Mullerova metoda hledání kořene polynomu

- Chceme nalézt kořen $\tilde{x}$ polynomu $P(x)$.
- Máme tři body x_1, x_2, x_3 a v nich funkční hodnoty $y_1 = P(x_1)$, $y_2 = P(x_2)$, $y_3 = P(x_3)$. Předpokládáme že bod x_3 je nejblíže řešení.
- Hodnoty y_1, y_2, y_3 proložíme Lagrangeovým interpolačním polynomem

  $$L(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}\,y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}\,y_2 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}\,y_3,$$

  což lze zapsat jako

  $$L(x) = A\,x^2 + B\,x + C,$$

  kde

  $$\begin{aligned} A &= \frac{1}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}\,y_1 + \frac{1}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}\,y_2 + \frac{1}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}\,y_3,\\ B &= \frac{-(x_2+x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}\,y_1 + \frac{-(x_1+x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}\,y_2 + \frac{-(x_1+x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}\,y_3,\\ C &= \frac{x_2\,x_3}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}\,y_1 + \frac{x_1\,x_3}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}\,y_2 + \frac{x_1\,x_2}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}\,y_3. \end{aligned}$$

- Hledáme kořen původního polynomu $P(x)$ a předpokládáme že leží blízko kořene Lagrangeova polynomu $L(x)$, který $P(x)$ aproximuje, tedy položíme $L(x) = 0$ a řešíme kvadratickou rovnici pro x:

  $$x_{a,b} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4\,A\,C}}{2\,A}.$$

  Z kořenů vybereme ten který je blíže k x_3:

  $$\tilde{x} := \begin{cases} x_a & \text{pokud } |x_a - x_3| < |x_b - x_3| \\ x_b & \text{jinak} \end{cases}.$$

- Takto postupujeme iteračně, tedy přiřadíme

  $$\begin{aligned} (x,y)_1 &:= (x,y)_2,\\ (x,y)_2 &:= (x,y)_3,\\ (x,y)_3 &:= (\tilde{x}, P(\tilde{x})) \end{aligned}$$

  a celý proces opakujeme.