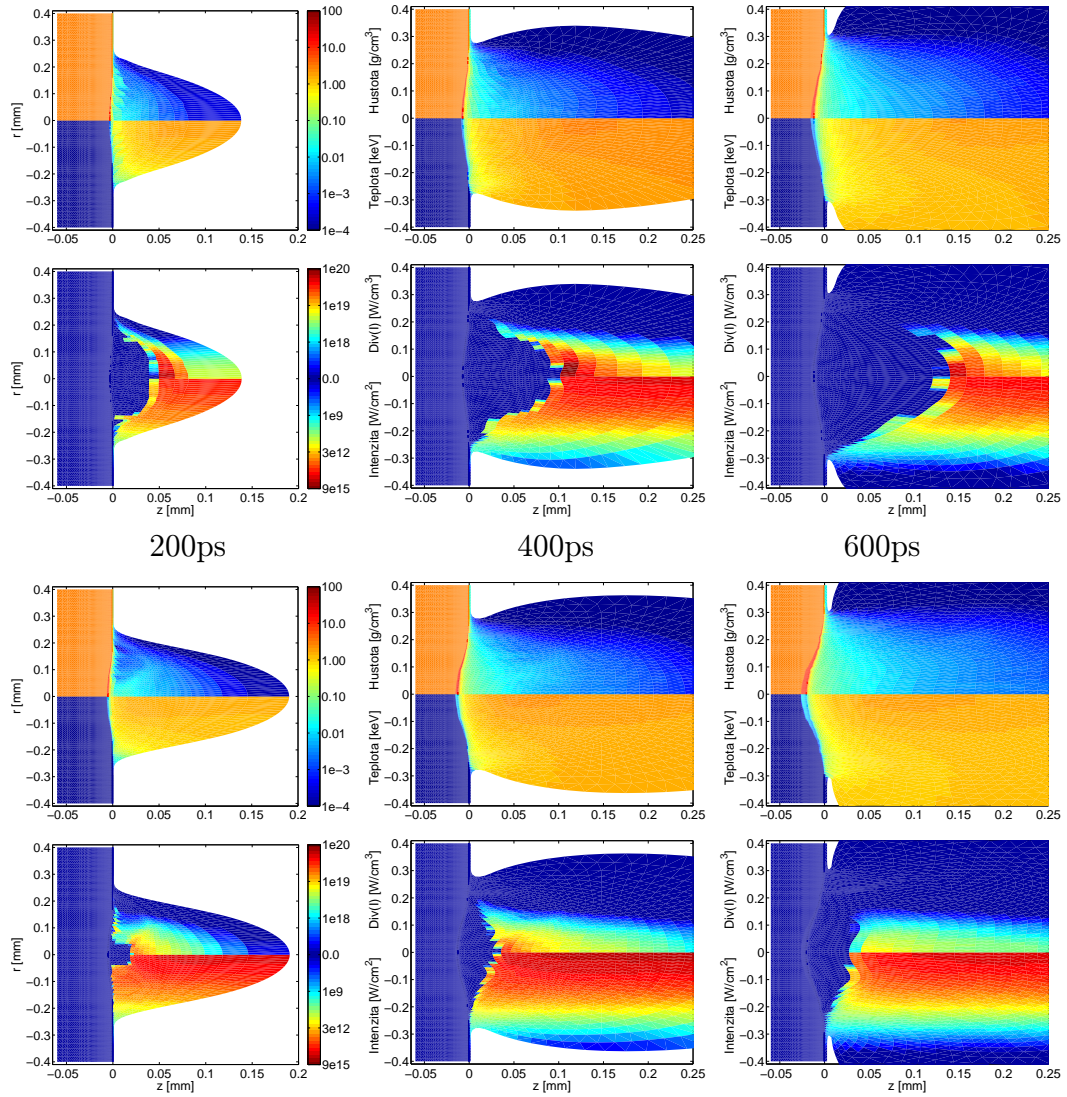
Druhá řada reprezentuje v kladné části r $\text{div}(\vec{I})$, zdrojový člen rovnice (1.1) udávající deponovaný výkon v $1cm^3$. Opět logaritmické měřítko a rozsah $10^{17} - 10^{20}W/cm^3$, může být v některých buňkách překročen. Pro záporné r pak intenzita na ozářených hranách buňky přiřazena do buněk v logaritmickém rozsahu $3,3 \cdot 10^5 - 9 \cdot 10^{15}W/cm^2$. Toto uspořádání se opakuje pro kratší vlnovou délku.

Uveďme nyní několik postřehů. Záření o kratší vlnové délce postupuje plasmatem mnohem dále, což není žádné překvapení. Zajímavější je, že kritická hustota plasmatu se s časem vzdaluje od terčíku a záření je tedy absorbováno daleko před počáteční hranicí terčíku na jedné řadě buněk, $\text{div}\vec{I}$ je nenulová pouze na skoku intenzity \vec{I} . Specifikem jednoduchého modelu absorpce na kritické ploše je to, že hustota energie dodaná do jedné buňky závisí na velikosti sítě. V ploše terčíku z průběhu hustoty a teploty opět identifikujeme postupující rázovou vlnu. Na závěr upozorníme na výpočetní síť kódu PALE, na které díky Eulerovským krokům nedochází k degeneraci buněk jako v prostých Lagrangeovských kódech, například [15].

Přejdeme k modelu absorpce popsané stacionárními Maxwellovými rovnicemi na obrázku 4.12. Značení a rozložení obrázků zůstává samozřejmě zachováno. Zde si můžeme prohlédnout rozložení absorbované energie v plasmatu. Především v pokročilých časech simulace již dochází k jejímu rozdělení mezi mnoho buněk a děje se tak poměrně daleko před hranicí kritické hustoty. To vede ke vzniku širší plasmové korony, jak je dobře vidět z obrázku v čase 400ps pro třetí harmonickou frekvenci. Další rozdíly jsou lépe patrné z řezů profilů hustoty a teploty v ose terčíku, proto jejich popis ponecháme do části porovnávající 1D a 2D, kde budeme tyto řezy uvádět.



Obrázek 4.11: Průběhy hustoty, teploty a intenzit pro absorpci na kritické ploše. Základní (nahore) a třetí harmonická (dole) frekvence laseru v různých časech. Detailnější popis v následujícím textu.



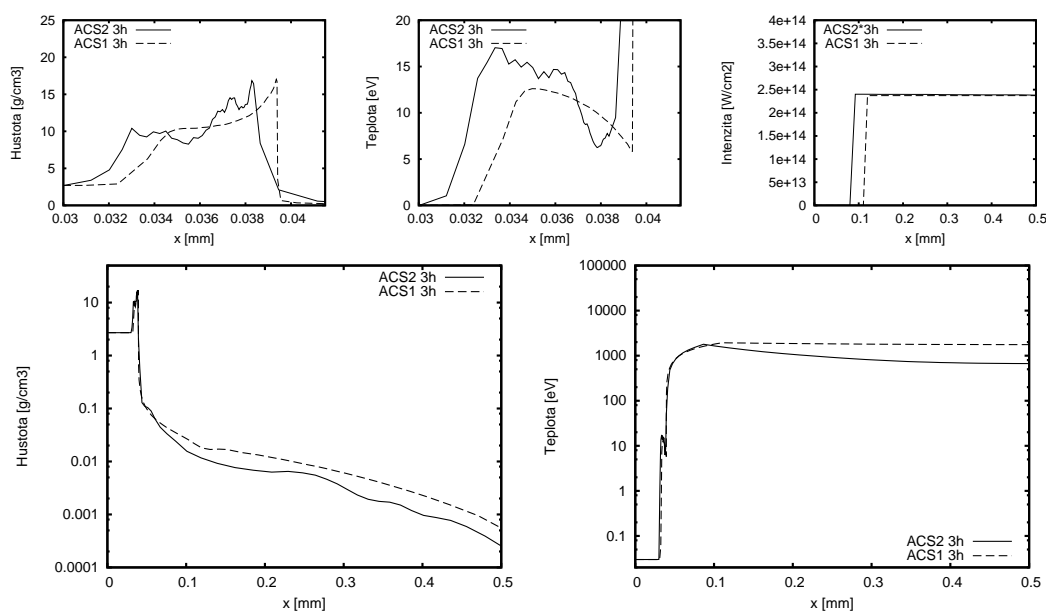
Obrázek 4.12: Průběhy hustoty, teploty a intenzit pro absorpci popsanou stacionárními Maxwellovými rovnicemi (rME2). Základní (nahore) a třetí harmonická (dole) frekvence laseru v různých časech.

4.4 Vzájemné porovnání 1D a 2D modelů

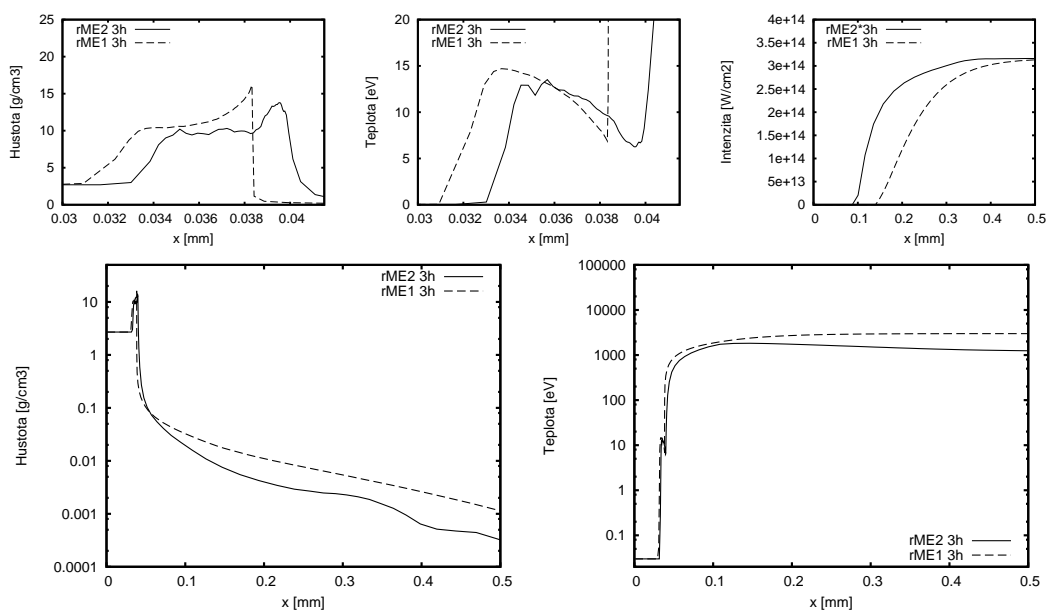
Na obrázcích 4.13 a 4.14 vidíme jednak známé výsledky 1D modelu, jednak hodnoty z buněk okolo osy terčičku získané z 2D modelu. Symbol * u použité metody absorpce (ASC2*3h, rME2*3h) značí zmenšení intenzity ve 2D na ose terčičku vzhledem ke Gaussovskému profilu záření v prostoru. Tento poměr maximální intenzity k průměrné intenzitě na poloměru fokusu uvažované v 1D činí zhruba 2,00 [12]. Připomeňme, že poloměr fokusu je definován plochou, na kterou dopadá 80% záření.

První věc, na kterou je vhodné upozornit, že se oba v implementaci zcela nezávislé modely v zásadě neliší, což je jistě dobře. Rozdíly pozorujeme především v průběhu hustoty, kde u 2D kódu klesá rychleji se vzdáleností od terčičku. Toto je očekávané chování, neboť expandující plasma se nešíří pouze dopředu jako v 1D, ale zároveň se rozpíná do stran. Z tohoto průběhu hustoty vyplývá posunutí plochy kritické plochy a tedy posun v intenzitě.

Srovnáme-li obrázky 4.13 a 4.14 mezi sebou, lze vyčíst že použití přesnější metody absorpce popsané stacionárními Maxwellovými rovnicemi vede k vyhlazení průběhů hustoty a teploty, což je jistě žádoucí.



Obrázek 4.13: Porovnání 1D a 2D při uvažování absorpce na kritické ploše rovnicemi pro třetí harmonickou frekvenci. Detaily hustoty, teploty a intenzity (nahore), hustota a teplota (dole) v čase 600ps.



Obrázek 4.14: Porovnání 1D a 2D při uvažování absorpce popsané stacionárními Maxwellovými rovnicemi pro třetí harmonickou frekvenci.

Závěr

V této práci jsme popsali základní metody absorpce laserového záření v plasmatu. Přitom jsme se zaměřili na praktickou implementaci těchto metod pro použití při hydrodynamické simulaci na Lagrangeovských sítích. Konkrétně se jednalo o model absorpce na kritické ploše a o model útlumu elektromagnetického pole popsany stacionárními Maxwellovými rovnicemi, a to jak v 1D, tak i ve 2D na logicky ortogonální čtyřúhelníkové síti.

Jaký byl tedy přínos naší práce? Při seznamování s 1D metodou popsanou stacionárními Maxwellovými rovnicemi jsme odhalili několik nepřesností v její implementaci a tyto jsme odstranili. Jejím testováním jsme ověřili, že pro řešení stacionárních Maxwellových rovnic je vhodné použít jemnější výpočetní síť než pro vlastní hydrodynamiku, a zkonstruovali jsme příslušnou metodu pro zjemnění sítě s lineární interpolací veličin v buňkách. Pro takto upravenou metodu jsme použitím předpokladu o šíření záření po přímých paprscích vytvořili metodu pro použití ve 2D na logicky ortogonální čtyřúhelníkové síti a implementovali příslušný algoritmus do kódu PALE. Obdobně jsme navrhli a implementovali metodu absorpce na kritické ploše ve 2D. Na závěr jsme uvedené metody otestovali pro případ interakce záření s masivním hliníkovým terčíkem a provedli jejich porovnání.

Literatura

- [1] K. Eidmann, J. Meyer ter Vehr, and T. Schlegel. *Hydrodynamic simulation of subpicosecond laser interaction with solid-density matter*. Phys. Rev. E, **62**(1):1202-1214, 2000.
- [2] T. Kapin, M. Kuchařík, J. Limpouch, and R. Liska. *Hydrodynamic simulations of laser interactions with low-density foams*. Czechoslovak Journal of Physics, **56**:B493-B499, 2006.
- [3] N. N. Demchenko and V. B. Rozanov. *A hydrodynamic model of interaction of picosecond laser pulses with condensed targets*. J. of Russian Laser Research, **22**(3):228-242, 2001.
- [4] J. Šilar. *Hydrodynamické modelování laserového plazmatu*. Bakalářská práce, ČVUT FJFI, 2008.
- [5] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon press, Oxford, 1980.
- [6] I. G. Lebo, N. N. Demchenko, A. B. Iskakov, J. Limpouch, V. B. Rozanov, and V. F. Tishkin. *Simulation of high-intensity laser-plasma interactions by use of the 2D Lagrangian code "ATLANT-HE"*. Laser and Particle Beams, **22**:267-273, 2004.
- [7] M. Kálal. *Elektrodynamika*. Skriptum (nepublikováno), ČVUT FJFI, 2008.
- [8] M. Shashkov. *Conservative Finite-Difference Methods on General Grids*. CRC Press, Boca Raton, Florida, 1996.
- [9] T. Kapin, M. Kuchařík, J. Limpouch, R. Liska, and P. Váchal. *Arbitrary Lagrangian Eulerian method for laser plasma simulations*. Int. J. Numer. Meth. Fl., **56**(8):1337-1342, 2008.
- [10] F. F. Chen. *Úvod do fyziky plazmatu*. Academia, nakladatelství ČSAV, Praha, 1984.
- [11] R. M. More, K. Warren, D. Young, and G. Zimmerman. *A new quotidian equation of state (qeos) for hot dense matter*. Phys. Fluids, **31**(10):3059-3078, 1988.
- [12] M. Kuchařík. *Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) Methods in Plasma Physics*. PhD thesis, CTU FNSPE, 2006.

- [13] J. Limpouch. Private communication, ČVUT FJFI, 2009.
- [14] S. Eliezer, *The Interaction of High-power Lasers with Plasmas*. IOP Publishing Ltd, Bristol, 2002.
- [15] A. B. Iskakov, I. G. Lebo, and V. F. Tishkin. *2D numerical simulation of the interaction of high-power laser pulses with plane targets using the "ATLANT-C" Lagrangian code*. J. of Russian Laser Research, **21**(3):247-263, 2000.
- [16] R. Liska, J. Limpouch, M. Kucharik, and O. Renner. *Selected Laser Plasma Simulations by ALE Method*. Journal of Physics: Conference Series, **112**(022009):1-4, 2008.
- [17] T. J. Barth. *Numerical methods for gasdynamic systems on unstructured meshes*. In D. Kroner, M. Ohlberger, and C. Rohde, editors, Numerical Methods for Gasdynamic Systems on Unstructured Meshes. Springer, Berlin, 1997.