



FAKULTA
JADERNÁ
A FYZIKÁLNĚ
INŽENÝRSKÁ
ČVUT V PRAZE

Základy optiky - 12ZAOP

Pavel Kwiecien

email: pavel.kwiecien@fjfi.cvut.cz

tel: 951 55 2814

pracovna: Troja, budova Těžkých laboratoří, KFE FJFI, 2.p, místnost L-227

ZS 2021/2022

učebna: Trojanova, KFE-125

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1. Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, definice používaných symbolů a komplexní symbolika.
- 2. Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, energie vlny, polarizace.
- 3. Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, index lomu.
- 4. Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, indukovaná anizotropie, optická aktivita, šíření optické vlny v nelineárním prostředí, nelineární jevy a jejich aplikace.
- 5. Přejed optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, Snellovy zákony a Fresnelovy vztahy, vliv anizotropie na jevy na rozhraní.
- 6. Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 7. Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlňová interference a její využití.
- 8. Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9. Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie.
- 10. Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiální prostor, tenká čočka, aberace optických systémů.
- 11. Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12. Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1 Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2 Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3 Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4 Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5 Přejechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6 Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlňová
- 7 Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8 Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9 Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10 Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11 Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12 Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Základy optiky – literatura

Materiály k přednáškám: MS TEAMS: Team-12ZAOP - ZS 2022 / 2023

Doporučená literatura:

Hecht E.: *Optics*, 5th edition, Pearson, 2016

Saleh, B.E.A., Teich, M. C.: *Fundamentals of Photonics*, 3rd edition, Wiley-Interscience, Hoboken, 2019

Guenther, B. D.: *Modern Optics*, 2nd edition, Oxford University Press, New York, 2015

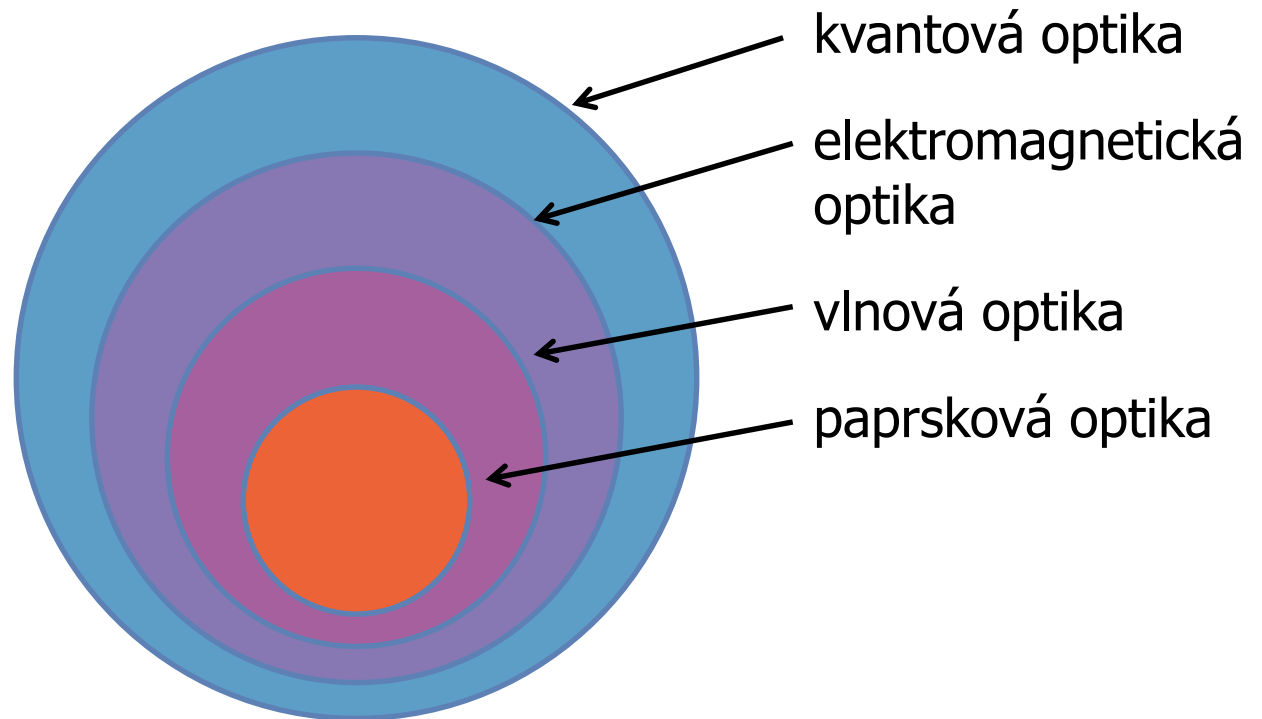
Fiala P., Richter I.: *Fyzikální optika*, skriptum, ČVUT Praha, 2005

R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *Feynmanovy přednášky z fyziky*, Fragment, Praha, 2000-2002

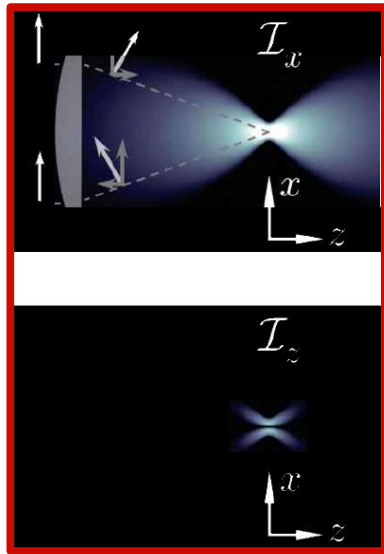
Podmínky udělení zápočtu - alespoň 10 bodů ze 2 písemných zápočtových testů v průběhu semestru (2x10 bodů)

Popis optických jevů

- teorie kvantové optiky poskytuje vysvětlení všech optických jevů
- elektromagnetická teorie světla (elektromagnetická optika) poskytuje nejúplnější popis světla v rámci klasické optiky
- paprsková optika je limitním případem vlnové optiky (skalární popis světla), jsou-li vlnové délky velmi krátké
- pro popis určitého optického jevu je dobré si zvolit vhodný popis

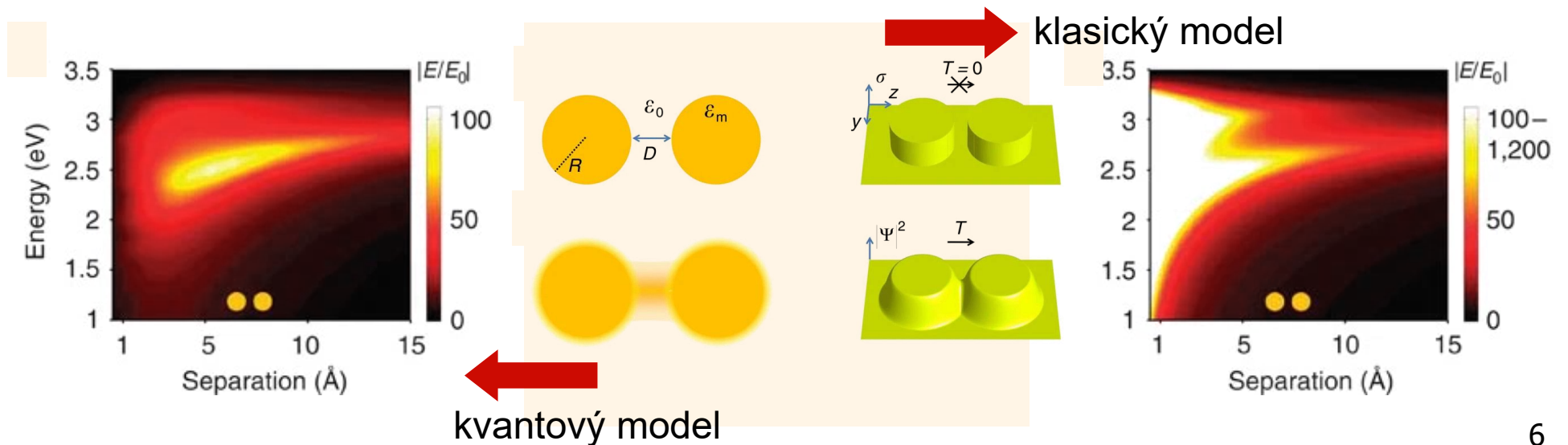


Popis optických jevů – příklady



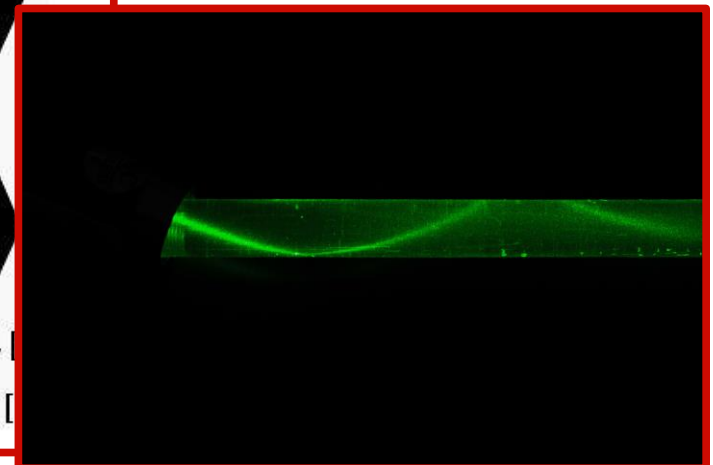
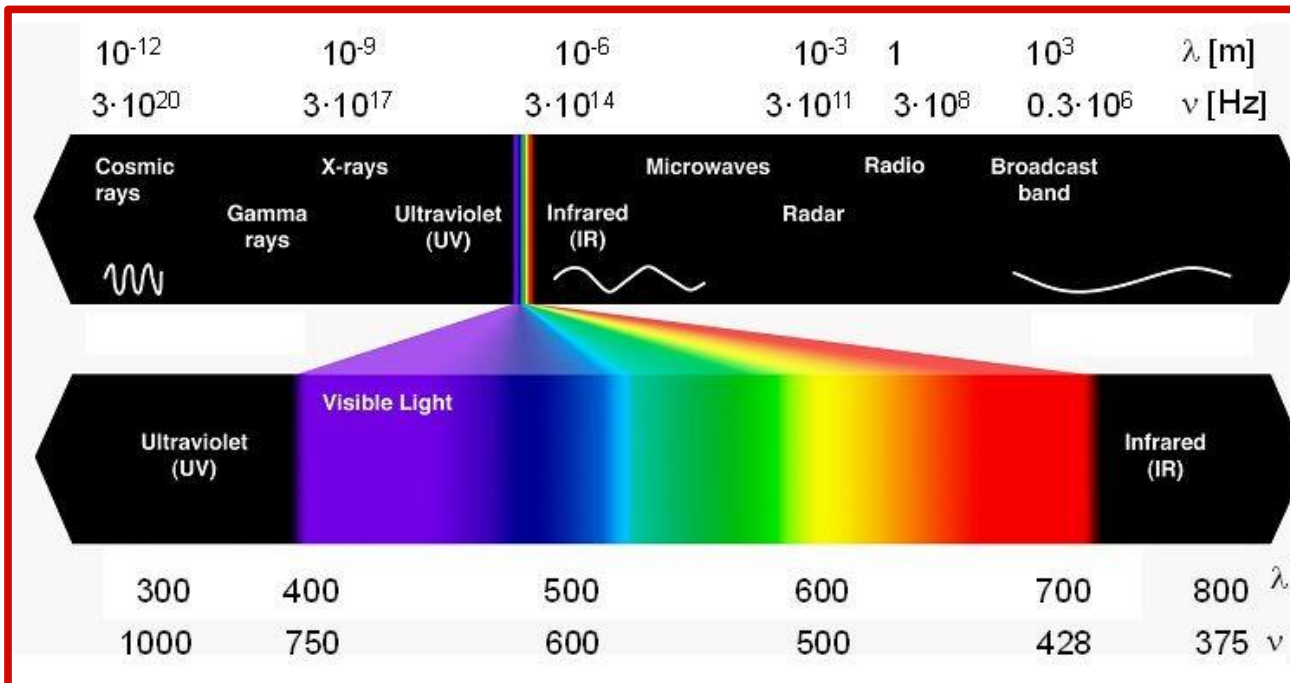
- Distribuce intenzity zaostřeného světla čočkou v rovině xz odpovídající komponente

- Optická odezva malého kovového dimeru simulovaného kvantovým a klasickým modelem. Dimer se skládá ze dvou Na k rovinná vlna s elektrickým polem E_0 polarizovaným podél osy dimeru z .



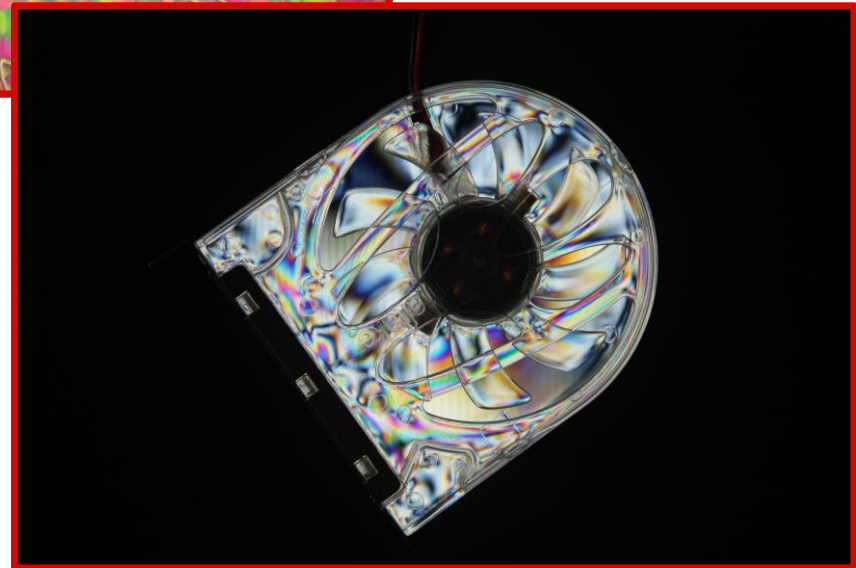
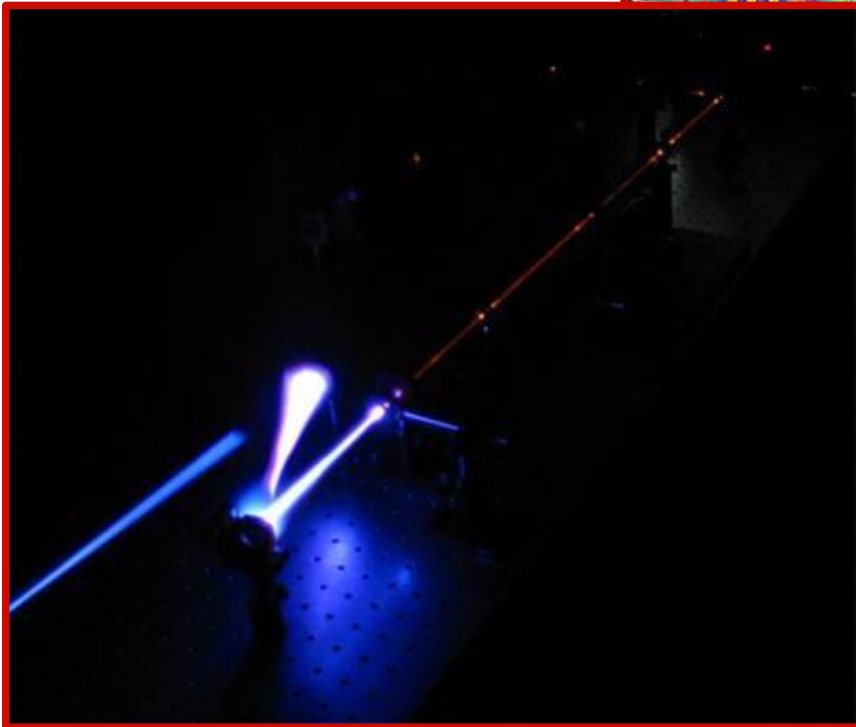
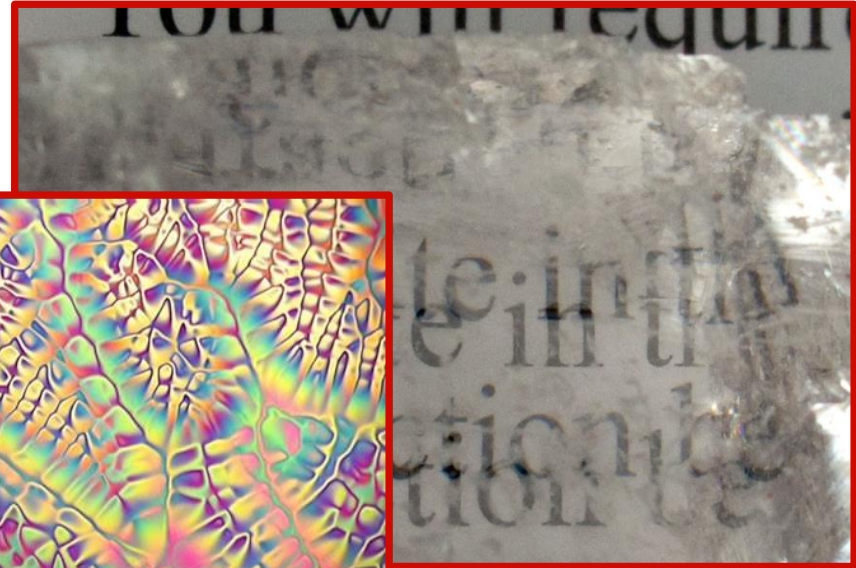
Optická vlna a její šíření

- popis elektromagnetických vln a jejich šíření
- spektrum elektromagnetického záření
- základní vlastnosti optických vln
- šíření optické vlny v materiálovém prostředí
- kapitoly 1-3



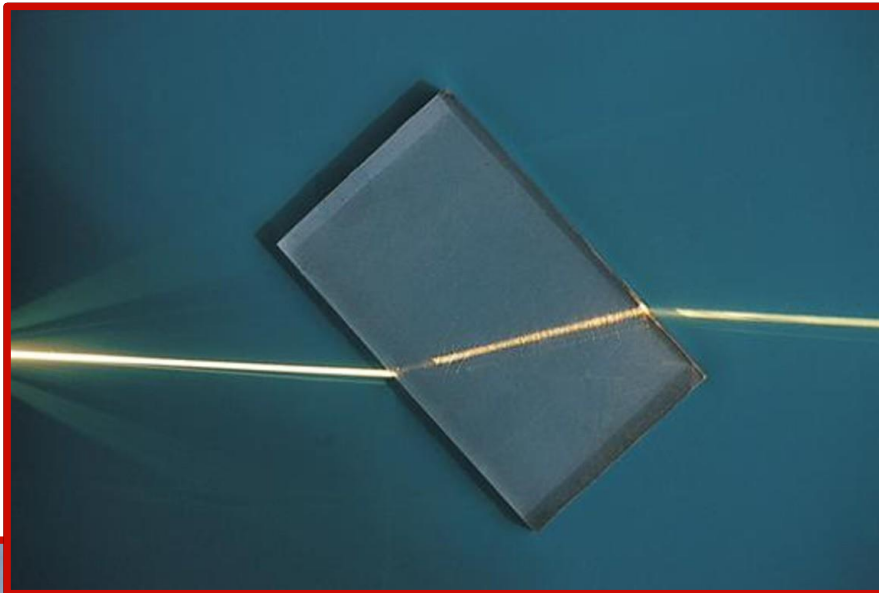
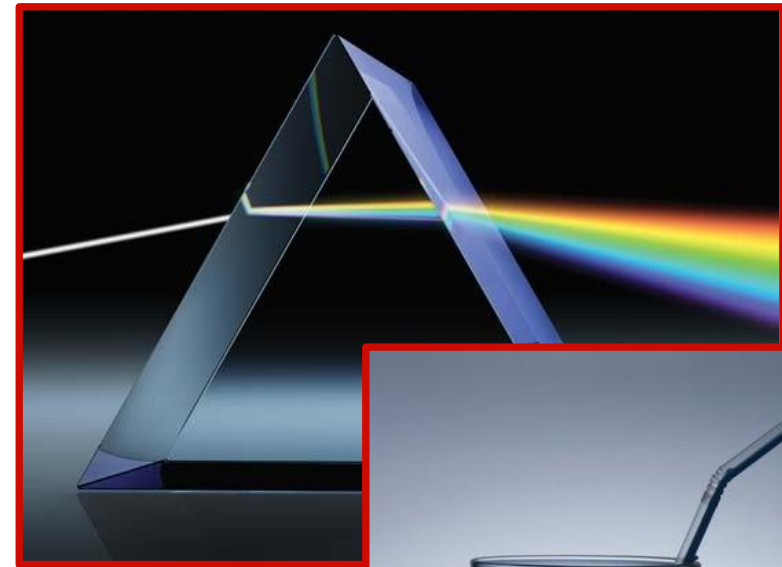
Optická vlna v anizotropním a nelineárním prostředí

- popis anizotropních prostředí
- šíření vlny v anizotropním prostředí
- využití efektů anizotropie
- nelineární prostředí, využití nelinearity
- kapitola 4



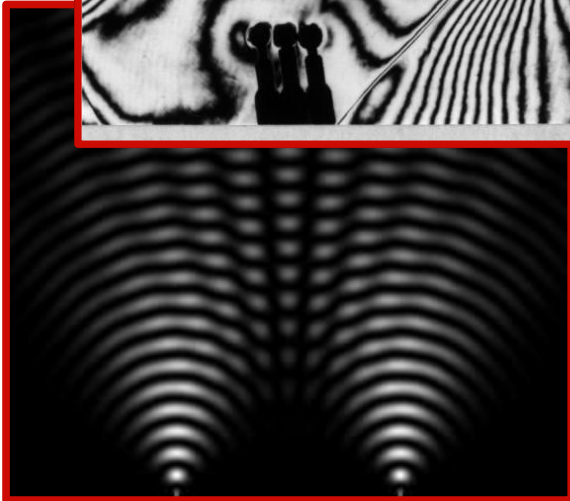
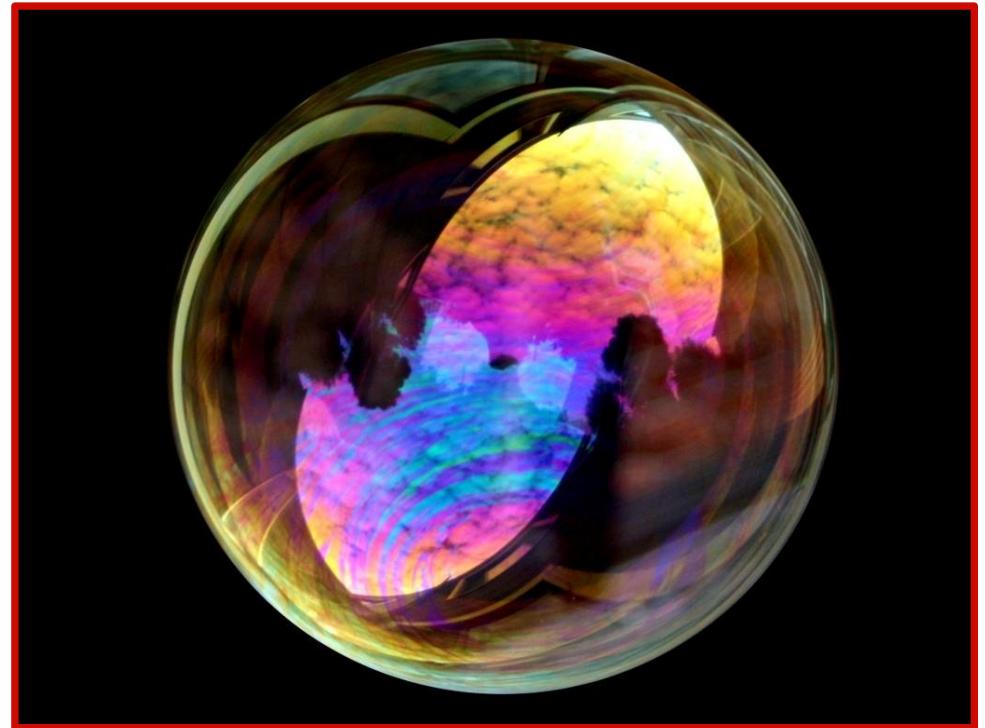
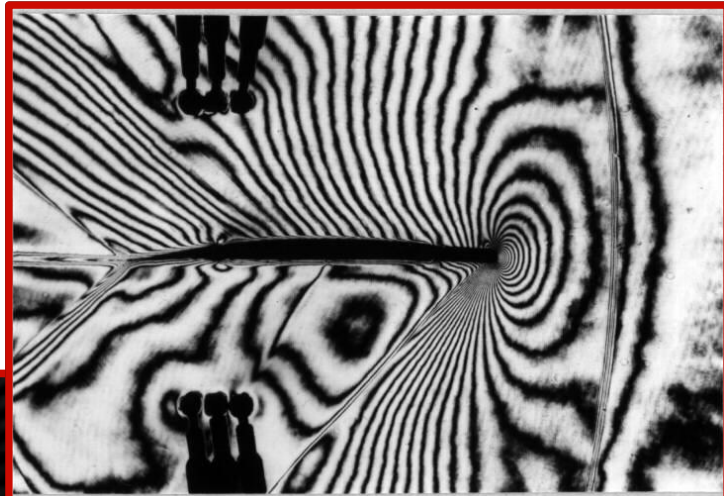
Průchod rozhraním a nehomogenní prostředí

- jevy na rozhraní homogenních prostředí
- spojitě nehomogenní prostředí
- lom, odraz a jejich využití
- kapitola 5



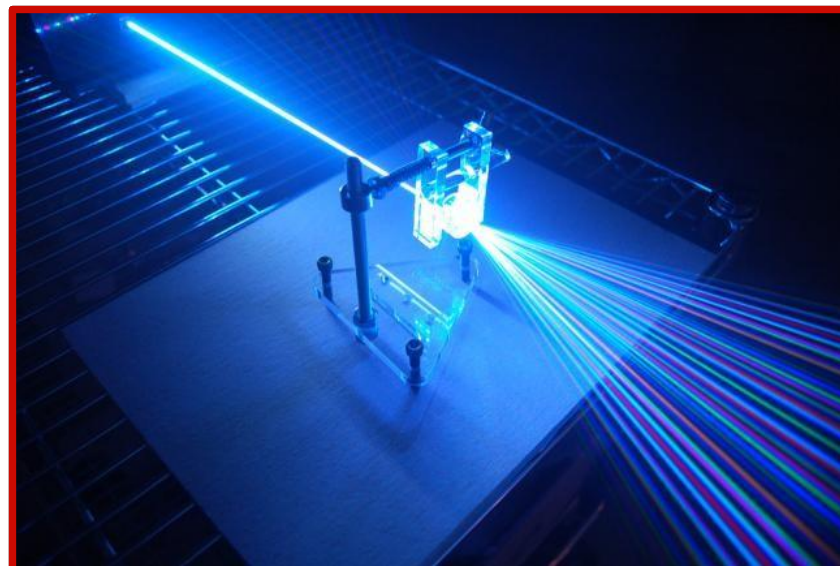
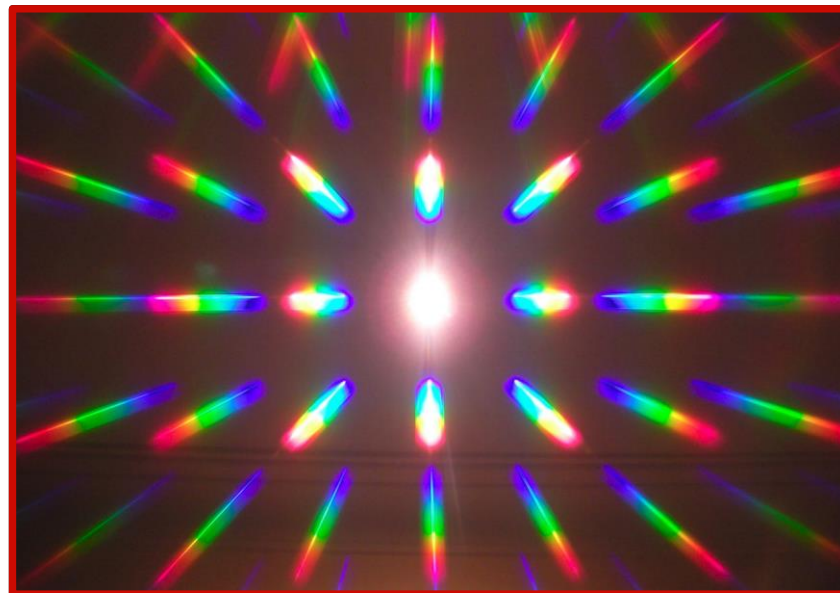
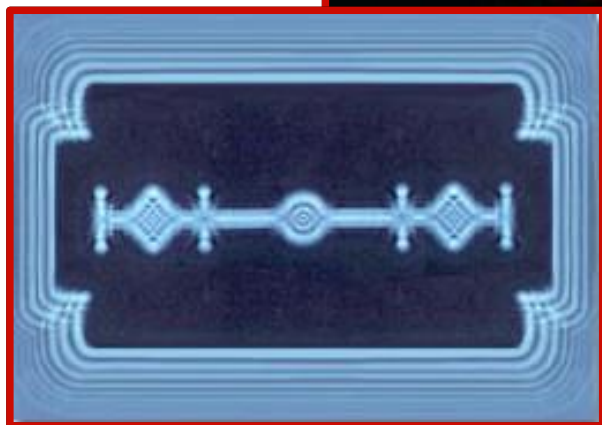
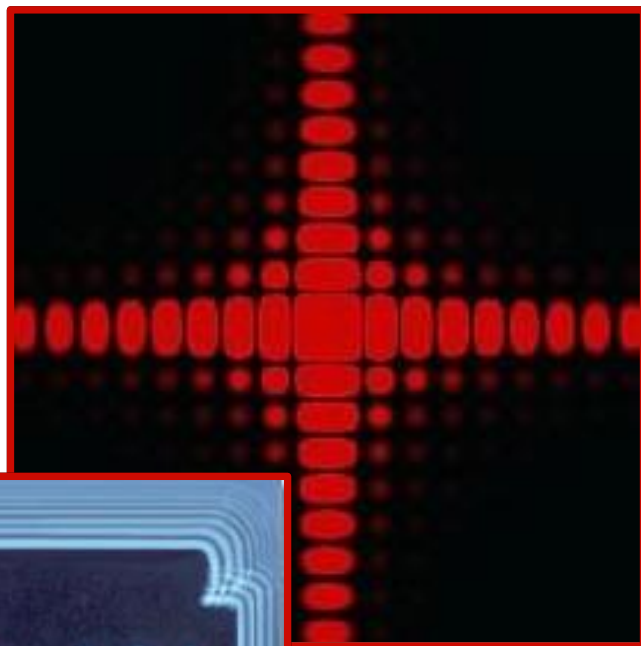
Interference světla a interferometrie

- statistické vlastnosti světelných vln
- interference světla
- tenké vrstvy a jejich aplikace
- kapitoly 6-7



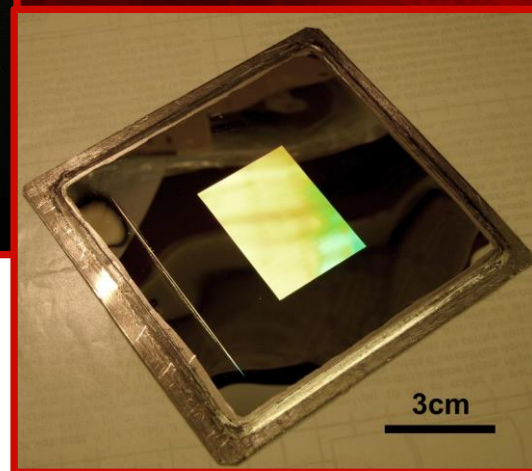
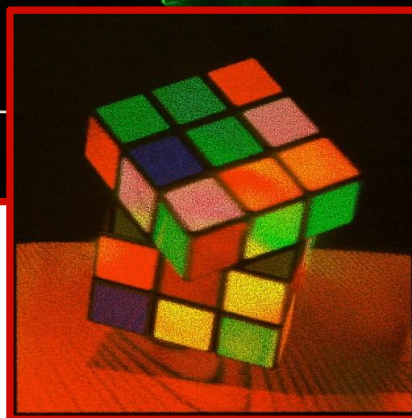
Difrakce světla

- difrakce světla
- základní popis difrakčních procesů
- difrakce na jednoduchých strukturách
- kapitola 8



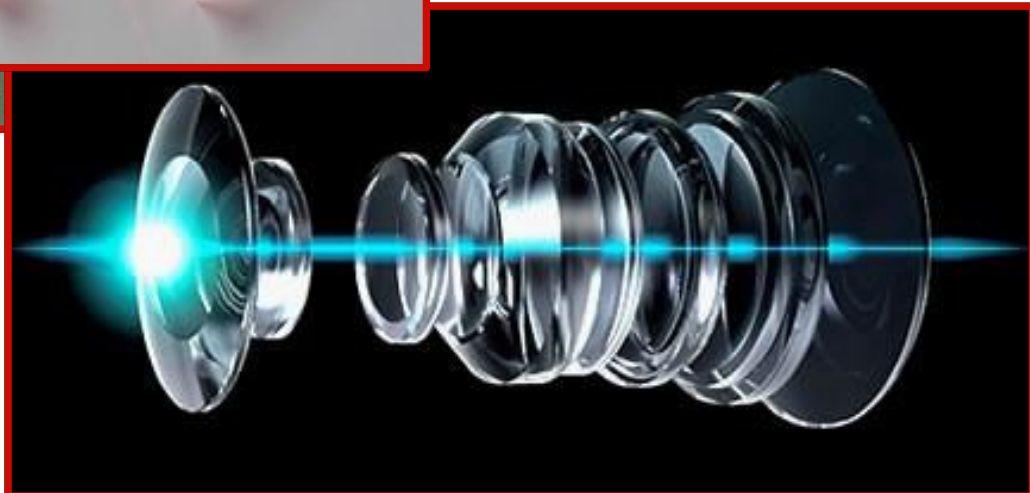
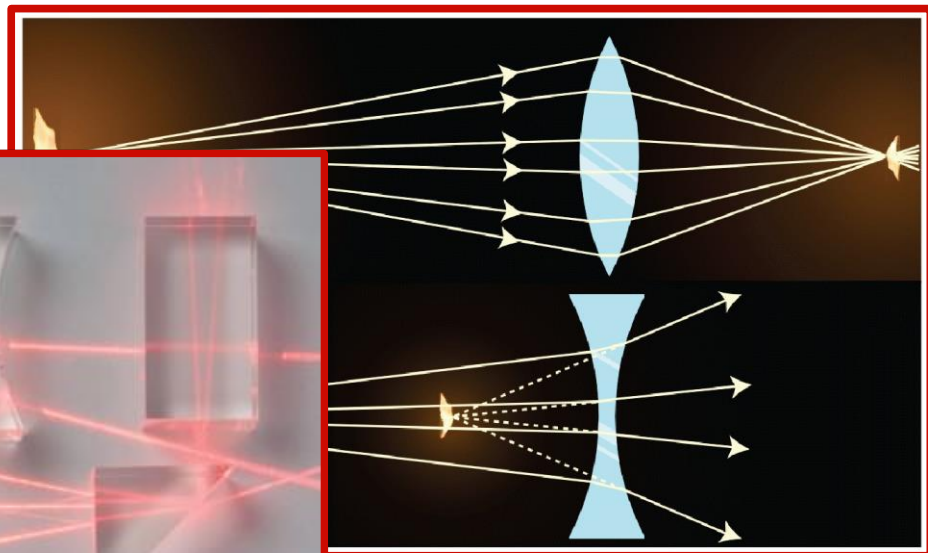
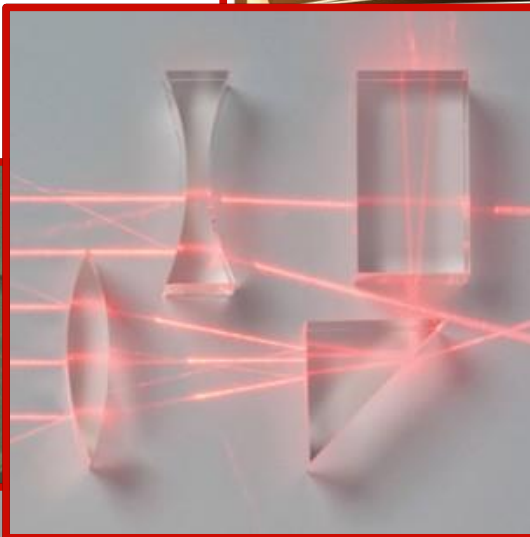
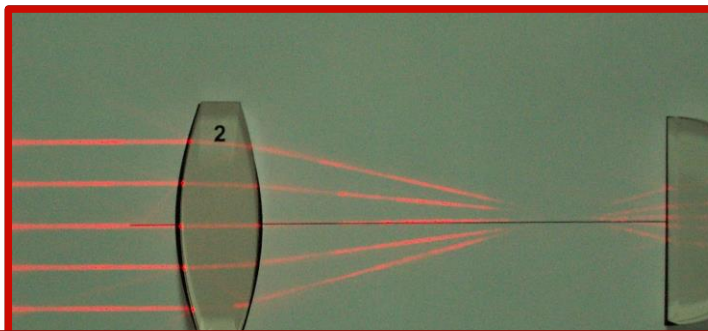
Difraktivní struktury a holografie

- difrakční mřížky a obecné difraktivní struktury
- klasická a syntetická holografie
- realizace hologramů
- kapitola 9



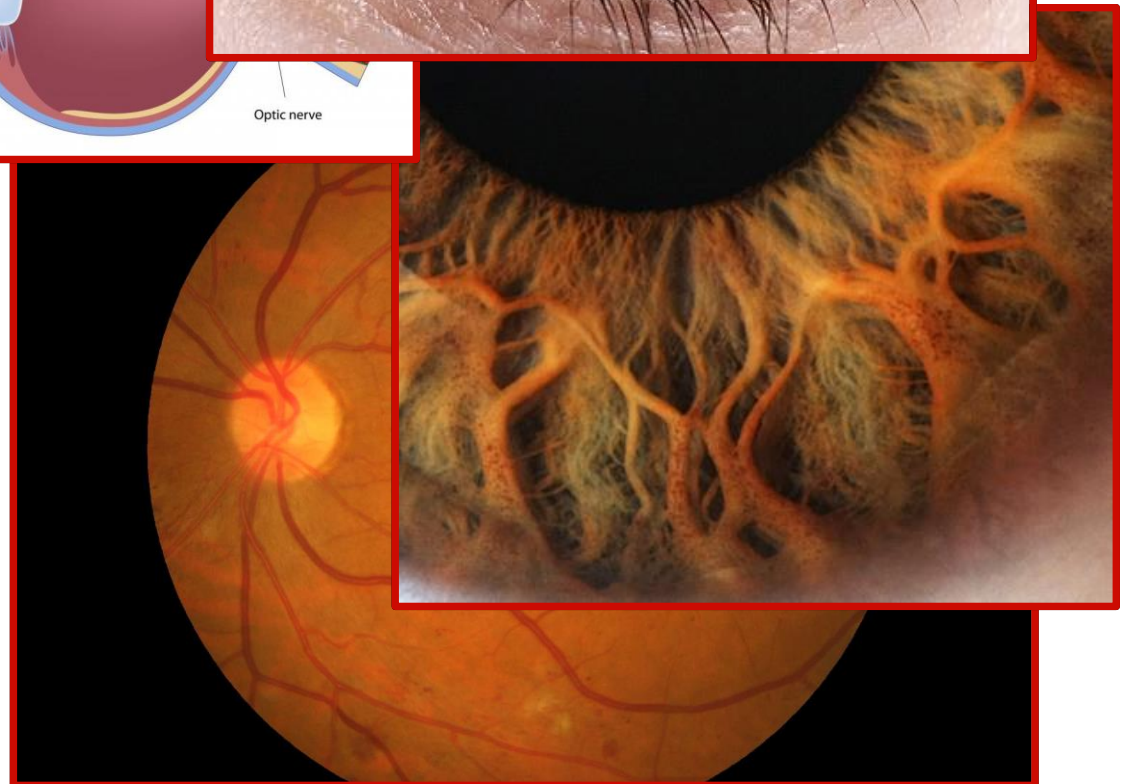
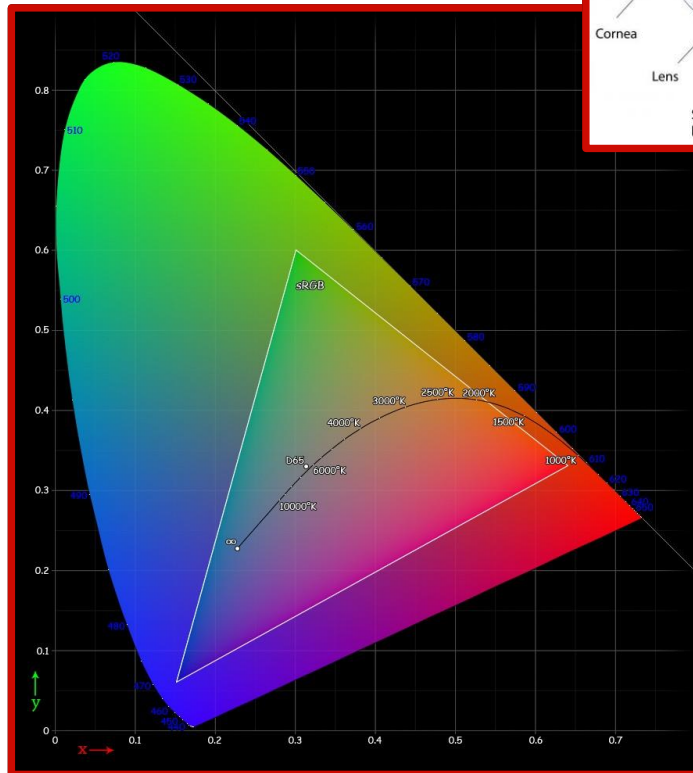
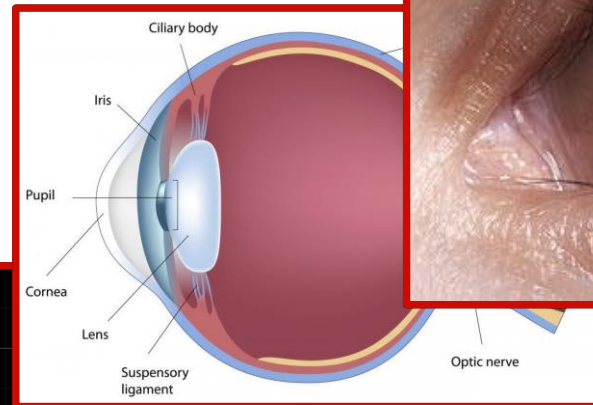
Geometrická optika

- přístup geometrické optiky
- základní postuláty geometrické optiky
- geometrický popis optických systémů
- kapitola 10



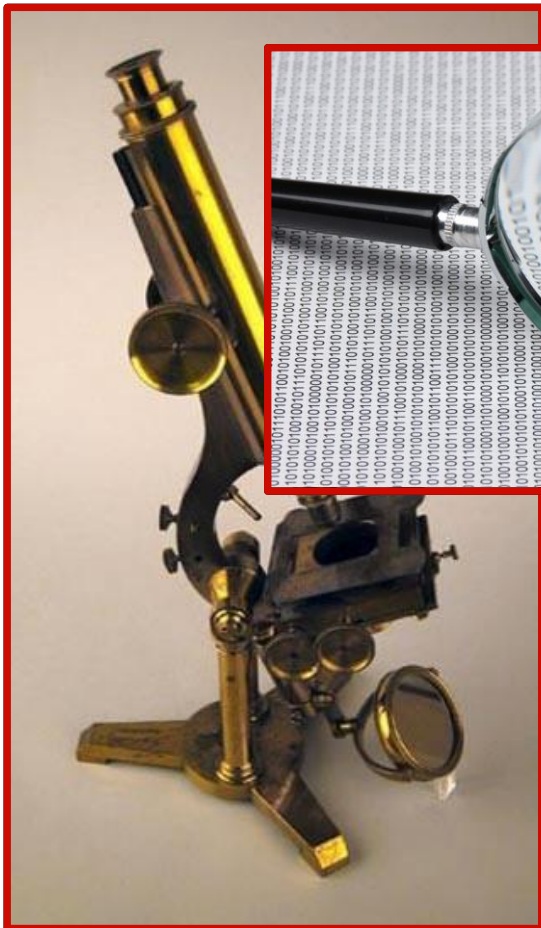
Lidské oko a vidění

- lidské oko
- fotometrie a radiometrie
- barevné vidění
- kapitola 11



Optické přístroje

- základní principy optických přístrojů
- lupa, dalekohled, mikroskop
- fotografie
- kapitola 12



Historie optiky

- **starověk**

- Pythagoras, Demokritos, Platón, Aristoteles, Euklides, Ptolemaios – lom světla, čočky pro zapalování, atd.

- **středověk** – centrum, v arabském světě

- Alhazen (~1000) – sférická a parabolická zrcadla, struktura lidského oka
- Francis Bacon (1215-1294) – zobrazení, idea teleskopu, vylepšování vidění
- Leonardo da Vinci (1452-1519) – camera obscura

- **novověk**

- Lippershey, Galileo Galilei (1564-1642) – refrakční teleskop
- Janssen (1588-1632) – mikroskop
- Johannes Kepler (1571-1630) – teleskop se spojným okulárem
- Willebrord Snell (1580-1626), René Descartes (1596-1650) – zákon lomu
- Pierre de Fermat (1601-1665) – princip nejmenšího času (Fermatův princip)
- Francesco Grimaldi (1618-1663) – difrakce světla, pozorování světých proužků ve stínu tyčinky
- Christian Huygens (1629-1695) – vlnová teorie, dvojlom, polarizace světla

- **moderní dějiny**

- Thomas Young (1773-1829) – princip interference světla
- Augustin Fresnel (1788-1827) – spojení Huygensova principu a interference světla, Fresnelovy vzorce
- James Clerk Maxwell (1831-1879) – Maxwellovy rovnice, světlo jako elektromagnetická vlna v éteru
- Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) – teoretické aspekty teorií Huygense a Fresnela
- Albert Einstein (1879-1955) – speciální teorie relativity, konstantní rychlost světla, kvantová teorie světla
- Max Planck (1858-1947) – kvantová teorie – kvantová mechanika
- Theodore Maiman (1927-2007) – objev laseru v roce 1960

Symbolika – jak zjednodušit zápis a počítání?

- symboly \mathcal{E} , \mathcal{B} , \mathcal{D} , \mathcal{H} a další označené stejným fontem budeme používat pro označování reálných veličin s obecnou časoprostorovou závislostí

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \in \mathbf{R}$$

- v případě harmonické časové závislosti je práce s reálnými veličinami technicky komplikovaná

$$a = A \cos(\omega t + \phi) = A \cos \varphi$$

$$\hat{a} = A \cos \varphi + iA \sin \varphi = A(\cos \varphi + i \sin \varphi) = Ae^{i\varphi} = Ae^{i\phi} e^{i\omega t} = \hat{A} e^{i\omega t}$$

$$a = A \cos \varphi = \operatorname{Re}(\hat{a}) = \frac{1}{2} (\hat{a} + \hat{a}^*)$$

↑
komplexní amplituda

- zavádíme proto popis pomocí \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{D} , \mathbf{H} , které jsou komplexními amplitudami veličin s harmonickým časovým průběhem, přičemž platí

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{i\omega t} \}$$

- podmínkou je **linearita všech vztahů**, na které je tento přístup aplikován!!!

$$\begin{aligned} \mathcal{L} (\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \alpha_3 a_3 + \dots + \alpha_n a_n) &= \\ &= \alpha_1 \mathcal{L} (a_1) + \alpha_2 \mathcal{L} (a_2) + \alpha_3 \mathcal{L} (a_3) + \dots + \alpha_n \mathcal{L} (a_n) \end{aligned}$$

- linearita systému je otázkou nejenom systému samotného, ale také veličiny, pro kterou linearitu posuzujeme (stejný systém může být vůči jedné veličině lineární a vůči jiné ne!!!)

Komplexní symbolika – návrat k reálným veličinám

- pokud zavedeme komplexní veličinu k nějaké reálné veličině, můžeme přejít zpět aplikací jednoduchého vztahu

$$a = A \cos \varphi = \operatorname{Re}(\hat{a}) = \frac{1}{2} (\hat{a} + \hat{a}^*)$$

- při součinu (resp. umocnění) dvou proměnných nastává problém, jelikož se již nejedná o lineární operaci a platí

$$ab = \frac{1}{2} (\hat{a} + \hat{a}^*) \frac{1}{2} (\hat{b} + \hat{b}^*) = \frac{1}{4} \left[(\hat{a}\hat{b}^* + \hat{a}\hat{b}) + (\hat{a}\hat{b}^* + \hat{a}\hat{b})^* \right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\hat{a}\hat{b}^* + \hat{a}\hat{b}]$$

a tedy **nelze po provedení této operace přecházet k reálným veličinám prostou separací reálné části!!!**

- zajímavou (a prakticky důležitou) operací je časové středování součinu (např. u výpočtu výkonu), kde platí:

$$\begin{aligned} \langle ab \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} a(t)b(t)dt = \frac{1}{2} \left\langle \operatorname{Re} [\hat{a}\hat{b}^* + \hat{a}\hat{b}] \right\rangle = \frac{1}{2} \left\langle \operatorname{Re} [\hat{A}e^{i\omega t} \hat{B}^*e^{-i\omega t} + \hat{A}e^{i\omega t} \hat{B}e^{i\omega t}] \right\rangle = \\ &= \frac{1}{2} \left\langle \operatorname{Re} [\hat{A}\hat{B}^* + \hat{A}\hat{B}e^{2i\omega t}] \right\rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\hat{A}\hat{B}^*] + \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\hat{A}\hat{B} \underbrace{\langle e^{2i\omega t} \rangle}_{=0}] = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\hat{A}\hat{B}^*] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\hat{a}\hat{b}^*] \quad \text{komplexní symbolika: namísto integrace postačí prosté násobení} \end{aligned}$$

- potom platí pro střední časovou hodnotu druhé mocniny reálné veličiny

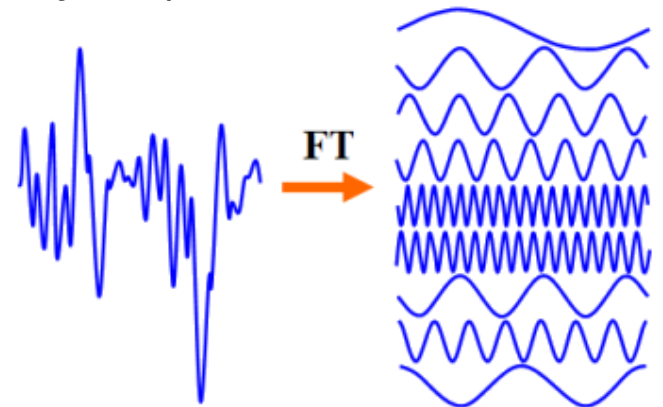
$$\langle aa \rangle = \frac{1}{2} |\hat{a}|^2$$

Fourierova transformace/řada

- velice zajímavá a důležitá je analýza pro časově harmonické signály, neboť prostřednictvím Fourierovy analýzy lze li
- definujme Fourierovu transformaci pro funkci reálné proměnné následujícím způsobem

$$\mathcal{F}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{2\pi i\nu t} dt$$

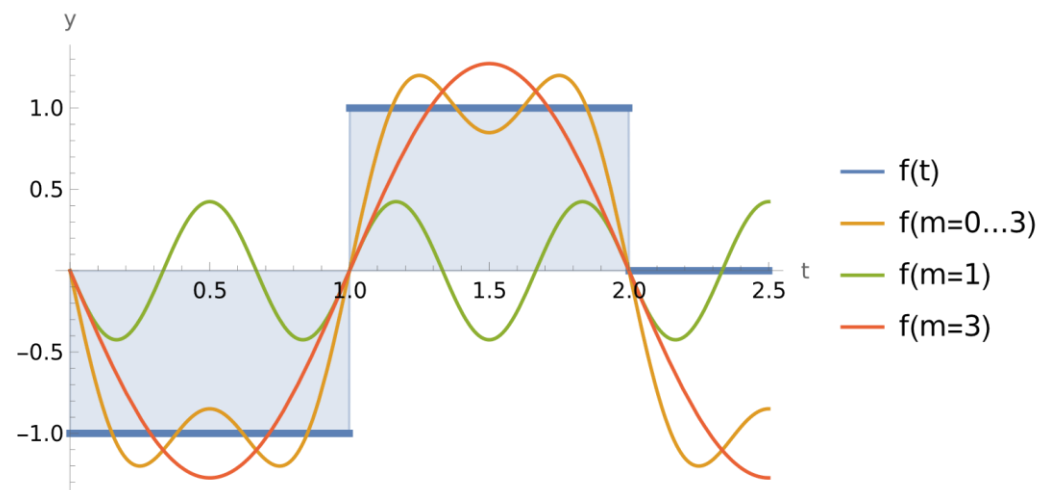
$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(\nu)e^{-2\pi i\nu t} d\nu$$



- pro periodické funkce je možné přejít k Fourierově řadě ve tvaru

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{-2\pi i m \nu_0 t}$$

$$c_m = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} f(t)e^{2\pi i m \nu_0 t} dt$$



Seznam přednášek a jejich náplň

1 Úvod – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d

2 Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e

3 Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in

4 Anizotropní a nelineární prostředí – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in

5 Přejechod optické vlny rozhraním dvou prostředí – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v

6 Interference světla a interferometrie – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlňová

7 Statistické vlastnosti optické vlny – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.

8 Difrakce světla – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.

9 Difraktivní struktury a holografie – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie

10 Geometrická optika – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál

11 Lidské oko a vidění – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.

12 Optické přístroje – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Maxwellovy rovnice

- elektrické a magnetické procesy ve vakuu jsou popsány vyčerpávajícím způsobem Maxwellovými rovnicemi ve tvaru

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathcal{E} + \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \times \mathcal{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} &= \mu_0 \mathcal{J} \\ \nabla \cdot \mathcal{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla \cdot \mathcal{B} &= 0\end{aligned}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$$

\mathcal{E} , \mathcal{B} jsou reálné veličiny s obecnou časoprostorovou závislostí

Faradayův zákon

$$\oint_l \mathcal{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathcal{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Ampérův zákon

$$\oint_l \mathcal{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \left(\mathcal{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

Gaussův zákon

$$\oint_S \mathcal{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$\oint_S \mathcal{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

- na náboj q pohybující se rychlostí \mathbf{v} působí Lorentzova síla

$$\mathcal{F} = q(\mathcal{E} + \mathbf{v} \times \mathcal{B})$$

- Maxwellovy rovnice ve vakuu jsou lineární, obsahují pouze první mocniny veličin a lineární operátory, platí princip superpozice

Vlnová rovnice

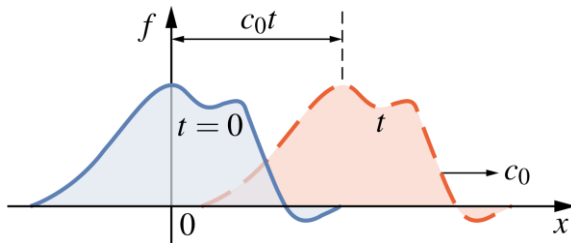
- z Maxwellových rovnic je možné odvodit vlnovou rovnicí následujícím způsobem

$$\begin{aligned} \nabla \times \left(\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) &= 0 \\ \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0 \quad \rho = 0 \\ \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \mathbf{J} &= 0 \end{aligned}$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

- uvažujme pro jednoduchost jednorozměrnou rovnici a funkci $\psi(x, t) = f(x - c_0 t)$, která nemění v čase svůj tvar



$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= f'(x - c_0 t) & \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= f''(x - c_0 t) \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} &= -c_0 f'(x - c_0 t) & \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= c_0^2 f''(x - c_0 t) \end{aligned}$$

- toto řešení má formu vlnění, které se šíří s fázovou rychlostí c_0 , řešením je i superpozice vln ve tvaru

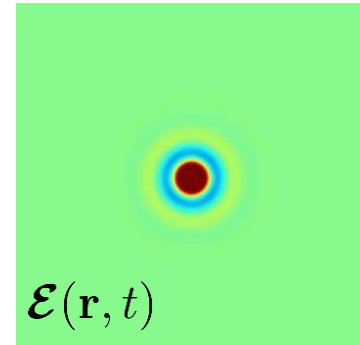
$$\psi = f_1(x - c_0 t) + f_2(x + c_0 t)$$

Helmholtzova rovnice – stacionární řešení

- pro harmonickou časovou závislost lze psát

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{i\omega t} \} \quad \nabla^2 \mathcal{E} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = 0$$

řešení závisí na čase, obrázek zobrazuje vývoj v určitém čase

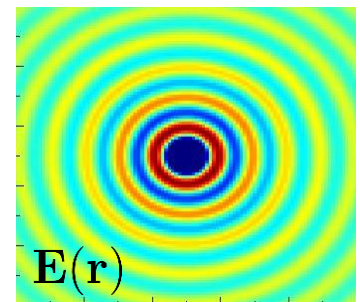


- a vlnová rovnice tak přechází na Helmholtzovu rovnici

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k_0^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c_0}$$

stacionární řešení, nezávisí na čase



- Maxwellovy rovnice mají v případě harmonického časového vývoje tvar

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) + i\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) - i\omega \epsilon_0 \mu_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$

\mathbf{E}, \mathbf{B} jsou komplexní amplitudy časově harmonických veličin

- vztahy pro harmonický časový průběh veličin můžeme chápat jako speciální, i když velice důležitý, příklad konkrétního pole, lze je však odvodit také aplikací Fourierovy transformace na vlnovou rovnici resp. Maxwellovy rovnice, potom můžeme na tyto výsledky nahlížet jako na časové komponenty rozkladu obecného časového průběhu

Rovinná harmonická vlna

- rovinnou vlnou definujeme nekonečně rozlehlou monochromatickou vlnu, jejíž veličiny nezávisí na souřadnicích kolmých ke směru šíření (nemění se amplituda, fáze, polarizační stav, ...)
- předpokládejme pro jednoduchost, že vlna se šíří ve směru osy $z \rightarrow \mathcal{E} = \mathcal{E}(z, t)$, a tedy platí

$$\frac{\partial}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0$$

- potom

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathcal{E} &= 0 \\ \nabla \times \mathcal{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial E_z}{\partial t} &= 0 \end{aligned}$$

a tedy elektrické pole vlny je kolmé na směr šíření (konstantní složka E_z nás z hlediska vlnových procesů nezajímá), úplně totéž platí i pro magnetické pole

- Helmholtzova rovnice je potom jednorozměrná a má tvar

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}(z)}{\partial z^2} + k_0^2 \mathbf{E}(z) = 0$$

- a její řešení má tvar

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E} e^{\mp i k_0 z}$$

$$\mathbf{E} = [E_x, E_y, 0]$$

Rovinná harmonická vlna

- pro obecný směr šíření rovinné vlny lze ekvivalentním postupem dospět k řešení ve tvaru obecné rovinné vlny

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E} e^{\mp i \mathbf{k}_0 \mathbf{r}}$$

- kde \mathbf{k}_0 je vlnový vektor orientovaný ve směru šíření této rovinné vlny
- pokud tento výraz dosadíme do Maxwellových rovnic, dostaneme

$$\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}$$

$$\mathbf{k}_0 \times \mathbf{B} = -\varepsilon_0 \mu_0 \omega \mathbf{E}$$

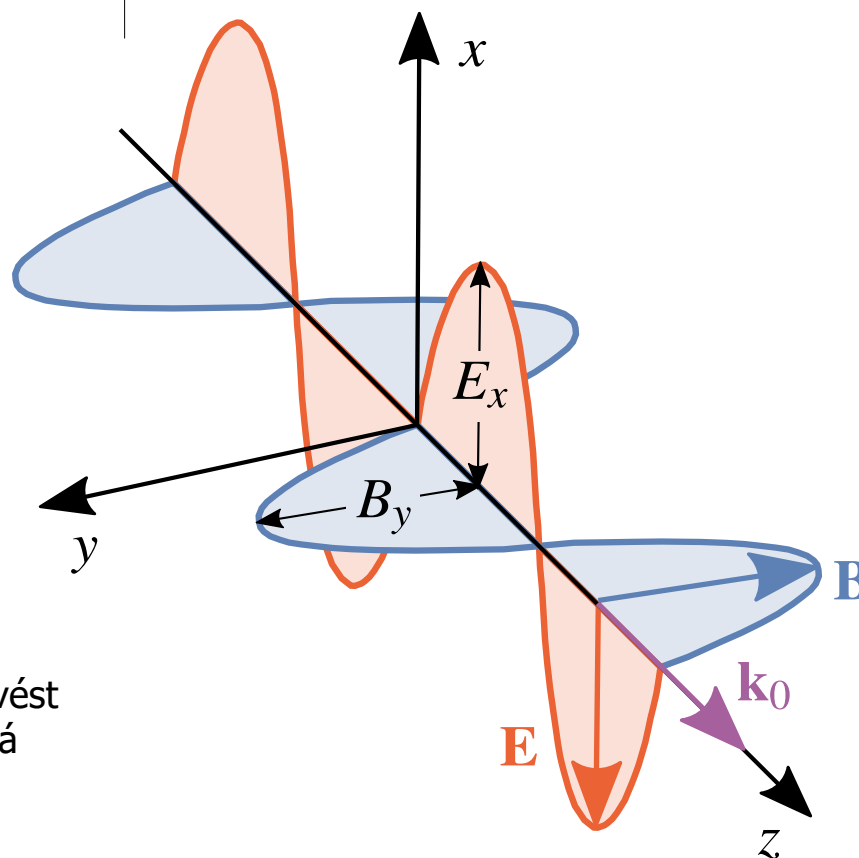
- z rovnic plyne, že

$$\begin{array}{l} \mathbf{k}_0 \perp \mathbf{E} \\ \mathbf{k}_0 \perp \mathbf{B} \\ \mathbf{B} \perp \mathbf{E} \end{array} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{k}_0$$

tvoří ortogonální pravotočivý systém

- komponenty pole jsou v tomto případě soufázové
- podobně jako v časové doméně lze celou úvahu provést na základě prostorové Fourierovy transformace, která rozloží obecný prostorový tvar pole do rovinných vln

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{E} e^{-i \mathbf{k}_0 \mathbf{r}}) &= \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (E_x e^{-i \mathbf{k}_0 \mathbf{r}}, E_y e^{-i \mathbf{k}_0 \mathbf{r}}, E_z e^{-i \mathbf{k}_0 \mathbf{r}}) = \\ &= -i e^{-i \mathbf{k}_0 \mathbf{r}} (k_{0x}, k_{0y}, k_{0z}) \times (E_x, E_y, E_z) = \\ &= -i e^{-i \mathbf{k}_0 \mathbf{r}} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E} \end{aligned}$$



Polarizace TEM vlny

- polarizaci v optice vztahujeme většinou k orientaci vektoru elektrické intenzity
- pro rovinnou harmonickou vlnu uvažujeme obecný posun mezi složkami pole

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t - kz + \phi_x) = \hat{E}_{x0} \cos \Phi_x$$

$$E_y = E_{y0} \cos(\omega t - kz + \phi_y) = \hat{E}_{y0} \cos \Phi_y$$

- pokud označíme $\delta = \phi_x - \phi_y$ $\Phi = \omega t - kz$

$$E_x = E_{x0} \cos(\Phi)$$

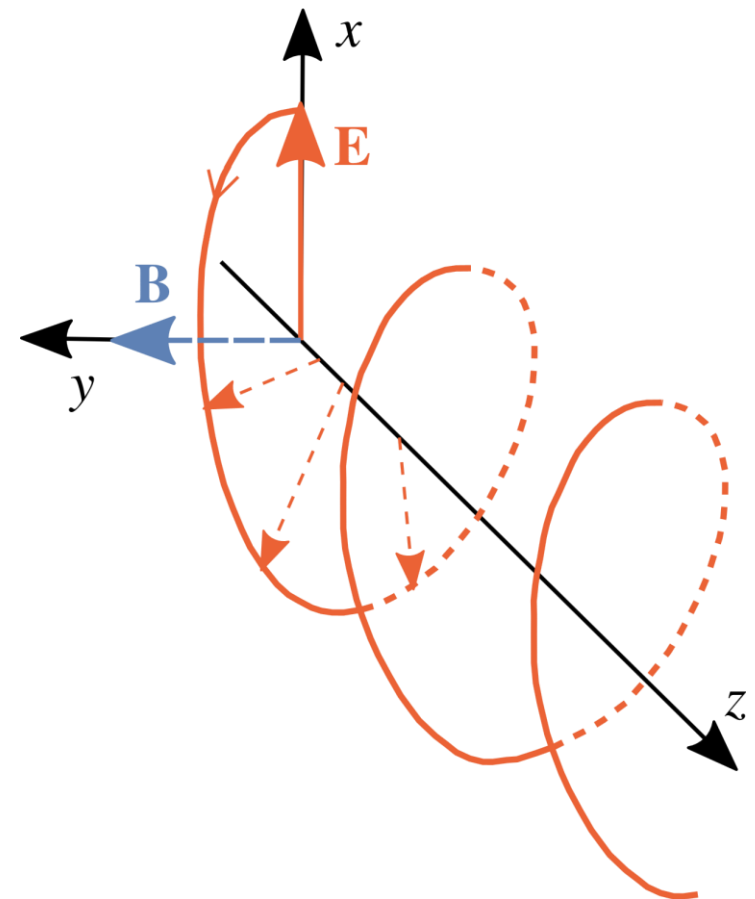
$$E_y = E_{y0} \cos(\Phi + \delta)$$

- vektor elektrického pole opisuje elipsu s parametrem Φ
- parametrické rovnice elipsy lze přepsat do tvaru

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{E_{x0} E_{y0}} \cos \delta + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 = \sin^2 \delta$$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E} e^{\mp i k_0 z}$$

$$\mathbf{E} = [E_x, E_y, 0]$$



Polarizace TEM vlny

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{E_{x0} E_{y0}} \cos \delta + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 = \sin^2 \delta$$

- osy elipsy jsou pootočený vůči souřadnému systému o úhel

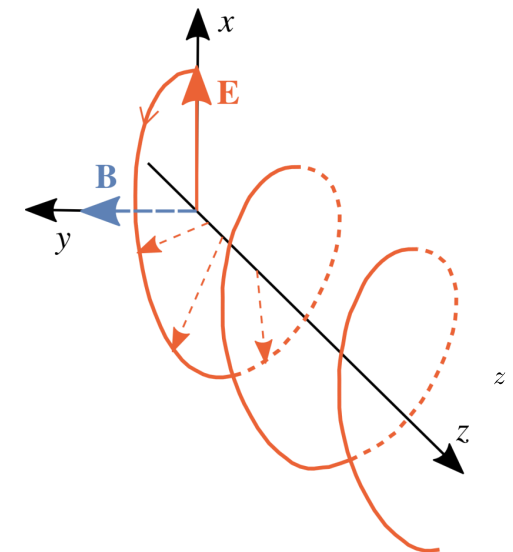
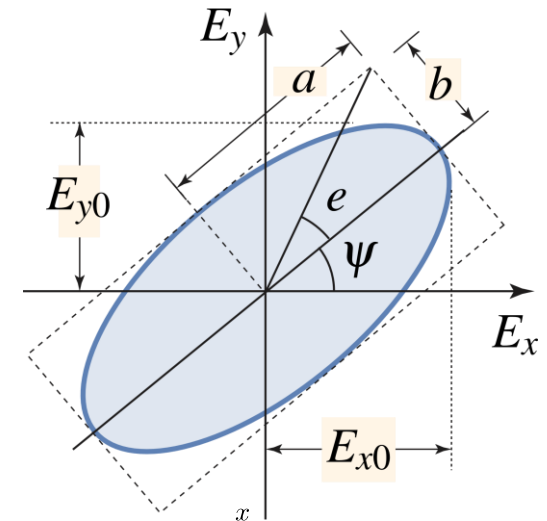
$$\tan 2\psi = \frac{2E_{x0}E_{y0}}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \cos \delta$$

- podle smyslu otáčení rozlišujeme polarizaci
 - pravotočivou - $\delta \in (0, \pi)$ - při pohledu proti směru šíření se vektor pole v rovině s konstantním z otáčí ve směru hodinových ručiček
 - levotočivou - $\delta \in (-\pi, 0)$ - při pohledu proti směru šíření se vektor pole v rovině s konstantním z otáčí proti směru hodinových ručiček

- dále rozlišujeme polarizaci

- lineární $\delta = 0, \pm\pi \Rightarrow \frac{E_x}{E_y} = \pm \frac{E_{x0}}{E_{y0}}$

- kruhovou $\delta = \pm \frac{\pi}{2} \wedge E_{x0} = E_{y0}$



Energie elektromagnetického pole

Obecný výpočet

- jak vypadá zákon zachování energie?

hustota energie pole

$$-\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{S} + ???$$

hustota toku (výtok) výkonu pole

zachovává se energie pole?

- úbytek energie v objemu souvisí s tokem a prací konanou polem

$$-\frac{d}{dt} \int_V w dV = \int_A \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} + \int_V W dV$$

- práce pole je

$$W = \mathcal{F} \cdot \mathbf{v} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = q\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}$$

- a při N částicích v objemu V

$$W = Nq\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{E} \cdot \mathcal{J}$$

- a zákon zachování energie má tvar

$$-\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{S} + \mathbf{E} \cdot \mathcal{J} \quad \xleftrightarrow{\text{obě rovnice se musí rovnat}} \quad -\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) + \mathbf{E} \cdot \mathcal{J}$$

- takže pro hustotu energie w a hustotu toku výkonu \mathbf{S} (tzv. Poyntingův vektor) platí

$$w(\mathbf{r}, t) = w_e(\mathbf{r}, t) + w_m(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} c_0^2 \epsilon_0 \mathbf{B}^2 \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}]$$

$$\mathbf{S} = c_0^2 \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$$

Výpočet z Maxwellových rovnic

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} - (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{B} - (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{E} =$$

$$= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{B} - (\mu_0 \mathcal{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) \cdot \mathbf{E} =$$

$$= -\mu_0 \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} c_0^2 \epsilon_0 \mathbf{B}^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 \mathbf{E}^2 \right) + \mathbf{E} \cdot \mathcal{J} \right] =$$

$$= \mu_0 \left(-\frac{\partial w}{\partial t} - \mathbf{E} \cdot \mathcal{J} \right)$$

Energetické vlastnosti TEM vlny

- při výpočtu časově středovaných energetických a výkonových veličin můžeme s výhodou využít komplexní symboliky (středování → nemusíme integrovat) a psát

$$\langle w_e(\mathbf{r}, t) \rangle = \left\langle \frac{1}{2} \varepsilon_0 \mathcal{E}^2 \right\rangle = \frac{1}{4} \varepsilon_0 |\mathbf{E}|^2$$

$$\langle w_m(\mathbf{r}, t) \rangle = \left\langle \frac{1}{2} c_0^2 \varepsilon_0 \mathcal{B}^2 \right\rangle = \frac{1}{4} c_0^2 \varepsilon_0 |\mathbf{B}|^2$$

- pokud zavedeme komplexní Poyntingův vektor ve tvaru

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} c_0^2 \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}^*$$

- bude vzhledem ke komplexní symbolice platit

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \text{Re } \mathbf{S}$$

- z Maxwellových rovnic plyne vztah mezi amplitudou magnetického a elektrického pole, pro jeho popis zavádíme charakteristickou admitanci (resp. impedanci) jako

$$Y_0 = c_0^2 \varepsilon_0 \frac{\|\mathbf{B}\|}{\|\mathbf{E}\|} = c_0 \varepsilon_0 = (c_0 \mu_0)^{-1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

- číselná hodnota admitance pro vakuum je 2.65 mS (resp. impedance 376.6 Ω), jedná se o podíl amplitud zodpovědných za jednotlivé typy energií (amplitud elektrického a magnetického pole)
- pro skalární popis toku energie plochou definujeme intenzitu světla (jedná se o středovanou hustotu toku výkonu)

$$I = \text{Re } \mathbf{S} = \frac{1}{2} Y_0 |\mathbf{E}|^2$$

$$a = \frac{1}{2} (\hat{a} + \hat{a}^*)$$

$$\langle a \cdot a \rangle = \frac{1}{2} |\hat{a}|^2$$

$$\langle a \cdot b \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [\hat{a} \hat{b}^*]$$

$$\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}$$

$$\frac{\omega}{c_0} \|\mathbf{E}\| = \omega \|\mathbf{B}\|$$

↑
komplexní
amplituda

Stojatá vlna ve vakuu

- předpokládejme existenci dvou vstřícných postupných lineárně polarizovaných vln

$$\mathbf{E}_+(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$$

$$\mathbf{B}_+(z, t) = Y_0 \mu_0 \mathbf{z}_0 \times \mathbf{E}_+(z, t)$$

$$\mathbf{E}_-(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t + kz)}$$

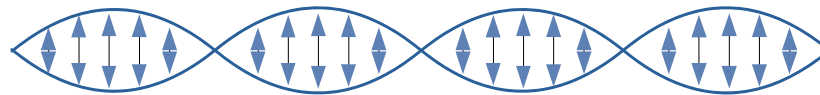
$$\mathbf{B}_-(z, t) = -Y_0 \mu_0 \mathbf{z}_0 \times \mathbf{E}_-(z, t)$$



- zpětná vlna má zápornou admitanci, aby byla zachována pravotočivost systému vektorů \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{k}_0
- součtem vln po složkách dostaneme

$$E = E_+ + E_- = E_0 (e^{-ikz} + e^{ikz}) e^{i\omega t} = 2E_0 \cos(kz) e^{i\omega t}$$

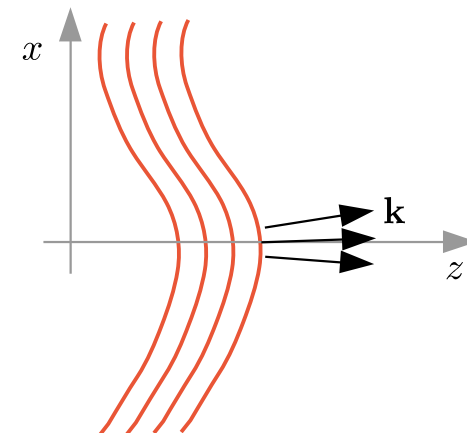
$$B = B_+ + B_- = -2iY_0 \mu_0 E_0 \sin(kz) e^{i\omega t} = 2Y_0 \mu_0 E_0 \cos\left(kz - \frac{\pi}{2}\right) e^{i\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$



- dochází ke vzniku stojaté vlny, časový a prostorový průběh jsou odděleny
- jednotlivá pole mají posunuté polohy kmiten a uzlů jak v čase, tak v prostoru o $\pi/2$
- jsou tedy vůči sobě posunuty i energie elektrického a magnetického pole

Další typy optických vln

- z praktického hlediska je zajímavá otázka, jestli může být světelná vlna příčně omezena a při šíření nedivergovat
- v takovém případě prostorově omezených vln mluvíme o optických svazcích
 - rovinná vlna sice nediverguje, ale je příčně neomezená, má neomezenou energii
 - naproti tomu kulová vlna pochází z bodu, ale "diverguje" do všech směrů
- nás budou zajímat vlny, které mají normály na vlnoplochu orientované v blízkosti zvoleného směru – říkáme jim paraxiální vlny
- předpokládejme skalární aproximaci, potom hledáme řešení Helmholtzovy rovnice



$$\nabla^2 u + k^2 u = 0$$

- ve tvaru s pomalu proměnnou obálkou

$$u(x, y, z) = U(x, y, z)e^{-ikz}$$

- dosazením do Helmholtzovy rovnice dostaneme

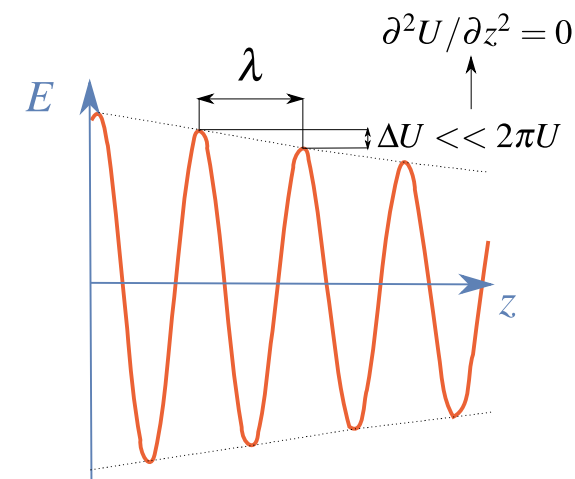
$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \ll 2k \frac{\partial U}{\partial z}$$

- paraxiální Helmholtzovu rovnici (její řešení jsou tzv. paraxiální vlny)

$$\nabla_T^2 U - 2ik \frac{\partial U}{\partial z} = 0$$

∇_T je transverzální Laplaceův operátor

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_0) u(\mathbf{r})$$



změna obálkové funkce je malá v rámci jedné periody

Paraxiální aproximace sférické vlny

- skalární neparaxiální sférickou vlnu můžeme při volbě počátku soustavy souřadnic ve středu kulové vlny zapsat ve tvaru

$$u(\mathbf{r}) = \frac{U_0}{r} e^{-ikr} = \frac{U_0}{r} e^{-ik\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

- označme $\rho^2 = x^2 + y^2$ a dále předpokládejme, že $\rho^2 \ll z^2$ (podmínka na úhel $\theta^4/8 \ll \pi$)
- potom lze odmocninu v exponentu rozvinout do Taylorovy řady a zanedbat vyšší členy (kromě prvních dvou)

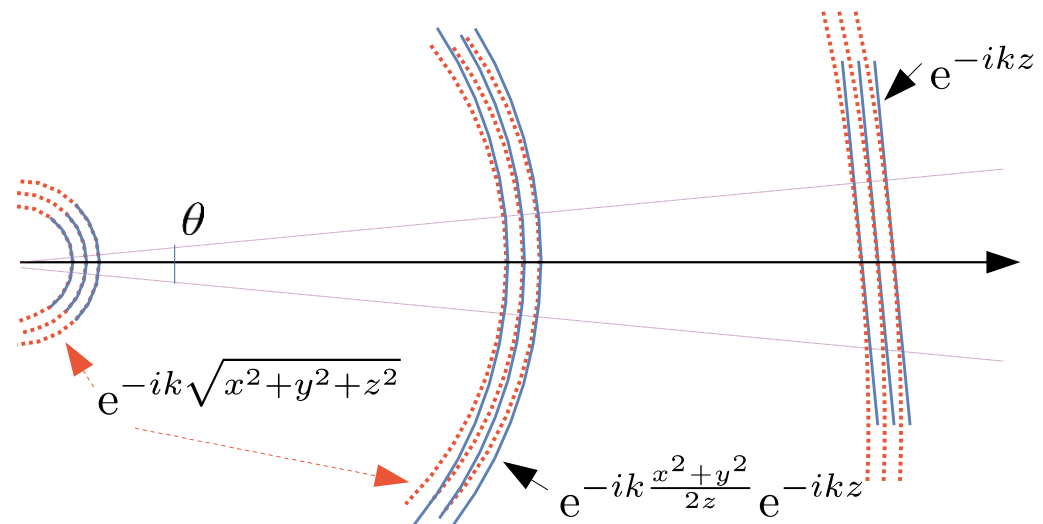
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = z \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{z^2}} \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\rho^2}{z^2} \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{\rho^2}{z^2} \right)^2 + \dots \right]$$

- výsledkem je paraxiální tvar kulové vlny – paraboloidní vlna

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \frac{U_0}{z} e^{-ik\frac{\rho^2}{2z}} e^{-ikz} = \\ &= U(x, y, z) e^{-ikz} \end{aligned}$$

- uvedené přibližné řešení přesné Helmholtzovy rovnice je zároveň přesným řešením rovnice paraxiální

- ... ve vzdálené zóně lze sférickou vlnu aproximovat rovinnou vlnou (viz. difrakce)



paraxiální aproximace
kulové vlny – paraboloidní vlna

Gaussovský svazek

- gaussovský svazek je charakterizován gaussovským profilem amplitudy v každé rovině

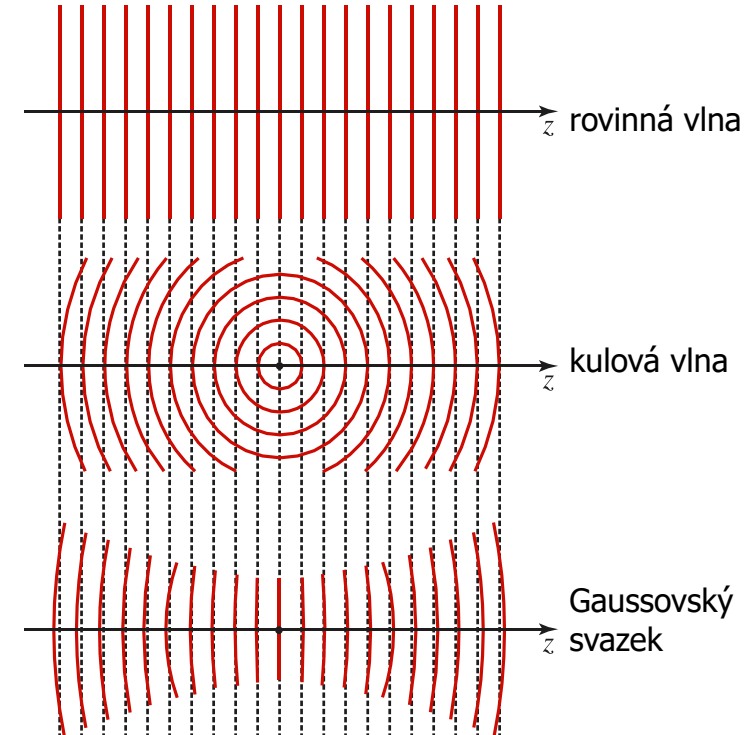
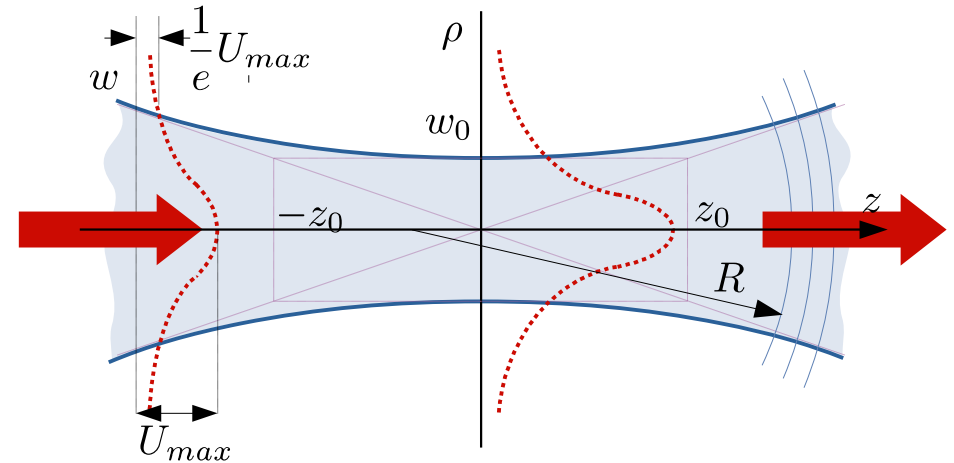
$$u(\rho, z) \sim e^{-\frac{\rho^2}{w^2}}$$

- poloměr svazku w je šířka svazku v místě poklesu amplitudy na $1/e$
- gaussovský svazek je přesným řešením paraxiální Helmholtzovy rovnice

$$u(\rho, z) = U_0 \frac{w_0}{w} e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} e^{-ik\left(z + \frac{\rho^2}{2R}\right)} e^{-i\phi}$$

- u gaussovského svazku zavádíme parametry:

- poloměr svazku $w = w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$
- poloměr vlnoplochy $R = R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right)$
- poloměr kaustiky $w_0 = \sqrt{\frac{2z_0}{k}} = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}}$
- fáze svazku $\phi = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)$



porovnání vlnoploch

Gaussovský svazek

- intenzita je daná kvadrátem modulu amplitudy

$$I(\rho, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w} \right)^2 e^{-\frac{2\rho^2}{w^2}}$$

- šířka svazku je potom určena poklesem intenzity na $1/e^2$
- celkový výkon přenášený celým svazkem bude

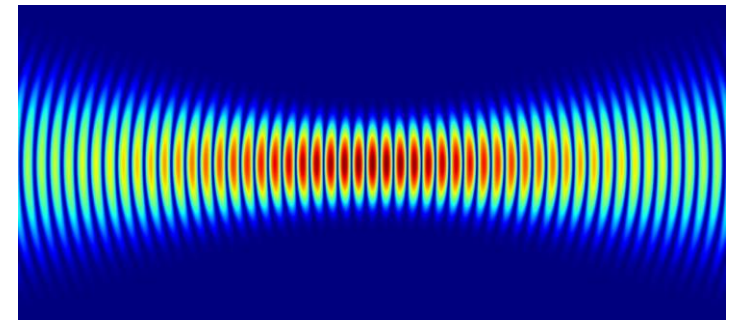
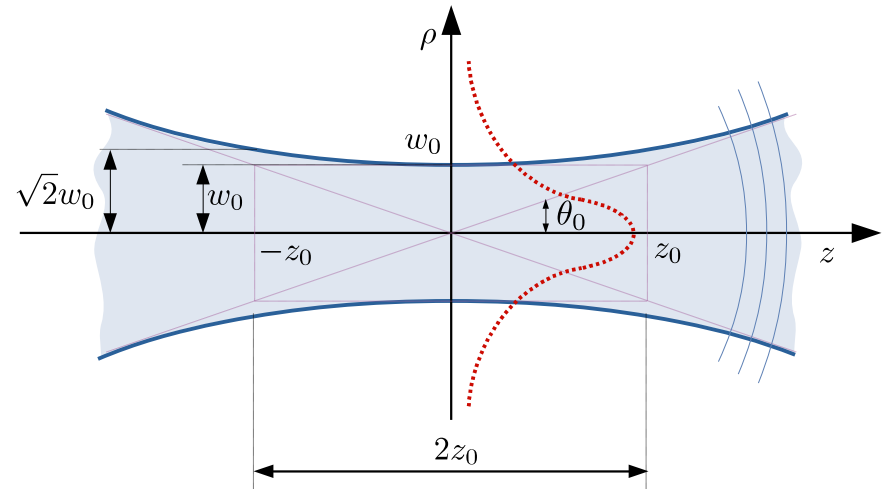
$$P_c = \frac{1}{2} I(z) \pi w^2 = \frac{1}{2} I_0 \pi w_0^2$$

- výkon ve svazku je stejný, jako výkon homogenního pole s kruhovým profilem o poloměru w s intenzitou rovnou polovině maxima intenzity v gaussovském svazku
- část svazku o poloměru w je přenášeno 86% energie, při poloměru $1.5w$ je to již 98.9% a při $2w$ 99.9% celkové energie
- pro podélný intenzitní profil gaussovského svazku platí

$$I(0, z) = I_0 \frac{w_0^2}{w^2} = \frac{I_0}{1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2}$$

- úhel divergence svazku konverguje pro rostoucí z k hodnotě

$$\tan \theta_0 \approx \theta_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \frac{w_0}{z_0} = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{2w_0} \approx 0.636 \frac{\lambda}{2w_0}$$



SHRNUTÍ – Optická vlna ve vakuu

- Maxwellovy rovnice jsou zobecněním Faradayova, Ampérova a Gaussova zákona, ve vakuu popisují chování pole pomocí vektorů \mathbf{E} , \mathbf{B} , eventuálně se zahrnutím volných proudů a nábojů ρ , \mathbf{J}
- Maxwellovy rovnice ve vakuu jsou lineární
- úpravou lze dospět k vlnové rovnici, která reprezentuje schopnost pole se šířit i ve vakuu a dokonce i bez přítomnosti nábojů
- Helmholtzova rovnice je vlnovou rovnicí pro časově harmonické pole, resp. popisuje chování časofrekvenčních komponent obecného časového průběhu pole
- rovinná vlna představuje obdobně jednu prostorofrekvenční komponentu obecného prostorového průběhu pole, je transverzální (TEM), vektory \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{k}_0 tvoří pravotočivý ortogonální systém
- v postupné vlně ve vakuu kmitají pole \mathbf{E} a \mathbf{B} soufázově
- vektor elektrické intenzity opisuje v TEM vlně obecně elipsu – má eliptickou polarizaci
- tok energie pole je popsán Poyntingovým vektorem, energie elektrického a magnetického pole se navzájem přelévají v čase a prostoru, jsou stejně velké a v postupné vlně soufázové
- admittance (resp. impedance) vakua popisuje vztah mezi velikostmi vektorů elektrického a magnetického pole
- ve stojaté vlně je přenos energie nulový, kmitny i uzly obou polí jsou vzájemně v prostoru i čase posunuty, v místech minima elektrického pole je maximum pole magnetického
- paraxiální vlny jsou další možná řešení vlnové rovnice, která jsou zajímavá prostorovou omezeností a malou divergencí (např. parabolická vlna, gaussovský svazek, ...)

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1 Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2 Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3 Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4 Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5 Přejchod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6 Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlnová
- 7 Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8 Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9 Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10 Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11 Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12 Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Elektromagnetické pole v dielektriku

- v dielektriku dochází vlivem přítomnosti vnějšího pole k vychýlení vázaných nábojů, vznikají tak elektrické dipóly, zavádíme vektor popisující dipólový moment jednotky objemu, který nazýváme vektor polarizace

$$\mathcal{P} = Nql$$

- náboj, jenž projde libovolným plošným elementem

$$\sigma_{pol} = \mathcal{P} \cdot \mathbf{n}$$

ale homogenní polarizace nevede ke vzniku plošného náboje (uvnitř)

- nehomogenní polarizace může vést ke vzniku náboje v objemu dielektrika, celkový náboj vysunutý ven z objemu V , který je obklopen plochou S , je dán

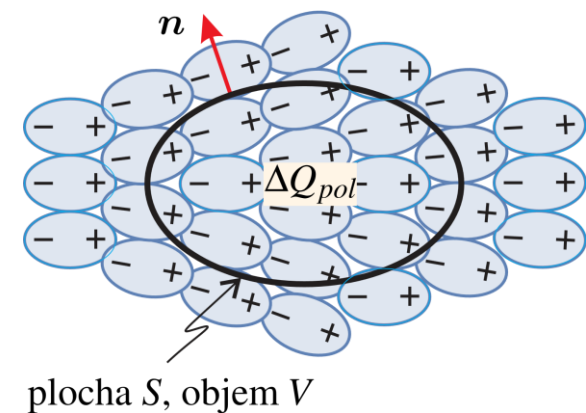
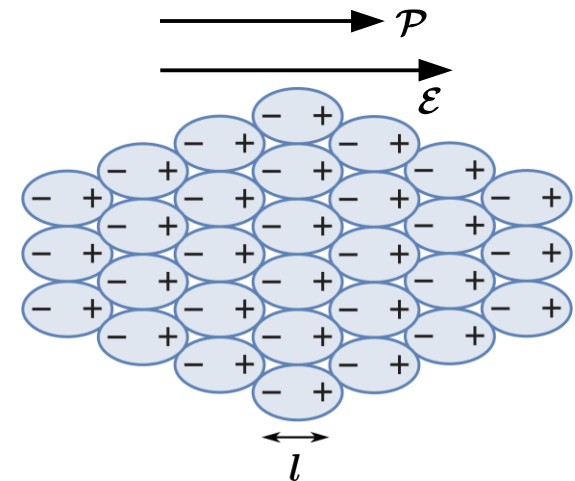
$$\Delta Q_{pol} = \int_S \sigma_{pol} dS = \int_S \mathcal{P} \cdot \mathbf{n} dS$$

- uvnitř objemu zůstane stejný objemový náboj opačného znaménka

$$-\Delta Q_{pol} = - \int_S \mathcal{P} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \rho_{pol} dV$$

- aplikací Gaussovy věty dostaneme $\int_S \mathcal{P} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \nabla \cdot \mathcal{P} dV$

$$\rho_{pol} = -\nabla \cdot \mathcal{P}$$



nehomogenní polarizace \mathcal{P} může vést ke vzniku náboje v objemu dielektrika

Elektromagnetické pole v dielektriku

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathcal{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_{vol} + \rho_{pol}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_{vol} - \nabla \cdot \mathcal{P}}{\varepsilon_0} & \qquad \nabla \cdot (\varepsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}) = \rho_{vol} \\ \nabla \cdot \left(\mathcal{E} + \frac{\mathcal{P}}{\varepsilon_0} \right) = \frac{\rho_{vol}}{\varepsilon_0} & \qquad \longrightarrow \qquad \mathcal{D} = \varepsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P} \qquad \longrightarrow \qquad \nabla \cdot \mathcal{D} = \rho_{vol} \end{aligned}$$

- při polarizaci dielektrika dochází k pohybu nábojů a vzniká polarizační proud

$$\mathcal{J}_{pol} = Nq\mathbf{v}$$

$$\mathcal{J}_{pol} = Nq \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{d\mathcal{P}}{dt}$$

- takže vztah mezi vektorem polarizace a polarizačním proudem je

$$\mathcal{J}_{pol} = \frac{d\mathcal{P}}{dt}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathcal{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathcal{J} = \\ = \mu_0 (\mathcal{J}_{vol} + \mathcal{J}_{pol}) = \mu_0 \left(\mathcal{J}_{vol} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \nabla \times \mathcal{B} = \mathcal{J}_{vol} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = \\ = \mathcal{J}_{vol} + \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}) \end{aligned}$$

$$\mathcal{D} = \varepsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}$$

$$\nabla \times \mathcal{B} - \mu_0 \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} = \mu_0 \mathcal{J}_{vol}$$

- podobným způsobem se při analýze magnetických vlastností dojde k zavedení vektoru magnetické intenzity

$$\mathcal{B} = \mu_0 \mathcal{H} + \mu_0 \mathcal{M}$$

- rotační Maxwellova rovnice přejde na tvar

$$\nabla \times \mathcal{H} - \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} = \mathcal{J}_{vol}$$

Maxwellovy rovnice v materiálovém prostředí

- v obecném prostředí mají Maxwellovy rovnice tvar

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathcal{E} + \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} &= 0 & \nabla \cdot \mathcal{D} &= \rho \\ \nabla \times \mathcal{H} - \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} &= \mathcal{J} & \nabla \cdot \mathcal{B} &= 0 \end{aligned}$$

ρ prostorová hustota volných nábojů
 \mathcal{J} proudová hustota

- vztahy mezi induklemi a intenzitami jsou dány konstitučními relacemi

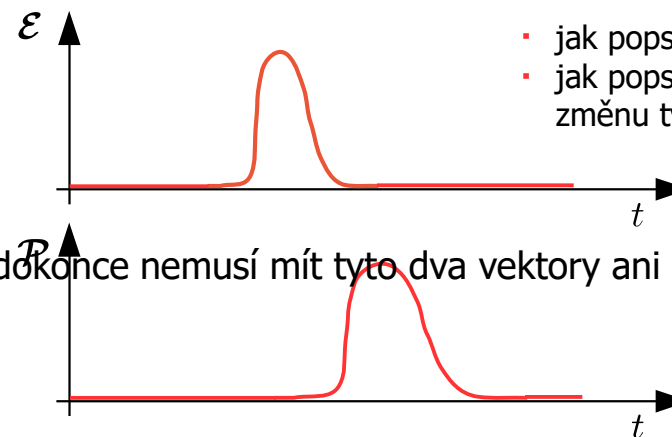
$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \varepsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P} \\ \mathcal{B} &= \mu_0 \mathcal{H} + \mu_0 \mathcal{M} \end{aligned}$$

\mathcal{P} vektor polarizace
 \mathcal{M} vektor magnetizace

- vztah mezi veličinami pole a polarizací, magnetizací, resp. proudovou hustotou určuje vlastnosti prostředí, demonstr
- z předešlých úvah by se mohlo zdát, že existuje úměrnost mezi elektrickým polem a polarizací, kterou bychom mohli

$$? \mathcal{P} = \chi \varepsilon_0 \mathcal{E} ?$$

- problém nastane například v případě dynamických dějů
- dále nemusí být závislost polarizace na poli lineární, dokonce nemusí mít tyto dva vektory ani stejný směr



- jak popsat zpoždění odezvy?
- jak popsat roztážení resp. změnu tvaru odezvy?

Maxwellovy rovnice v materiálovém prostředí

- zpoždění a změnu tvaru odezvy lze matematicky popsat pomocí odezvové funkce $X(t)$

$$\mathcal{P}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(t') X(t - t') dt' = \varepsilon_0 \mathcal{E} * X$$

- obecně tedy neplatí

$$\cancel{\mathcal{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \chi \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)} \quad \mathbf{!}$$

- pokud by ale byla časová závislost veličin harmonická, resp. pokud bychom aplikovali Fourierovu transformaci na vý

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad \chi(\omega) = \mathcal{FT}[X(t)]$$

- ve spektrální doméně tedy můžeme obecně psát vztahy:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$$

- v časové doméně platí obdobné vztahy pouze ve speciálním případě bezdisperzního prostředí

$$\mathcal{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathcal{E}$$

$$\mathcal{B} = \mu_0 \mu \mathcal{H}$$

Typy prostředí

- například v případě dielektrik potom na základě vztahu mezi polarizací a elektrickou intenzitou rozlišujeme prostředí
 - **lineární** – závislost \mathcal{P} na \mathcal{E} je lineární
 - **bezdisperzní** – hodnota \mathcal{P} v čase t je určena pouze hodnotou \mathcal{E} v čase t a nikoli hodnotami v předcházejících časech
 - **homogenní** – vztah mezi \mathcal{P} a \mathcal{E} je nezávislý na poloze
 - **izotropní** – vztah mezi \mathcal{P} a \mathcal{E} je nezávislý na směru \mathcal{E} , vektory \mathcal{P} a \mathcal{E} jsou potom paralelní

- v lineárním, homogenním, bezdisperzním a izotropním prostředí je polarizační odezva na elektrické pole okamžitá a lze psát

$$\mathcal{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \chi \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) \qquad \mathcal{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \varepsilon \mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$$

- pokud je prostředí lineární, **nehomogenní**, bezdisperzní a izotropní

$$\chi = \chi(\mathbf{r}) \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r}) \qquad \nabla \cdot \mathcal{D} = \varepsilon_0 \nabla \cdot (\varepsilon \mathcal{E}) = \varepsilon_0 \varepsilon \nabla \cdot \mathcal{E} + \varepsilon_0 \nabla \varepsilon \cdot \mathcal{E}$$

- v lineárním, homogenním, bezdisperzním a **anizotropním** prostředí platí

$$\mathcal{P}_i = \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij} \mathcal{E}_j \qquad \mathcal{D}_i = \varepsilon_0 \sum_j \varepsilon_{ij} \mathcal{E}_j \qquad \chi_{ij}, \varepsilon_{ij} \quad \text{je tenzor (relativní) dielektrické susceptibilit}$$

- v lineárním, homogenním, **disperzním** a izotropním prostředí není polarizační odezva na elektrické pole okamžitá, odezva na elektrické pole je

$$\sim \delta(t) \qquad \varepsilon_0 X(t)$$

$$\mathcal{P}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(t') X(t - t') dt' = \varepsilon_0 \mathcal{E} * X$$

Vlnová a Helmholtzova rovnice

- pro nemagnetická prostředí bez volných nábojů lze podobně jako ve vakuu odvodit vlnovou rovnici $\mathcal{M} = 0, \rho = 0$ $\mathcal{D} = \epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}$

$$\nabla \times \left(\nabla \times \mathcal{E} + \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} \right) = 0$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathcal{E}) + \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 (\nabla \times \mathcal{H}) = 0$$

- po dosazení dostaneme

$$\nabla^2 \mathcal{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla (\nabla \cdot \mathcal{P}) + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t}$$

- pro časově harmonické signály přecházíme k Helmholtzově rovnici

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\omega^2 \mu_0 \mathbf{P}(\mathbf{r}) + i\omega \mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r})$$

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + (\epsilon_0 \mu_0 \omega^2 + \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 \chi - i\mu_0 \sigma \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$

- klasický tvar Helmholtzovy rovnice dostaneme substitucí

$$\hat{k}^2 = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \omega^2 - i\mu_0 \sigma \omega$$

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathcal{E}) &= \nabla (\nabla \cdot \mathcal{E}) - \nabla^2 \mathcal{E} \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \nabla (\nabla \cdot \mathcal{D}) - \frac{1}{\epsilon_0} \nabla (\nabla \cdot \mathcal{P}) - \nabla^2 \mathcal{E} \end{aligned}$$

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = 0$$

$$\nabla \times \mathcal{H} = \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} + \mathcal{J} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} + \mathcal{J}$$

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{i\omega t} \}$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, \omega) = \epsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega) = \sigma(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$\epsilon = 1 + \chi$$

Fázová rychlost a index lomu

- ve vakuu měla Helmholtzova rovnice tvar $\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{\omega^2}{c_0^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$

- a řešení ve formě rovinné vlny $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}$

fázová rychlost šíření ve vakuu

- pokud označíme komplexní číslo $\hat{k}^2 = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \omega^2 - i \mu_0 \sigma \omega$, bude Helmholtzova rovnice v prostředí

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \hat{k}^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$

- když zavedeme komplexní index lomu

$$\hat{n} = n(1 - ia) \quad \hat{k} = \hat{n}k_0 \quad n = \text{Re}[\hat{n}] \quad \text{nebo} \quad \hat{n} = n_1 - in_2$$

- bude řešením rovinná vlna ve tvaru

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-i\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{r}} = \mathbf{E}_0 e^{-i\hat{n}\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}$$

- komplexní část vlnového čísla vede k útlumu vlny, na fázové šíření má ale vliv pouze reálná část, proto platí

$$n \equiv \frac{c_0}{c} \quad \text{fázová rychlost šíření ve prostředí}$$

- parametr a tvořící komplexní část nazýváme index absorpce, jeho fyzikální význam je zřejmý z výrazu pro rovinnou vlnu: ztráty tedy mohou nastat i u nevodivých disperzní materiál = materiál s absorpcí

- komplexní část vlnového vektoru ovlivňuje

- z výrazu

$$\hat{k}^2 = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \omega^2 - i \mu_0 \sigma \omega$$

by se mohlo zdát, že imaginární část je

- později ukážeme, že i dielektrická permeabilita

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-i\hat{n}\mathbf{k}_0 \mathbf{r}} = \mathbf{E}_0 e^{-in\mathbf{k}_0 \mathbf{r}} e^{-na\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}$$

útlum

TEM vlna a charakteristická admitance prostředí

- pro rovinnou vlnu lze Maxwellovy rovnice přepsat podobně jako ve vakuu s využitím komplexního indexu lomu

$$\hat{n}\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E} = \omega\mathbf{B}$$

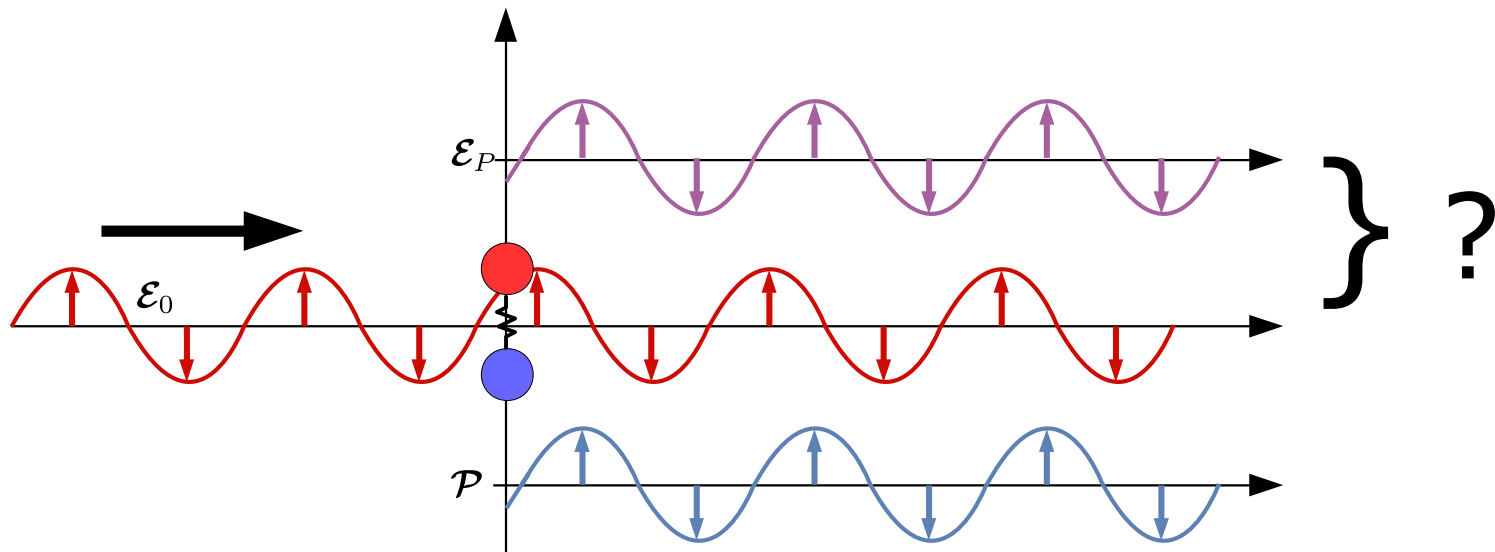
$$\hat{n}\mathbf{k}_0 \times \mathbf{B} = -(\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\omega - i\sigma\mu_0)\mathbf{E}$$

- z těchto rovnic plyne, že i v obecném izotropním prostředí zůstává pole transverzální (TEM) a pravotočivé v smyslu $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{k}_0$
- vektory elektrické a magnetické intenzity však již nekmitají ve fázi, ale jsou fázově posunuté, což lze postihnout zav

$$Y = c_0^2\varepsilon_0 \frac{\|\mathbf{B}\|}{\|\mathbf{E}\|} = \frac{k_0}{\mu_0\omega} \hat{n} = \hat{n}Y_0$$

Šíření elektromagnetického pole v prostředí

- interakci elektromagnetické vlny s oscilátory v materiálu dojde ke vzniku dipólového momentu, který osciluje (analogie)
- oscilující dipól vyzařuje elektromagnetické pole, které je ve fázi s oscilacemi dipólu
- výsledné pole je součtem dopadajícího pole s polem generovaným oscilujícím dipólem



- součet těchto polí je závislý na fázovém zpoždění oscilací dipólového momentu za budícím polem
- v izotropních materiálech oscilují dipóly ve směru polarizace budící vlny
- pole vyzářené dipólem je polarizováno ve směru osy dipólu

Vynucené kmity tlumeného oscilátoru

- zapišme pohybovou rovnici tlumeného oscilátoru buzeného časově harmonickou silou

$$m\ddot{x} = -sx - b\dot{x} + F \cos \omega t$$

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = B \cos \omega t$$

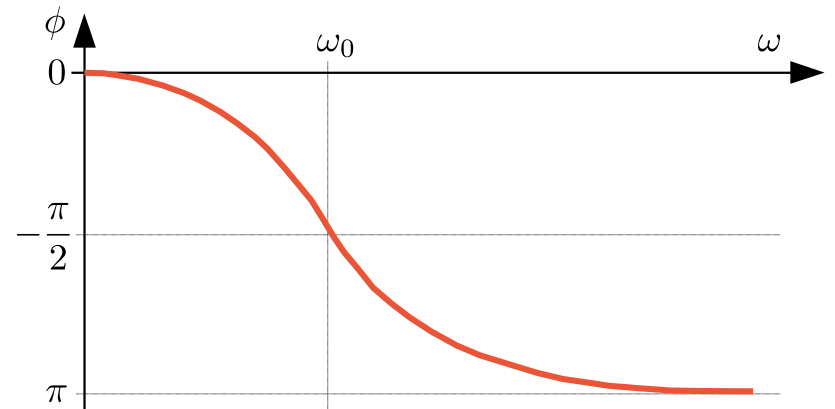
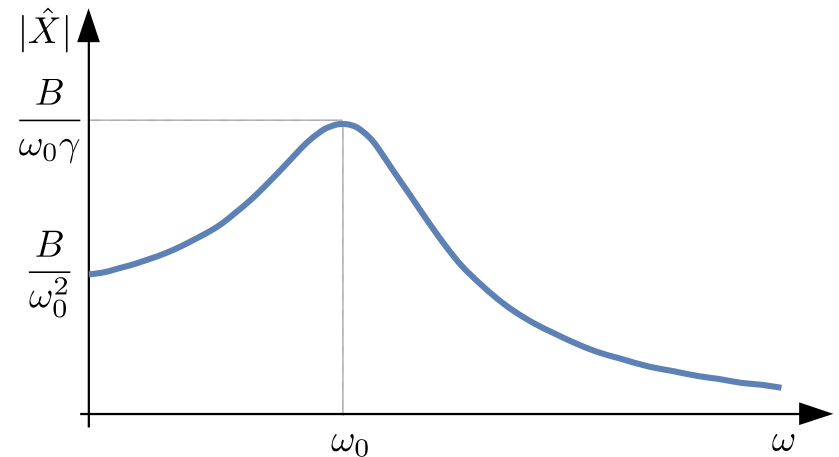
$$\gamma = \frac{b}{m} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{s}{m}} \quad B = \frac{F}{m}$$

- výsledné řešení hledíme ve tvaru $\hat{x} = \hat{X} e^{i\omega t}$

$$-\omega^2 \hat{X} + i\gamma\omega \hat{X} + \omega_0^2 \hat{X} = \hat{B}$$

$$\hat{X} = \frac{\hat{B}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$$

- analogicky budeme používat tento výsledek při odvozování klasické teorie disperze



Klasická teorie disperze dielektrik – úvod

- doposud jsem vysvětlovali optické jevy fenomenologicky, vlastnosti prostředí popisovaly vhodné konstanty nebo funkce (index lomu, permitivita, permeabilita apod.) dané experimentálně a prostředí bylo považováno za spojité prostředí; teprve mikroskopická teorie na úrovni molekul a atomů nám může pomoci vysvětlit mechanismus jednotlivých optických jevů a objasnit spektrální vlastnosti fenomenologických parametrů
- úkol: najít vztah mezi mikroskopickým polem \mathbf{E}_0 a makroskopickým polem \mathbf{E}

- polarizovatelnost α je definovaná pomocí mikroskopického pole \mathbf{E}_0 , kde se nebere v úvahu elektrické pole generované vlastním dipólem, celkově dostaneme

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p} = N\alpha\mathbf{E}_0$$

- vektor polarizace můžeme též definovat pomocí makroskopických veličin – susceptibility $\chi \rightarrow$ index lomu

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0\chi\mathbf{E}$$

- na základě mikroskopických veličin chceme získat vyjádření pro makroskopické veličiny, na základě analýz platí:

$$\mathbf{E} = \left(1 - \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0}\right)\mathbf{E}_0$$

- takže platí $\mathbf{P} = \frac{N\alpha}{1 - \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0}}\mathbf{E} = \varepsilon_0\chi\mathbf{E}$, kde $\chi = \frac{N\alpha/\varepsilon_0}{1 - \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0}}$

- ze vztahu pro susceptibilitu si vyjádříme polarizovatelnost a dále víme, že $\chi = \varepsilon_r - 1$

$$\textit{konstanta} = \alpha = \frac{3\varepsilon_0}{N} \left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \right) \quad \text{Clausius-Mossottiho rovnice}$$

- dále budeme hledat podobný tvar pro index lomu + budeme uvažovat disperzi dielektrického materiálu

Klasická teorie disperze dielektrik

- předpokládejme model prostředí ve formě kmitajícího oscilátoru (náboje vynuceně kmitají pod vlivem dopadajícího pole)

$$m_e \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = -\kappa \mathbf{x} - b \frac{d\mathbf{x}}{dt} - e \mathbf{E}_0 \quad / \cdot N(-e)/m_e \quad \mathcal{P} = \sum_i (-e \mathbf{x}_i) = -N e \mathbf{x}$$

$$\frac{d^2 \mathcal{P}}{dt^2} + \gamma \frac{d\mathcal{P}}{dt} + \omega_0^2 \mathcal{P} = \frac{N e^2}{m_e} \mathbf{E}_0$$

$$\frac{d^2 \mathcal{P}}{dt^2} + \gamma \frac{d\mathcal{P}}{dt} + \omega_0^2 \mathcal{P} = \omega_p^2 \varepsilon_0 \mathbf{E}_0 \quad \omega_p^2 = \frac{N e^2}{\varepsilon_0 m_e} \quad \text{je plazmová frekvence odpovídající oscilacím volných nábojů}$$

- řešením jsou podobně jako u mechanického oscilátoru harmonické kmity, kdy pro komplexní amplitudy platí

$$\mathbf{P} = \frac{\omega_p^2 \varepsilon_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \mathbf{E}_0$$

- pole, které působí na náboje a vytváří dipólový moment ale není stejné jako ve výrazu

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \mathbf{E}$$

- efektivní pole je zvětšené o příspěvek okolních dipólů a platí

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E} + \frac{1}{3\varepsilon_0} \mathbf{P} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{P} = 3\varepsilon_0 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \mathbf{E}_0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{P} = 3\varepsilon_0 \frac{\hat{n}^2 - 1}{\hat{n}^2 + 2} \mathbf{E}_0$$

Disperze dielektrických vlastností

- pro index lomu lze potom psát

$$\frac{\hat{n}^2 - 1}{\hat{n}^2 + 2} = \frac{1}{3} \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$$

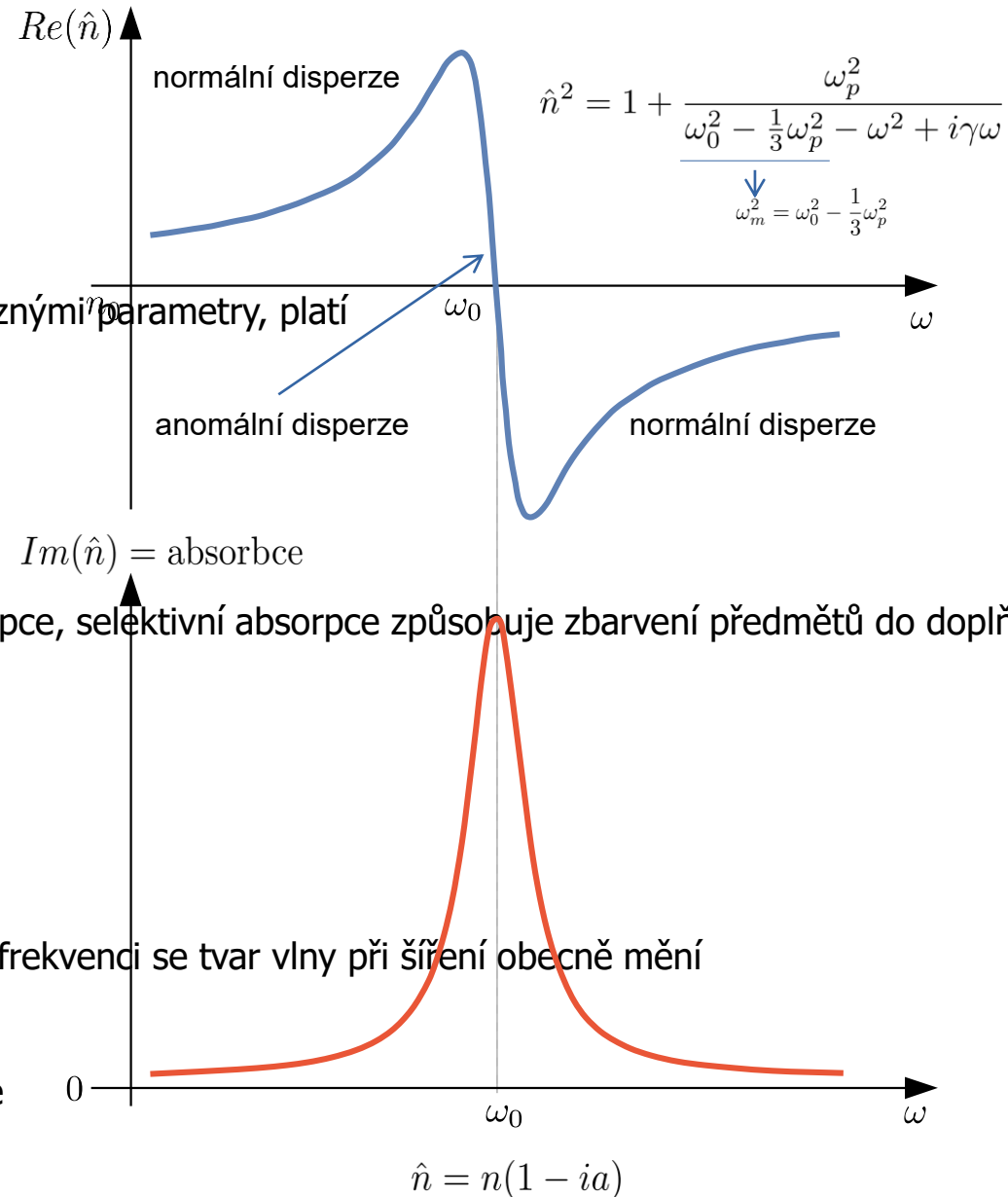
- pokud se v prostředí vyskytují různé oscilátory s různými parametry, platí

$$\frac{\hat{n}^2 - 1}{\hat{n}^2 + 2} = \frac{1}{3} \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$$

- v rezonanční oblasti nastává silná rezonanční absorpce, selektivní absorpce způsobuje zbarvení předmětů do doplňků

- v důsledku závislosti fázové rychlosti šíření vlny na frekvenci se tvar vlny při šíření obecně mění

- uvedené vztahy: obecný výpočet je složitý, často se provádí zanedbání k získání indexu lomu



Disperze – různé materiály

- **plasma** – ionizovaný plyn (také jednoduchý model kovu)

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

- **molekulární plyn** (kolekce neinteragujících oscilátorů)

$$\hat{n}^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}$$

- **dielektrikum**

$$\hat{n}^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \frac{1}{3}\omega_p^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_m^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}$$

- pro průhledné materiály s reálným indexem lomu → Lorenz-Lorentzův vztah (ρ je hustota)

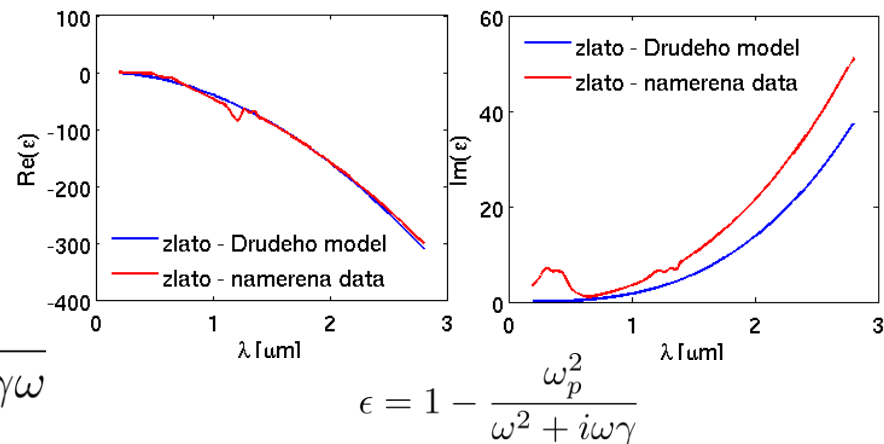
$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) = \text{constant}$$

- speciální tvar pro plyny a kapaliny (M je molární hmotnost)

$$\left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) \frac{M}{\rho} = \text{constant}$$

- na základě znalosti indexu lomu plynu → lze zjistit permitivitu kapaliny

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1}{\frac{\epsilon}{\epsilon_0} + 2} \right) = \text{constant}$$



Material	n		Molar refractivity	
	Liquid	Gas	Liquid	Gas
O ₂	1.221	1.000271	2.00	2.01
HCl	1.245	1.000447	6.88	6.62
H ₂ O	1.334	1.000244	3.71	3.70
CS ₂	1.628	1.00147	21.33	21.78

tabulka pro molekulární plyny a tekutiny
molar refractivity = přeškálovaná polarizovatelnost

Grupová rychlost – ilustrační příklad

- uvažujme dvě vlny, které mají stejný směr šíření, dále uvažujme, že mají stejnou amplitudu, ale frekvence a vlnová čísla je odlišné

$$\omega_1 = \omega + \Delta\omega, \quad k_1 = k + \Delta k$$

$$\omega_2 = \omega - \Delta\omega, \quad k_2 = k - \Delta k$$

- superpozice obou vln se dá vyjádřit jako (použity součtové vzorce)

$$f(x, t) = A \cos(\omega_1 t - k_1 x) + A \cos(\omega_2 t - k_2 x) = \underbrace{2A \cos(\Delta\omega t - \Delta k x)}_{\text{modulace}} \underbrace{\cos(\omega t - k x)}_{\text{nosná vlna}}$$

amplitudová modulace daná interferencí dvou vln maxima (obálka) definují grupu, má vlnový vektor Δk a šíří se rychlostí (odvození jako vlevo)

$$u = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \text{grupová rychlost}$$

modulace je na nosné vlnové frekvenci

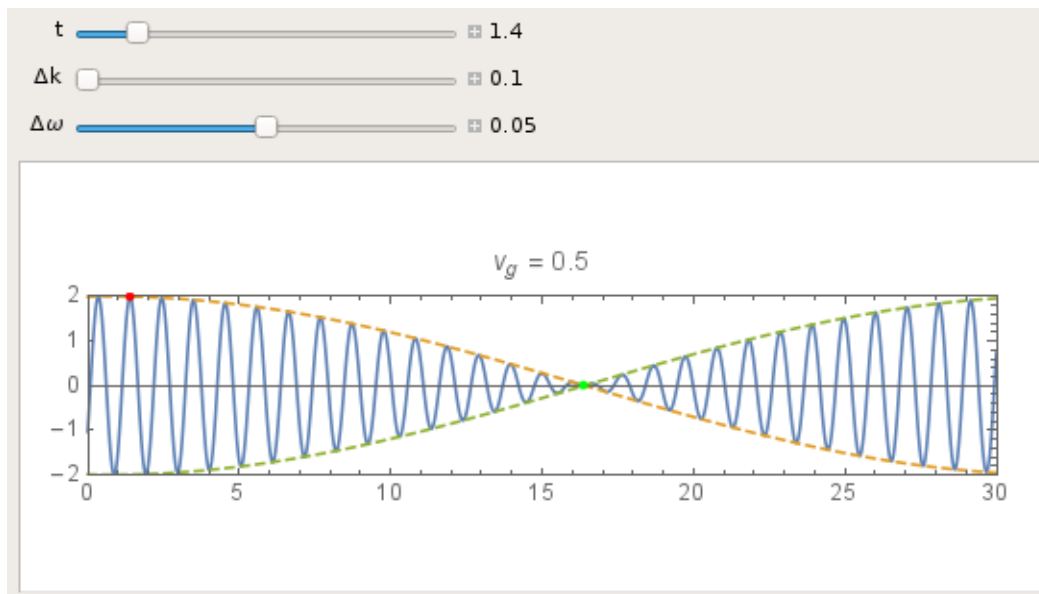
$$\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$

má vlnový vektor k a šíří se rychlostí

$$\omega t - kx = \text{konst.}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d((\omega t - \text{konst})/k)}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

= fázová rychlost



Grupová rychlost, normální a anomální disperze

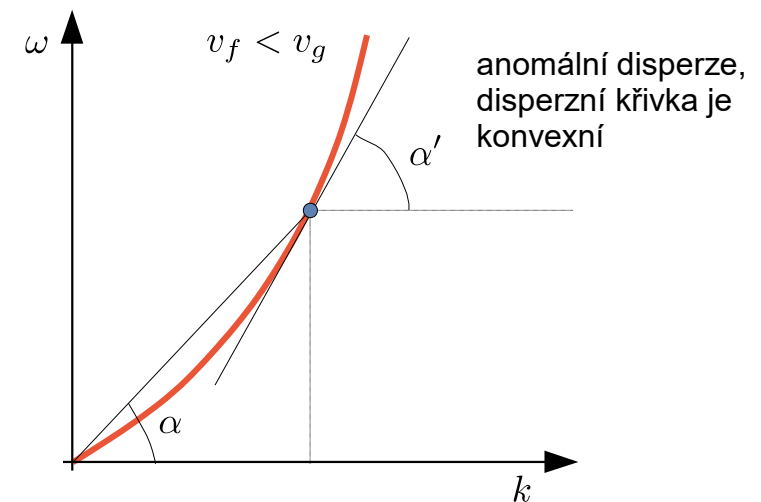
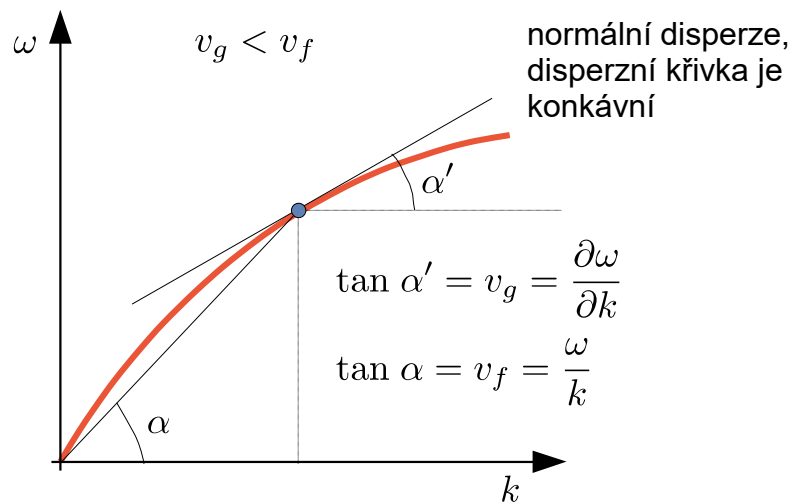
- pro širokospektrální signál se jeho jednotlivé složky superponují a vytvářejí vlnový balík, jeho tvar se díky disperzi obměňuje
- rychlost pohybu balíku je dána stacionaritou fázových poměrů jednotlivých spektrálních složek
- tzv. grupovou rychlost můžeme tedy zjistit z podmínky stacionarity fáze

$$\Phi = \omega t - kz \quad \frac{\partial}{\partial \omega} \Phi = \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega t - kz + \phi) = 0$$

$$t - \frac{\partial k}{\partial \omega} z = 0 \quad \longrightarrow \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$



- v závislosti na disperzi může být grupová rychlost menší nebo větší než rychlost fázová
- když je grupová rychlost menší než fázová, mluvíme o disperzi normální, v opačném případě se jedná o disperzi anomální



SHRNUTÍ – Optická vlna v materiálovém prostředí

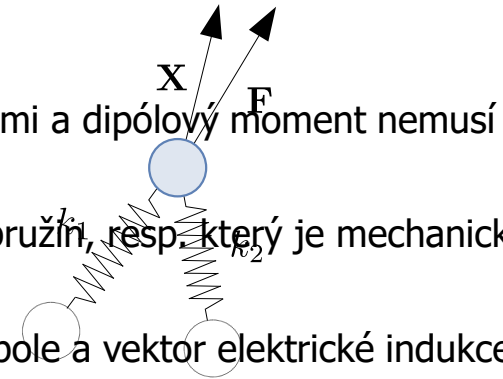
- v dielektriku dochází vlivem vnějšího pole k vytvoření dipólového momentu – polarizace
- pole dipólů ovlivňuje celkové pole v materiálu, pro popis výsledného pole můžeme zavést vektor elektrické indukce (resp. analogicky v magnetické oblasti vektor magnetické intenzity)
- při dopadu elektromagnetické vlny tyto dipóly vynuceně kmitají a následně vyzařují další elektromagnetickou vlnu, která společně s dopadající vlnou vytváří celkové pole
- polarizační odezva prostředí je frekvenčně závislá – dochází k disperzi
- index lomu je obecně komplexní, reálná část popisuje fázovou rychlost šíření vlny, imaginární část popisuje její tlumení
- elektromagnetické pole v obecném izotropním prostředí má charakter TEM vlny
- u disperzního prostředí je grupová rychlost mírou přenosu energie ustáleného toku světla

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1 Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2 Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3 Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4 Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5 Přejechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, p
- 6 Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlňová
- 7 Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8 Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9 Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10 Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11 Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12 Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Optická vlna v anizotropním prostředí

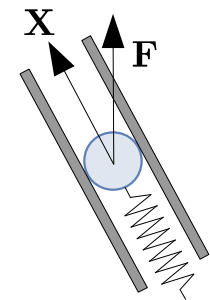
- doposud jsme předpokládali, že vektor polarizace má stejný směr jako vektor intenzity elektrického pole, resp. že el
- v případě komplikovanější struktury dipólů může být jejich oscilace omezoována vazbami a dipólový moment nemusí
- pro představu lze použít analogii s mechanickým oscilátorem, který obsahuje vícero pružin, resp. který je mechanick
- potom lze očekávat, že vektor polarizace bude mít jiný směr než vektor elektrického pole a vektor elektrické indukce



$$\mathbf{P}_i = \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij} \mathbf{E}_j$$

$$\mathbf{D}_i = \varepsilon_0 \sum_j \varepsilon_{ij} \mathbf{E}_j$$

χ_{ij} , ε_{ij} je tenzor (relativní) dielektrické susceptibility (permittivity)



- anizotropie může být přirozená (daná asymetrickou stavbou materiálu) nebo vynucená (např. vnějším elektrickým m

Typy anizotropních prostředí

- anizotropie materiálových vlastností může být různého druhu podle povahy vztahu

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \overleftrightarrow{\varepsilon} \mathbf{E} \quad \overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{tenzor je obecně hermitovský} \\ \varepsilon_{ij} = \overline{\varepsilon_{ji}} \end{array}$$

- rozlišujeme základní tři typy anizotropních materiálů:

- dvojlomný materiál** – jedná se o dielektrikum, uvažujeme, že je prostorově homogenní, potom

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{pmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} D_x = \varepsilon_0 \varepsilon_x E_x = \varepsilon_0 n_x^2 E_x \\ D_y = \varepsilon_0 \varepsilon_y E_y = \varepsilon_0 n_y^2 E_y \\ D_z = \varepsilon_0 \varepsilon_z E_z = \varepsilon_0 n_z^2 E_z \end{array}$$

- dichroizmus** – ztrátové prostředí, kde je polarizačně závislý koeficient absorpce a

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{pmatrix} n^2 (1 - ia_x)^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 (1 - ia_y)^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}$$

- optická aktivita** – dielektrický materiál, který stáčí polarizaci

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{pmatrix} n^2 & iG & 0 \\ -iG & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}$$

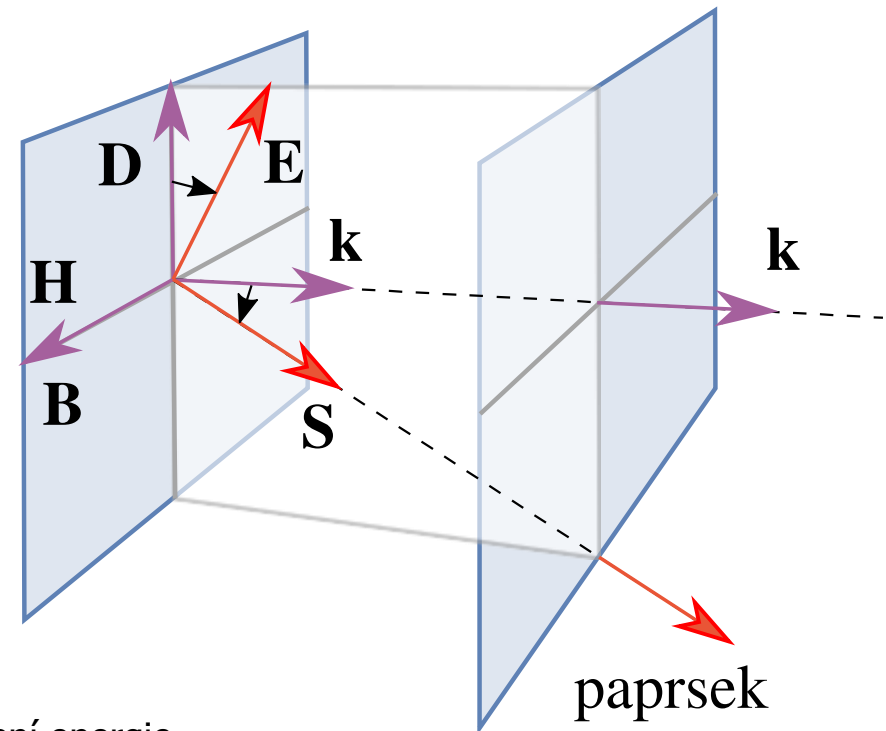
Dvojlomné prostředí

- matice tenzoru permitivity je symetrická \rightarrow je možné ji ve vhodné bázi převést na diagonální tvar
- existují maximálně tři nezávislé ortogonální směry, ve kterých se vlastnosti materiálu liší
- vektory elektrické indukce a intenzity nejsou obecně kolineární
- předpokládejme, že magneticky je prostředí izotropní, vektory magnetické indukce a intenzity jsou kolineární
- uvažujme šíření rovinné vlny ve směru \mathbf{k} fázovou rychlostí c
- potom lze z Maxwellových rovnic dospět ke vztahům mezi vektory pole

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = c\mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E} \perp \mathbf{B}, \mathbf{B} \perp \mathbf{k}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -c\mathbf{D} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{H} \perp \mathbf{D}, \mathbf{D} \perp \mathbf{k}$$

- jelikož je nyní $\mathbf{D} \perp \mathbf{k}$, kmitá na vlnoploše \mathbf{D}
- vektory \mathbf{D} , \mathbf{B} , \mathbf{k} tvoří pravotočivý systém
- vektor \mathbf{E} leží v rovině vektorů \mathbf{D} , \mathbf{k}
- vlna již není TEM
- vektor \mathbf{E} je obecně nekolineární s \mathbf{D}
- označme dále \mathbf{S} vektor kolmý na \mathbf{E} , \mathbf{H} , kde \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{S} tvoří pravotočivý systém
- vektor \mathbf{S} udává směr Poyntingova vektoru, a tedy směr šíření energie

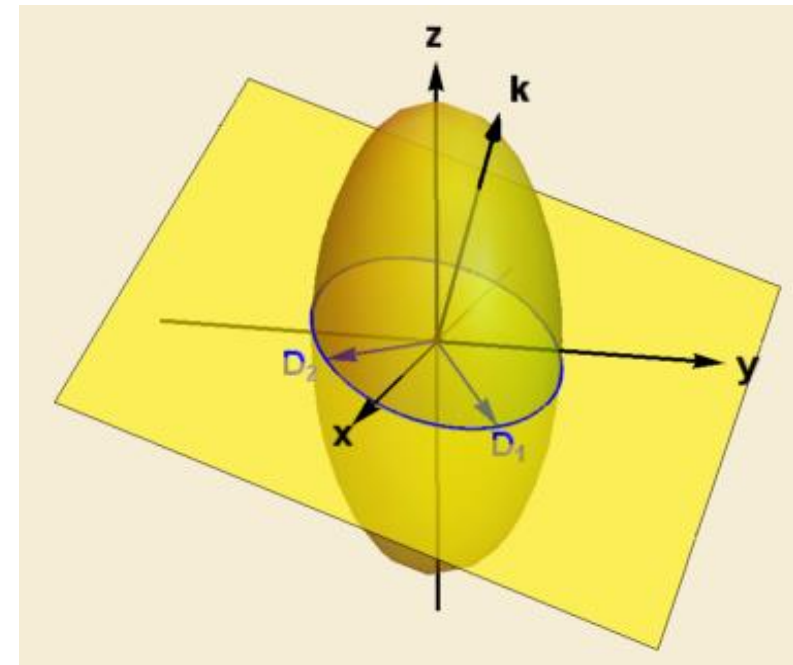


Indexový elipsoid

- jestliže jsou optické osy shodné se souřadným systémem, lze tenzor permitivity (\rightarrow impermeability \rightarrow) převést na tvar

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$$

- geometrické znázornění se nazývá indexový elipsoid
- hodí se ke zjištění polarizací a indexů lomu příslušející k vlnám, které se šíří v daném směru
- 1) podle hodnot n_x, n_y, n_z se nakreslí indexový elipsoid
- 2) pro daný směr šíření u se najde tzv. indexová plocha (obecně je to elipsa) jako plocha, která je kolmá na směr šíření, prochází středem elipsoidu a je ohraničena pláštěm elipsoidu
- 3) indexová elipsa je definovaná svými poloosami n_1, n_2 , tyto hodnoty určují indexy lomu příslušející dvěma normálním módům
- 4) poloosy definují směr vektorů $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ normálních módů, ty jsou na sebe kolmé

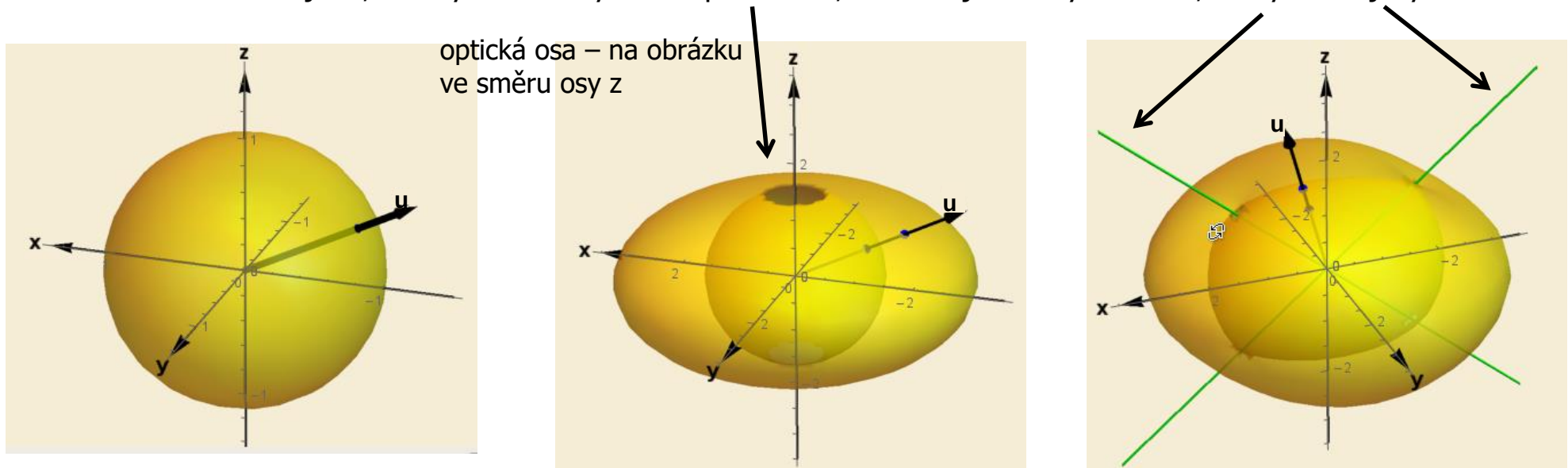


Normálová plocha neboli \mathbf{k} -plocha

- vycházíme z vektorové rovnice $\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) + \omega^2 \mu_0 \epsilon \mathbf{E} = 0$ a hledáme netriviální řešení rovnice

$$\begin{bmatrix} n_1^2 k_o^2 - k_2^2 - k_3^2 & k_1 k_2 & k_1 k_3 \\ k_2 k_1 & n_2^2 k_o^2 - k_1^2 - k_3^2 & k_2 k_3 \\ k_3 k_1 & k_3 k_2 & n_3^2 k_o^2 - k_1^2 - k_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- důsledek: závislost ω na k_1, k_2, k_3 všechna řešení lze nakreslit pomocí normálových ploch, pokud v daném směru není dvojlom, takový směr nazýváme optická osa, 1 osa = jednoosý materiál, 2 osy = dvojosý materiál



izotropní materiál = obě řešení jednoosý materiál = jedno řešení koule dvojosý materiál = dvě ... řešení degenerují do jedné koule druhé řešení elipsa

- průsečík směru vektoru \mathbf{u} s \mathbf{k} -plochou určuje vektor \mathbf{k} jehož velikost $k = n\omega/c_0$ poskytuje hodnotu indexu lomu n , následně pak lze stanovit směr polarizace normálních módů

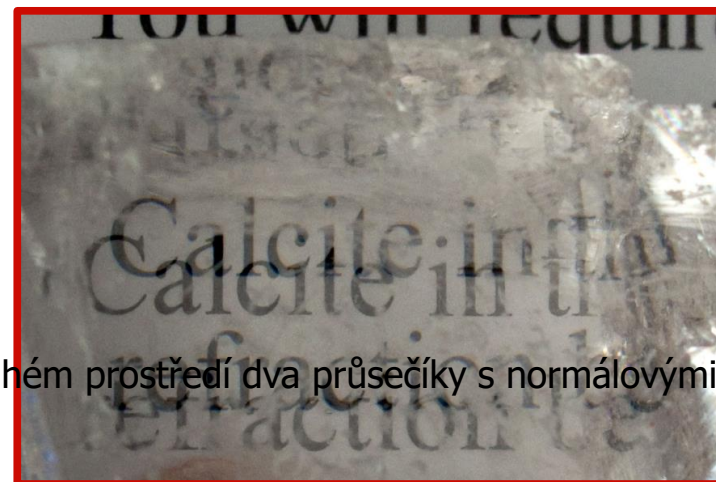
Dvojlom

- v dvojlomném prostředí platí pro tenzor permitivity

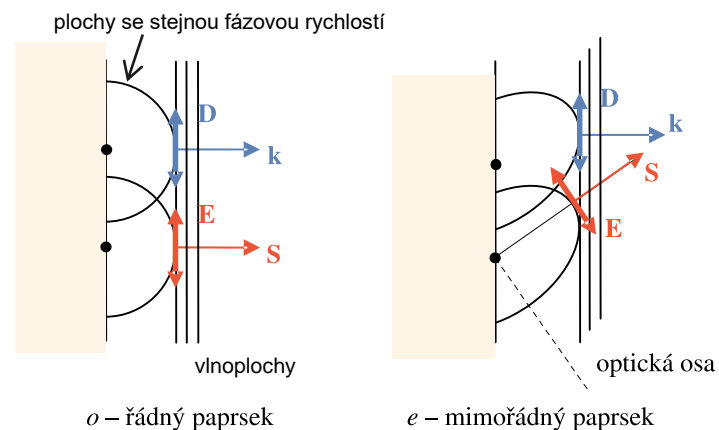
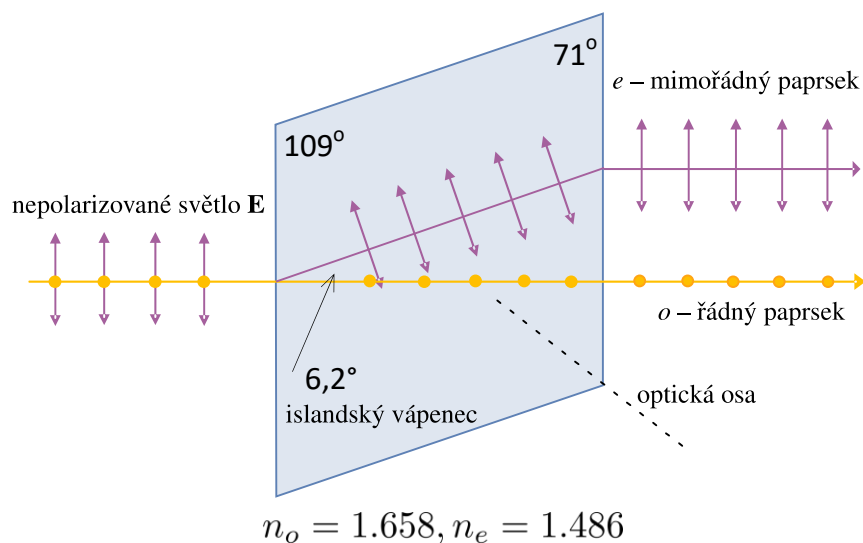
$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix}$$

- uvažujme jevy na rozhraní izotropního a anizotropního prostředí
- při lomu z izotropního do anizotropního prostředí dostaneme ve druhém prostředí dva průsečíky s normálovými křivkami

→



- přirozené (nepolarizované) světlo dopadá na klenec islandského – při průchodu vzniknou dva paprsky, které se šíří různými směry – na výstupu jsou oba dva vzájemně posunuté a rovnoběžné s dopadajícím paprskem
 - jeden se šíří stejně jako v izotropním prostředí, a proto se nazývá řádný (ordinární)
 - druhý je posunutý, neřídí se zákonem lomu a nazývá se mimořádný (extraordinární)



Dvojlomné krystaly a jejich využití

- anizotropní chování jednotlivých molekul může být zesíleno, pokud jsou v materiálu uspořádány pravidelně → jednodušší
- u krystalů je anizotropie přirozená, může se ale vyskytnout i u nekystalických látek např. definovaně tažených (organických)
- dvojlomné prostředí se třemi různými indexy n_x, n_y, n_z má dvě normálové optické osy (směry, ve kterých se mohou šířit světelné vlny)
- u opticky jednoosých krystalů rozlišujeme tzv. kladné a záporné krystaly

Indukovaný dvojlom

- některé izotropní krystaly (resp. anizotropní využívané ve směru optické osy) mohou být pod vlivem vnějších polí (elektrického, magnetického) anizotropní
- vynucujícím vlivem může být elektrické pole (elektrooptický jev), magnetické pole (magnetooptický jev), mechanické napětí (akustický jev)
- typickými reprezentanty jsou Pockelsův lineární elektrooptický jev a Kerrův kvadratický jev, Faradův magnetooptický jev



Dvojlomné krystaly a jejich využití

- **polarizační retardátory** – využívají vznik různého fázového zpoždění pro navzájem ortogonální směry polarizace
- **polarizátory** – vytvářejí definované polarizační směry z dopadající vlny, resp. oddělují dva navzájem ortogonální směry

Polarizační retardátory

- vzájemné zpoždění dvou polarizačních směrů je získáno průchodem světla planparalelní destičkou tloušťky d z vhodného materiálu
 $n_o = 1.54424, n_e = 1.55335$

$$\Delta\phi = k_0 d (n_o - n_e)$$

- z důvodu dosažení co největšího rozdílu indexů lomu se volí šíření kolmo na optickou osu (indexy lomu potom dosahují maxima)
- pro půlvlnnou destičku (retardaci π) platí

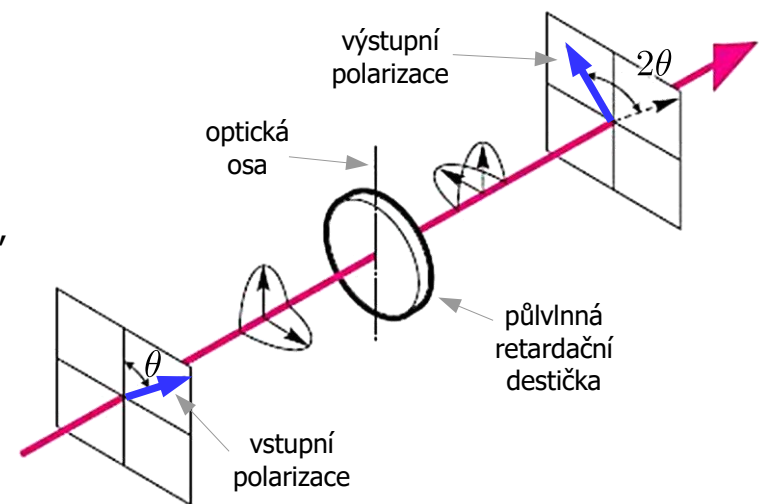
$$d = \frac{(2m - 1)\lambda}{2 |n_o - n_e|}$$

půlvlnná destička: pokud je na vstupu lineární polarizace otočená o úhel ϑ , po průchodu je výstupní polarizace opět lineární, ale otočená o úhel 2ϑ

- pro čtvrtvlnnou destičku (retardaci $\pi/2$) platí

$$d = \frac{(2m - 1)\lambda}{4 |n_o - n_e|}$$

čtvrtvlnná destička: pokud je na vstupu lineární polarizace otočená o úhel 45 stupňů, po průchodu je výstupní polarizace kruhová, platí to i obráceně



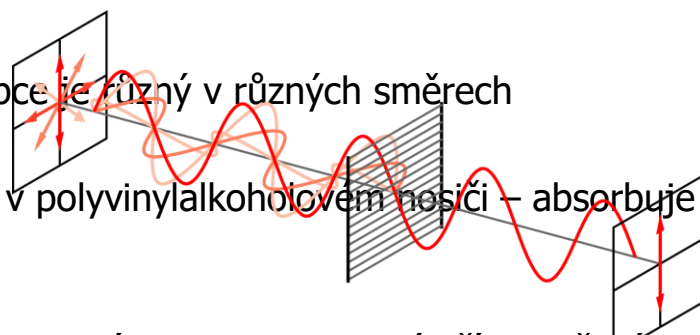
Dichroizmus a jeho aplikace

- dichroizmus je typ absorpční anizotropie – souvisí s dielektrickými ztrátami, pro vztah mezi indukcí a intenzitou elektrického pole

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{pmatrix} n^2 (1 - ia_x)^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 (1 - ia_y)^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}$$

- dichroický materiál je polarizačně selektivní, a tedy anizotropní, název dichroizmus je historický, odvozený od pozorování
- byl pozorován např. na krystalech turmalínu, které jednu z polarizací silně absorbují
- princip si lze představit na systému hustých lineárních vodičů se subvlnovou vzdáleností, které polarizaci ve směru vlnění absorbují

- můžeme psát $\hat{n} = n(1 - ia_{x,y}(\omega))$, kde koeficient absorpce je různý v různých směrech
- důležitým příkladem je polaroid J-typu – krystalky herapatitu v polyvinylalkoholovém nosiči – absorbují jednu z polarizací
- dnes se využívá zejména polaroid H-typu – bez krystalků, vodivostní anizotropie vzniká přímo tažením polyvinylalkoholu



- extinkční poměr polaroidů může být až 10^3 , běžně bývá 10^2 , propustnost v propustném směru 50-80%, díky absorpci se nehodí pro výkonové aplikace



Optická aktivita a její využití

- optická aktivita je anizotropní projev materiálu s prostorově rotační strukturou
- v důsledku této struktury dochází při šíření ke stáčení vektorů pole a polarizace
- optická aktivita může být dielektrická i vodivostní, vztah mezi vektory pole můžeme psát pomocí bezrozměrného gyračního vektoru \mathbf{G}

$$\overleftrightarrow{\epsilon} = \begin{pmatrix} n^2 & iG & 0 \\ -iG & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} + i\epsilon_0 \mathbf{G} \times \mathbf{E}$$

- kruhová** polarizace je tady "vlastní" polarizací opticky aktivního média
- přirozená aktivita je jednoznačně svázaná s materiálovou strukturou, přirozenou aktivitu vykazuje řada látek, dvojnásobně

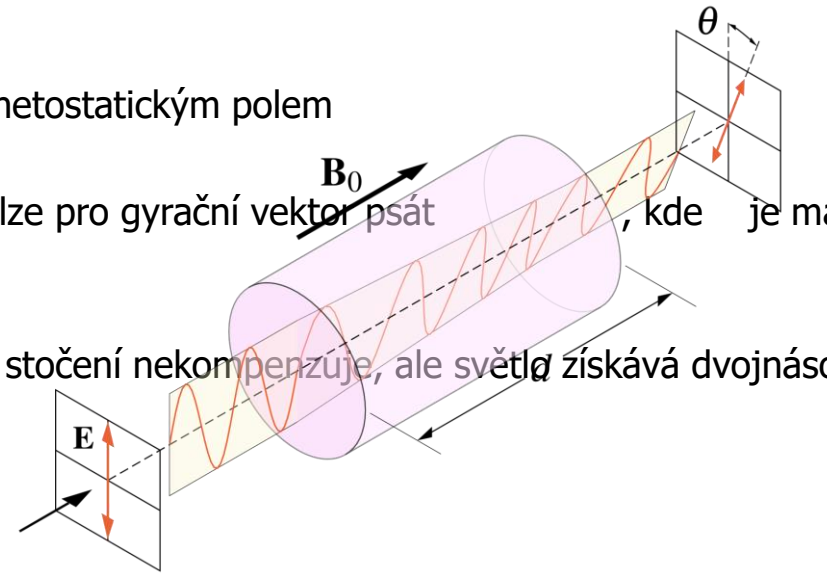
Vynucená optická aktivita – Faradayův jev

- u řady amorfních látek lze vyvolat optickou aktivitu vnějším magnetostatickým polem
- pokud má magnetostatická indukce směr postupu světelné vlny, lze pro gyrační vektor psát $\mathbf{G} = \gamma \mathbf{B}_0$, kde γ je magnetický gyrační koeficient

$$\mathbf{G} = \gamma \mathbf{B}_0$$

- při odrazu a zpětném průchodu se na rozdíl od přirozené aktivity stočení nekompenzuje, ale světlo získává dvojnásobně

- typické materiály vykazující Faradayův jev jsou sklo ($V=317 \text{ T}^{-1} \text{ cm}^{-1}$), kuchyňská sůl ($V=359 \text{ T}^{-1} \text{ cm}^{-1}$), voda ($V=131 \text{ T}^{-1} \text{ cm}^{-1}$), křemen ($V=166 \text{ T}^{-1} \text{ cm}^{-1}$)



Optická vlna v nelineárním prostředí

- doposud jsme uvažovali lineární závislost mezi přiloženým elektrickým polem a polarizační odezvou materiálu

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

- až do vynálezu laseru v roce 1960 nebyly nelineární efekty často pozorovány (např. rozptyly)
- pomocí typického Nd:YAG laseru můžeme generovat 1 MW, 1 ns pulsy na vlnové délce 1 μm . Typický průměr paprsku 1 mm^2 má za následek špičkovou intenzitu elektrického pole 10⁷ V/m. Jestliže zaostříme tento paprsek na oblast přibližně λ^2 , může dosáhnout intenzita elektrického pole 10¹⁰ V/m. Je to řádově síla atomového pole a je příliš velká na to, aby bylo možné vztah mezi P a E považovat za lineární.

- uvažujme pro jednoduchost bezdisperzní prostředí (polarizační odezva je okamžitá), potom pro vektor polarizace můžeme psát

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \varepsilon_0 \chi^{(1)} \mathcal{E} + \varepsilon_0 \chi^{(2)} \mathcal{E}^2 + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \mathcal{E}^3 + \dots = \\ &= \underbrace{\mathcal{P}^{(1)}}_{\text{lineární člen}} + \underbrace{\mathcal{P}^{(2)} + \mathcal{P}^{(3)} + \dots}_{\text{malé nelineární členy}} = \mathcal{P}^{(LIN)} + \mathcal{P}^{(NL)} \end{aligned}$$

typické velikosti susceptibilit

$$\chi^{(1)} = \frac{\pi}{2}$$

$$\chi^{(2)} = 10^{-12} \text{mV}^{-1}$$

$$\chi^{(3)} = 10^{-24} \text{m}^2 \text{V}^{-2}$$

- potom po dosazení do Maxwellových rovnic a odvození vlnové rovnice dostaneme

$$\nabla^2 \mathcal{E} - \frac{\varepsilon^{(1)}}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathcal{P}^{(NL)}}{\partial t^2}$$

- člen na pravé straně obsahuje nelinearitu, tu již nelze zanedbat pro **velkou intenzitu elektrického pole**
- na pravé straně se díky mocninné závislosti na elektrické intenzitě objeví kromě základní také další frekvence

Generace druhé harmonické

- předpokládejme dopad harmonické vlny na nelineární materiál s nenulovou susceptibilitou druhého řádu

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{i\omega t} \} = \frac{1}{2} (\mathbf{E} e^{i\omega t} + \mathbf{E}^* e^{-i\omega t})$$

- potom v prostředí vznikne nelineární polarizace

$$\mathcal{P}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \mathcal{E}^2 = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \chi^{(2)} (2\mathbf{E}\mathbf{E}^* + \mathbf{E}^2 e^{i2\omega t} + \mathbf{E}^{*2} e^{-i2\omega t})$$

optická rektifikace (stejnoseměrné napětí)

- kde se objeví také člen s dvojnásobnou frekvencí
- jelikož tento člen figuruje ve vlnové rovnici jako řídicí člen, vznikne v jeho důsledku vlna s dvojnásobnou frekvencí, než měla vlna původní

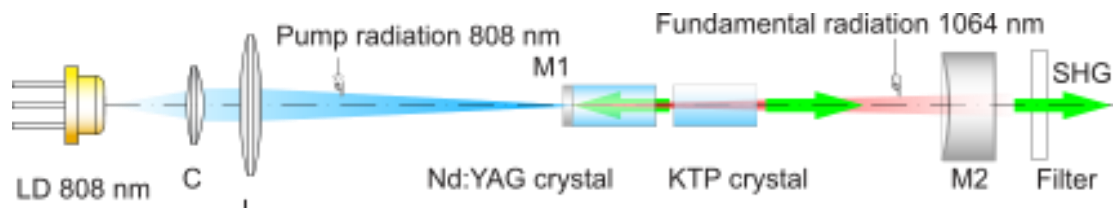
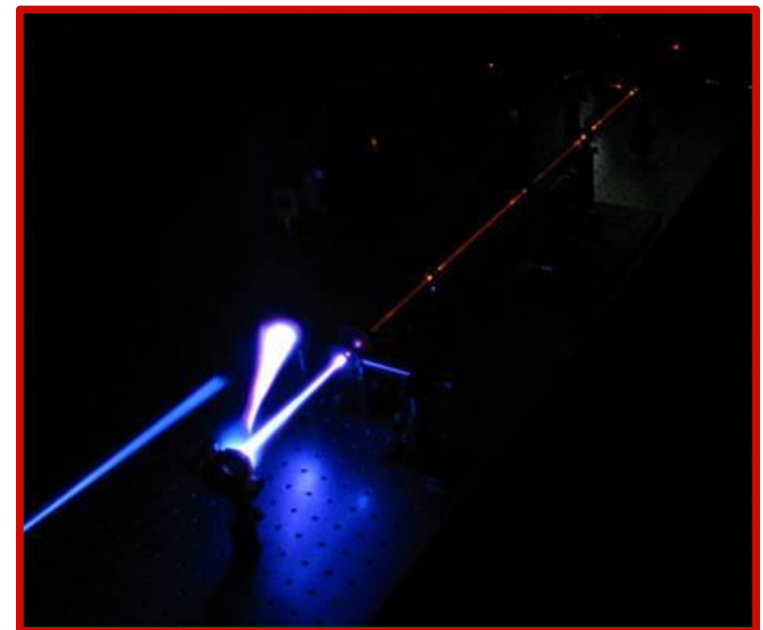


schéma zeleného ukazovátka

- budící záření 808 nm vyvolává emisi záření 1064 nm v krystalu Nd:YAG, ten je umístěn v rezonátoru společně s nelineárním prostředím – KTP krystal, ten generuje vlnu s dvojnásobnou frekvencí → 532 nm, následně je záření s vlnovou délkou 1064 nm filtrováno




Generace součtových a rozdílových frekvencí

- pokud necháme na krystal s nelinearitou druhého řádu dopadat dvě vlny s různými frekvencemi


$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \{ \mathbf{E}_1(\mathbf{r})e^{i\omega_1 t} + \mathbf{E}_2(\mathbf{r})e^{i\omega_2 t} \}$$

- objeví se ve výrazu pro polarizaci také různé kombinace těchto frekvencí (součet, rozdíl, dvojnásobky jednotlivých frekvencí) – **třívlňový proces**


$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{(2)} &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2 = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \chi^{(2)} (\mathbf{E}_1 e^{i\omega_1 t} + \mathbf{E}_2 e^{i\omega_2 t} + \mathbf{E}_1^* e^{-i\omega_1 t} + \mathbf{E}_2^* e^{-i\omega_2 t})^2 = \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)} (\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1^* + \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_2^*) + \leftarrow \text{optická rektifikace (stejnoseměrné napětí)} \\ &+ \frac{1}{4} \varepsilon_0 \chi^{(2)} \left(\mathbf{E}_1^2 e^{i2\omega_1 t} + \mathbf{E}_2^2 e^{i2\omega_2 t} + 2\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} + 2\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2^* e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} + (\dots)^* \right) \end{aligned}$$




druhá harmonická
 ω_1



druhá harmonická
 ω_2



součet frekvencí
 $\omega_1 + \omega_2$



rozdíl frekvencí
 $\omega_1 - \omega_2$

- díky tvaru vlnové rovnice dojde k vytvoření nových vln s těmito kombinacemi původních frekvencí
- Objeví se všechny procesy najednou? Který proces bude dominantní? Co určuje účinnost?
- jednotlivé jevy nemusí nastávat současně, jelikož musí být splněny různé zákony zachování (energie, hybnosti, počtu fotonů), které nejsou vždy splněny pro všechny typy procesů

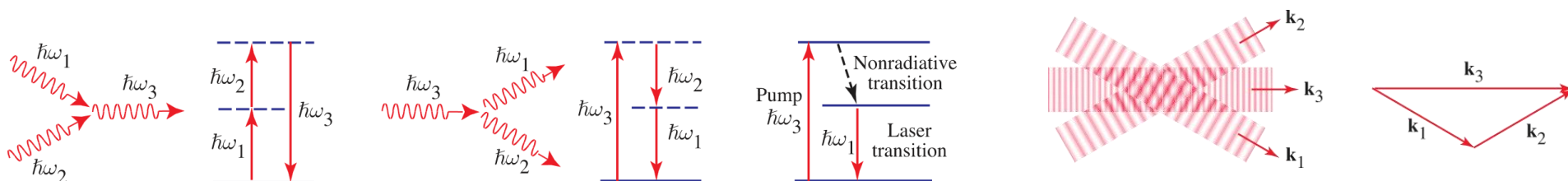
Třívlnový proces jako proces interakce fotonů

- na třívlnový proces lze nahlížet z hlediska fotonové optiky jako na interakci 3 fotonů, z nichž každý má svou energii a hybnost, ze zákonů zachování hybnosti a energie dostaneme

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \quad \text{frekvenční podmínka}$$

tyto podmínky se dají zobecňovat i pro další procesy

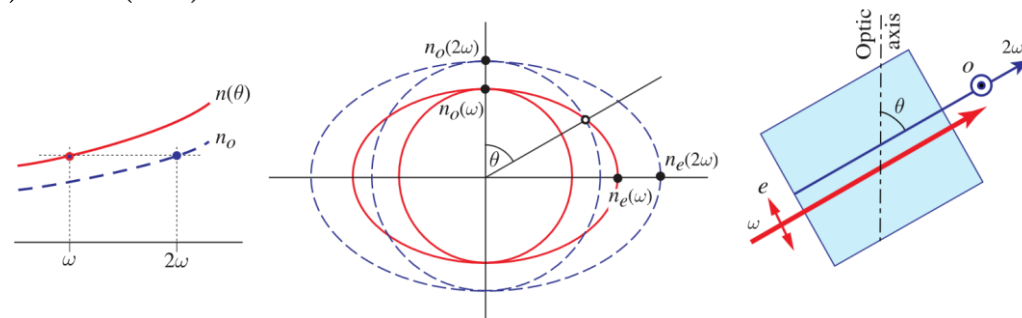
$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 \quad \text{podmínka fázové synchronizace, tato podmínka rozhoduje o tom, která vlna se bude generovat}$$



- příklad generace druhé harmonické pomocí dvojlomného krystalu: pro generaci druhé harmonické mají obě dvě vstupní vlny stejnou frekvenci, uvažujeme-li kolineární interakci musí platit

$$n(\omega) = n(2\omega)$$

- vlny o různých frekvencích se musí šířit stejně rychle, tato podmínka se dá splnit pomocí natočení anizotropního krystalu

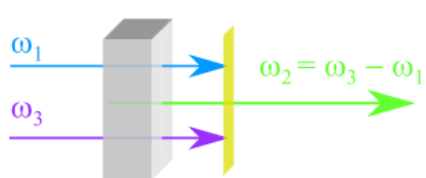


Typy procesů v nelineární optice

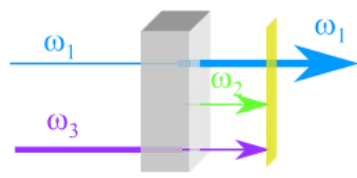
- podle počtu zúčastněných vln rozlišujeme jednotlivé procesy jako například třívlňový proces (ze dvou vstupních vln vzniká třetí vlna – souvisí s nelinearitou druhého řádu), čtyřvlňový proces (ze tří vstupních vln vzniká čtvrtá vlna – souvisí s nelinearitou třetího řádu)

Třívlňový proces (nelinearita druhého řádu)

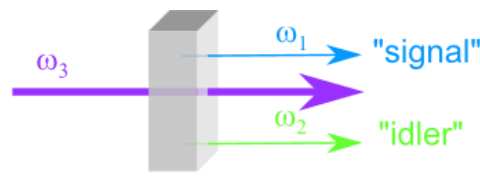
- je charakteristický u určitých nesymetrických prostředí, zejména krystalů: např. pro SHG – LiNbO_3 , LiTaO_3 , KNbO_3 , $\text{KTP} = \text{KTiOPO}_4$, $\text{KDP} = \text{KH}_2\text{PO}_4$, $\text{LBO} = \text{LiB}_3\text{O}_5$, $\text{BBO} = \beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$
- vede k jevům jako jsou generace druhé harmonická a parametrické kombinace kmitočtů (součtový, rozdílový)
- procesy nelinearity 2. řádu je možné v daném prostředí kombinovat a tak docílit např. 2. i 3. harmonickou (druhá harmonická a součtová frekvence)



Difference-frequency generation
(also called Parametric Down-Conversion)

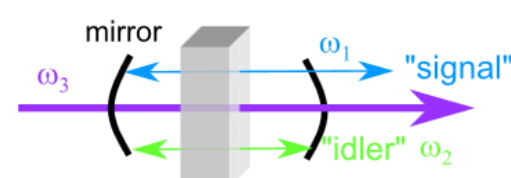


Optical Parametric Amplification (OPA)



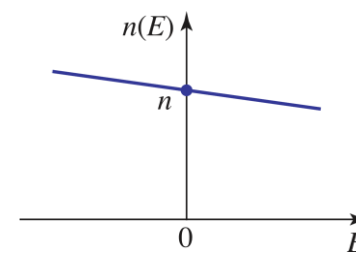
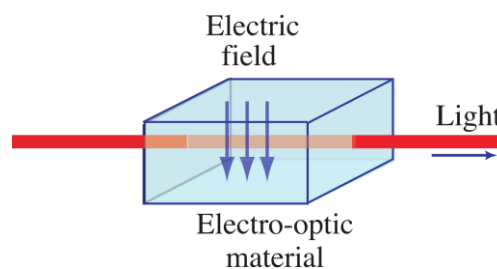
Optical Parametric Generation (OPG)

By convention:
 $\omega_{\text{signal}} > \omega_{\text{idler}}$



Optical Parametric Oscillation (OPO)

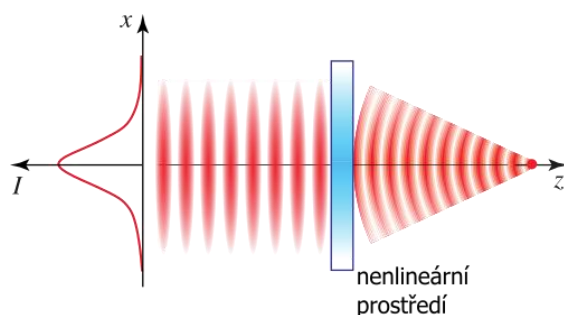
- Pockelsův efekt – lineární elektrooptický efekt – index lomu (dvojlom) se mění úměrně k přiloženému elektrickému poli (vlnové retardátory, modulátory, ...)



Typy procesů v nelineární optice

Čtyřvlnový proces (nelinearita třetího řádu)

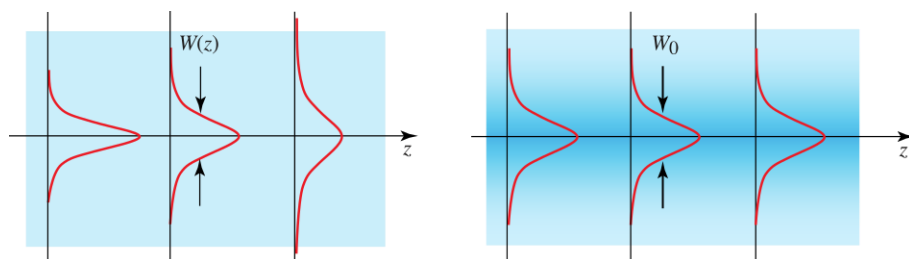
- nastává v prostředí s určitou vnitřní centrální symetrií (u některých krystalů a izotropních prostředí)
- vede ke změně indexu lomu a jevům s tímto souvisejícím (Kerrův jev, samofokuzace, samomodulace, přímá generace 3. harmonické), a dále na jevy nelineárního rozptylu (Ramanův, Brillouinův)
- popisuje i procesy fotorefraktivní (nelineární generace mřížek), konjugace vlnoploch, zesilování vlnoploch, apod.



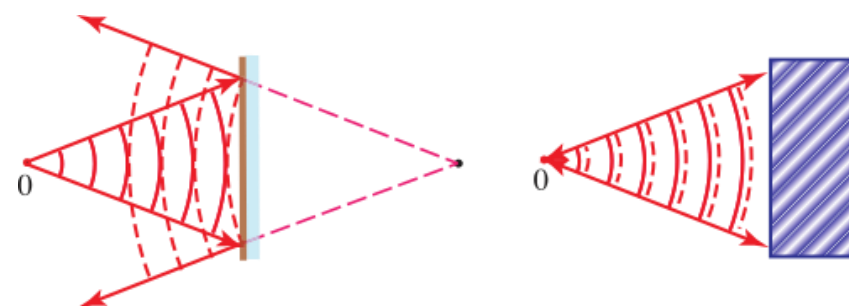
- optický Kerrův jev, index lomu závisí na intenzitě záření

$$n(I) = n + n_2 I$$

typické hodnoty koeficientu n_2 bývají v řádu (m^2/W) 10^{-19} pro



optické solitony: vlevo je šíření Gaussova svazku v lineárním prostředí, vpravo je šíření v nelineárním prostředí



standardní odraz kulové vlny konjugace kulové vlny na sp

SHRNUTÍ – Anizotropní a nelineární prostředí

- vektory polarizace, elektrické intenzity, případně elektrické indukce nemusí být v anizotropním prostředí popisují její tlumení
- příčinou nekolinearity je anizotropie vazeb v materiálu
- anizotropie může být přirozená (daná asymetrickou stavbou materiálu) nebo vynucená (např. Vnější elektrickým nebo magnetickým polem, mechanickým, napětím, ...)
- základní typy anizotropních prostředí jsou dvojlomné materiály, dichroické materiály a materiály vykazující optickou aktivitu
- ve dvojlomném prostředí nejsou již elektrické a magnetické vektory na sebe obecně kolmé, rovinná vlna není TEM, směr šíření energie není totožný se směrem šíření fáze
- na rozhraní izotropního prostředí a dvojlomného materiálu dochází k dvojlomu a dvojodrazu
- dvojlomný materiál lze využít také k manipulaci s polarizačním stavem vlny (viz polarizátory a polarizační retardátory)
- dichroismus je anizotropie absorpce, lze jej využít např. v polarizátorech
- opticky aktivní materiály stáčí rovinu polarizace v důsledku různé rychlosti šíření pravotočivé a levotočivé polarizace
- v nelineárním prostředí je vztah mezi vektorem polarizace a intenzitou elektrického pole obecně nelineární
- nelinearita vede ke vzniku nových frekvencí (součtové a rozdílové frekvence, vyšší harmonické, atd.)
- nelinearita v Maxwellových rovnicích způsobuje komplikace při aplikaci některých technik řešení (jako např. rozklad řešení do vhodné báze, aplikace komplexní symboliky, atd.)

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5Přechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlno
- 7Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Rozhraní dvou homogenních prostředí

- řešíme okrajové podmínky pro vektory magnetické indukce pole na rozhraní dvou prostředí $\mathbf{B} = (\mathbf{B}_t, \mathbf{B}_n)$ k řešení použijeme Maxwellovu rovnici

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

- integraci přes plochu zjednodušíme následujícím způsobem, rozhraní obklopíme válcem o výšce h , podstava má plochu $S_1 = S_2$, plášť má plochu S_h

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{S_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{S_h} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

- pokud se bude h blížit k nule, zjednodušíme integraci, třetí člen je nulový, dále využijeme vlastností skalárního součinu na první dva členy, element $d\mathbf{S}$ u plochy S_1 má opačný směr vůči normále ν

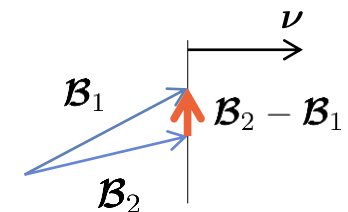
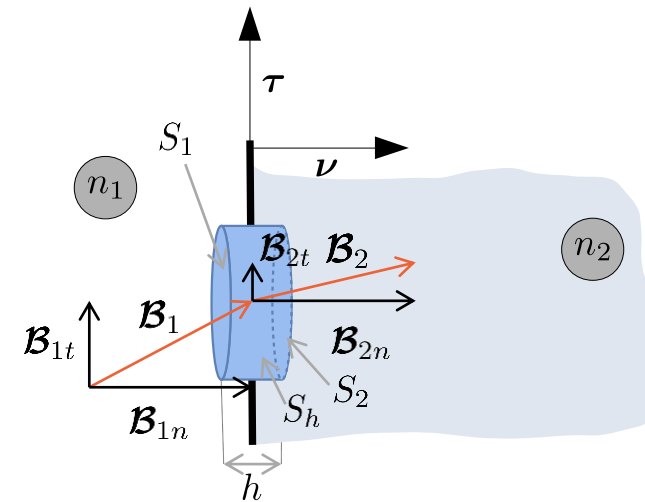
$$d\mathbf{S} \Rightarrow \nu dS \quad S_1 = S_2 = S \quad \longrightarrow \quad \mathbf{B}_2 \cdot \nu S - \mathbf{B}_1 \cdot \nu S = 0$$

- skalární součin nám zde dává normálovou složku, dostaneme rovnost normálových vektorů magnetické indukce

$$\mathbf{B} \cdot \nu = \mathbf{B}_n \Rightarrow \mathbf{B}_{2n} S - \mathbf{B}_{1n} S = 0 \Rightarrow \mathbf{B}_{1n} = \mathbf{B}_{2n}$$

- vektorové vyjádření této relace můžeme napsat ve tvaru (skalární součin kolmých vektorů je roven nule)

$$\nu \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0$$



Rozhraní dvou homogenních prostředí

- řešíme okrajové podmínky pro vektory elektrické intenzity $\mathcal{E} = (\mathcal{E}_t, \mathcal{E}_n)$, na rozhraní dvou prostředí, k řešení použijeme Maxwellovu rovnici

$$\oint_l \mathcal{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathcal{B} \cdot d\mathbf{S}$$

- rozhraní obklopíme virtuální smyčkou s délkou s a šířkou h , dále budeme šířku h limitně zmenšovat k nule a tím se nám Maxwellova rovnice zjednoduší
- integrál přes plochu na pravé straně je roven nule (smyčka) a zbývá nám křivkový integrál na levé straně, příspěvky přes šířku h jsou nulové, integraci provádíme pouze přes stranu s

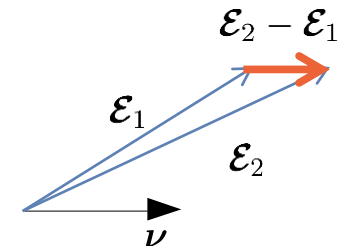
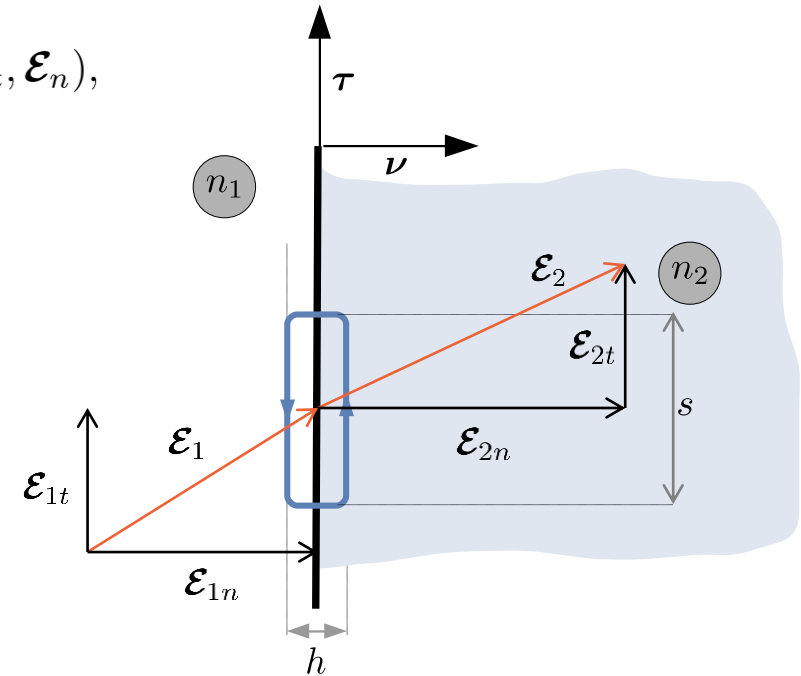
$$\oint_l \mathcal{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathcal{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad h \rightarrow 0 \Rightarrow \mathcal{E}_2 \cdot \boldsymbol{\tau} s - \mathcal{E}_1 \cdot \boldsymbol{\tau} s = 0$$

- znaménko mínus je zde kvůli orientaci uvažované smyčky v našem souřadném systému, skalární součin nám dá tečnou složku pole $\mathcal{E} \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathcal{E}_t$ a výsledkem integrace je vztah

$$\mathcal{E}_{2t}s - \mathcal{E}_{1t}s = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_{1t} = \mathcal{E}_{2t}$$

- tečné složky elektrického pole jsou na rozhraní dvou homogenních prostředí spojité, vektorově to lze zapsat (vektorový součin rovnoběžných vektorů je 0)

$$\boldsymbol{\nu} \times (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1) = 0$$



Rozhraní dvou homogenních prostředí

- analogickým způsobem můžeme zjistit, co platí pro elektrickou indukci a magnetickou intenzitu

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV$$

$$\mathbf{D}_2 \cdot \boldsymbol{\nu} S - \mathbf{D}_1 \cdot \boldsymbol{\nu} S = \rho S h$$

$$h \rightarrow 0 \Rightarrow \rho S h \rightarrow \bar{\rho} S$$

$$\boldsymbol{\nu} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \bar{\rho}$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

$$h \rightarrow 0 \Rightarrow \mathcal{H}_2 \cdot \boldsymbol{\tau} S - \mathcal{H}_1 \cdot \boldsymbol{\tau} S = \bar{\mathcal{J}} S$$

$$\boldsymbol{\nu} \times (\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_1) = \bar{\mathcal{J}}$$

$$\boldsymbol{\nu} \times (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1) = 0 \quad \boldsymbol{\nu} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \bar{\rho}$$

$$\boldsymbol{\nu} \times (\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_1) = \bar{\mathcal{J}} \quad \boldsymbol{\nu} \cdot (\mathcal{B}_2 - \mathcal{B}_1) = 0$$

$\bar{\mathcal{J}}$, $\bar{\rho}$ je plošná hustota proudu a náboje na hranici

- pro dielektrika nebo vodiče s konečnou vodivostí jsou plošné hustoty nulové
- potom platí, že na rozhraní jsou tečné složky polí a normálové složky indukci spojité

Rozhraní dvou homogenních prostředí

- uvažujme rozhraní dvou homogenních prostředí 1 a 2 s různými indexy lomu
- vlnové vektory jednotlivých vln jsou (dopadající, prošlé, odražené)

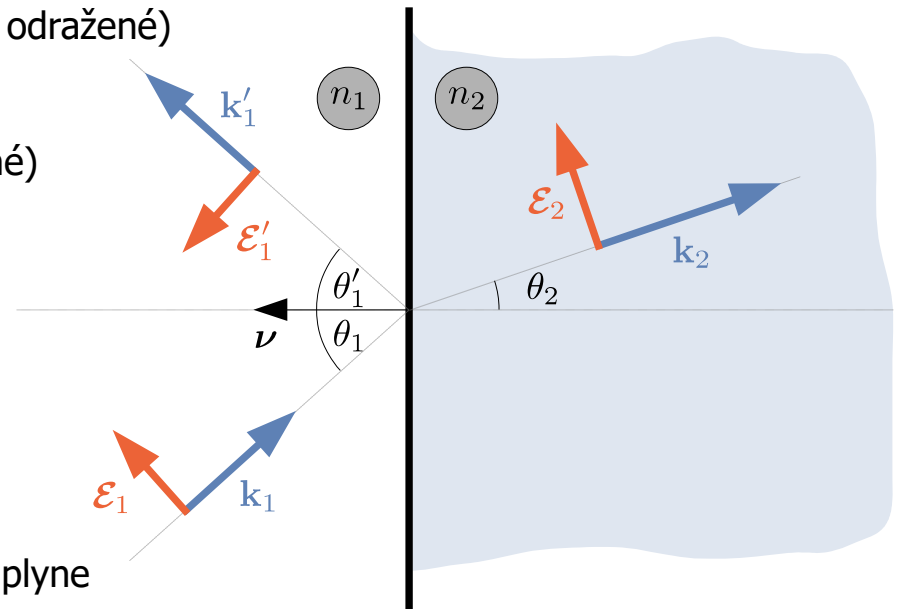
$$\mathbf{k}_j = \kappa_j \mathbf{k}_j$$

- potom pole jednotlivých vln (dopadající, prošlé, odražené)

$$\mathcal{E}_1 = \text{Re} \left[\mathbf{E}_1 e^{i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})} \right]$$

$$\mathcal{E}'_1 = \text{Re} \left[\mathbf{E}'_1 e^{i(\omega'_1 t - \mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r})} \right]$$

$$\mathcal{E}_2 = \text{Re} \left[\mathbf{E}_2 e^{i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})} \right]$$



- z okrajové podmínky pro tečné složky elektrického pole plyne

$$\bar{\mathcal{E}}_1 + \bar{\mathcal{E}}'_1 = \bar{\mathcal{E}}_2 \quad \Rightarrow \quad \bar{\mathbf{E}}_1 e^{i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})} + \bar{\mathbf{E}}'_1 e^{i(\omega'_1 t - \mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r})} = \bar{\mathbf{E}}_2 e^{i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})}$$

- jelikož podmínka musí platit v kterémkoli čase a místě rozhraní, musí být časoprostorově proměnné členy stejné a p

$$e^{i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})} = e^{i(\omega'_1 t - \mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r})} = e^{i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})}$$

$$\bar{\mathbf{E}}_1 + \bar{\mathbf{E}}'_1 = \bar{\mathbf{E}}_2$$

- podobně lze psát vztahy i pro magnetické pole

Zákon odrazu a lomu (fázová podmínka)

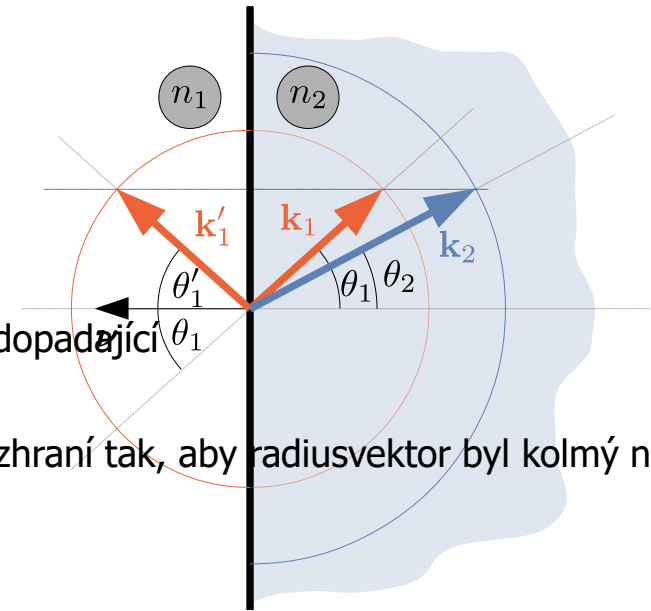
- fázová podmínka vede na rovnost

$$\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} = \omega'_1 t - \mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} = \omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}$$

- s ohledem na nezávislost času a prostoru musí tedy platit

$$\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2$$

- a tedy frekvence odražené i lomené vlny je stejná jako frekvence vlny dopadající
- uvažujme bez újmy na obecnosti polohu počátku souřadnic v rovině rozhraní tak, aby radiusvektor byl kolmý na vlně



$$\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} = 0$$

- z rovnosti plyne, že vlnové vektory dopadající, prošlé a odražené vlny leží v jedné rovině a definují rovinu dopadu

Tečné složky vlnových vektorů jsou na rozhraní spojitě!!!

- zvolme nyní počátek souřadné soustavy kdekoli na průsečíku roviny dopadu s rovinou rozhraní a udeřme úhly vln

θ

ν

$$k_1 r \sin \theta_1 = k'_1 r \sin \theta'_1 = k_2 r \sin \theta_2$$

- v případě jednotlivých homogenních izotropních prostředí

$$|\mathbf{k}'_1| = |\mathbf{k}_1|$$

- uvedené vztahy připouštějí i komplexnost indexu lomu resp. vlnového vektoru

$$(\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}_1) \times \nu = 0$$

$$(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \times \nu = 0$$

Snellovy zákony ve vektorové formě

$$\theta_1 = \theta'_1$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

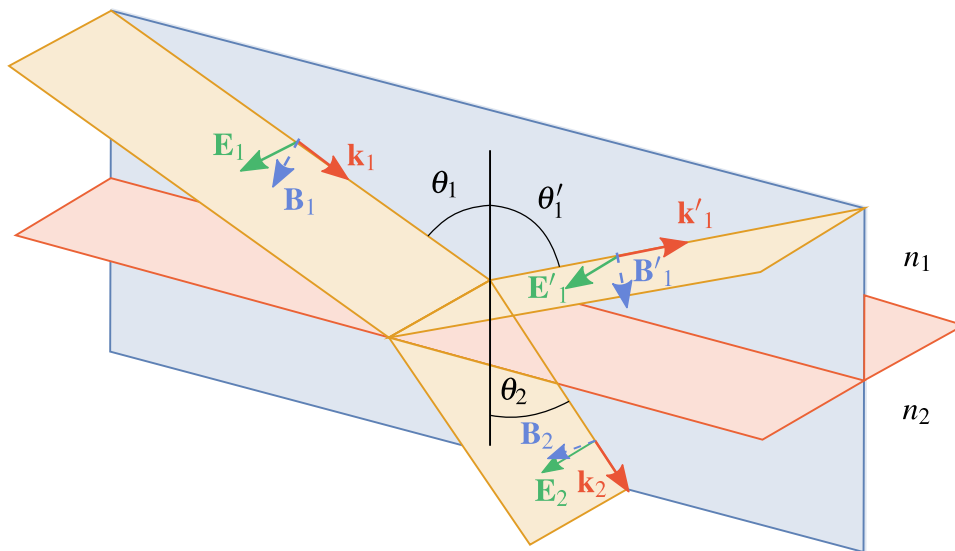
Snellovy zákony v tradiční skalární formě

Fresnelovy vzorce (amplitudová podmínka)

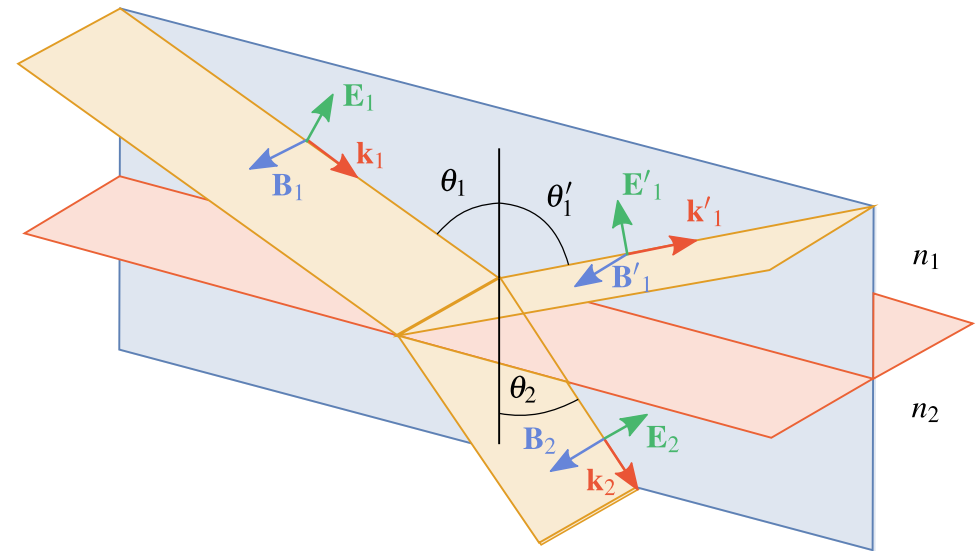
rozložíme dopadající vektor pole do vhodných komponent (rozklad je možný díky linearitě Maxwellových rovnic) označovaných "s" a "p", kde

u polarizace "s" je vektor elektrického pole kolmý k rovině dopadu (označujeme také polarizace TE)

u polarizace "p" je vektor elektrického pole paralelní s rovinou dopadu (označujeme také polarizace TM)



polarizace "s"



polarizace "p"

Fresnelovy vzorce (amplitudová podmínka)

- vektor elektrického pole lze rozdělit na dvě části, jedna složka je v rovině dopadu a označujeme ji P a druhá složka je k ní kolmá, označujeme ji S , geometrie pro vlny:

- vstupní vlna

$$\mathbf{k}_1 = k_1 (\hat{\mathbf{i}} \sin \theta_1 - \hat{\mathbf{k}} \cos \theta_1)$$

$$\mathbf{E}_1 = E_{P1} (\hat{\mathbf{i}} \cos \theta_1 - \hat{\mathbf{k}} \sin \theta_1) + E_{S1} \hat{\mathbf{j}}$$

- odražená vlna

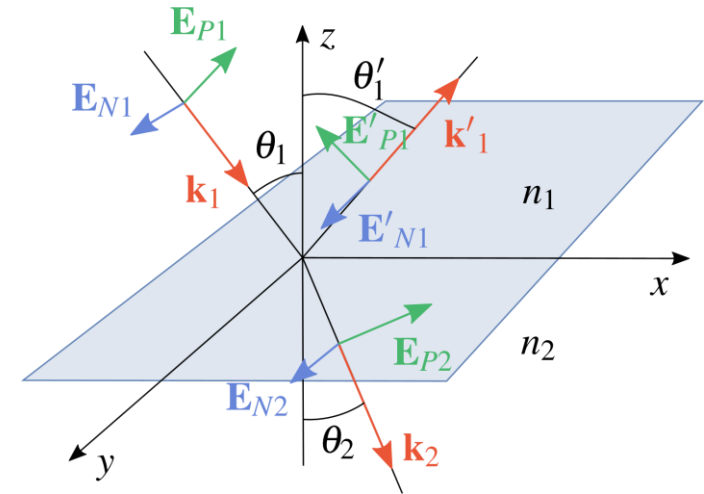
$$\mathbf{k}'_1 = k_1 (\hat{\mathbf{i}} \sin \theta_1 - \hat{\mathbf{k}} \cos \theta_1)$$

$$\mathbf{E}'_1 = E'_{P1} (-\hat{\mathbf{i}} \cos \theta_1 + \hat{\mathbf{k}} \sin \theta_1) + E'_{S1} \hat{\mathbf{j}}$$

Vycházíme z rovnic pro $\nabla \times \mathbf{E}$, tečné složky musí být spojité (to musí platit pro každou složku zvlášť (jedna rovnice pro S a druhá pro P))

$$E_{S1} + E'_{S1} = E_{S2} \quad (1.1)$$

$$(E_{P1} - E'_{P1}) \cos \theta_1 = E_{P2} \cos \theta_2 \quad (1.2)$$



- prošlá vlna

$$\mathbf{k}_2 = k_2 (\hat{\mathbf{i}} \sin \theta_2 - \hat{\mathbf{k}} \cos \theta_2)$$

$$\mathbf{E}_2 = E_{P2} (\hat{\mathbf{i}} \cos \theta_2 + \hat{\mathbf{k}} \sin \theta_2) + E_{S2} \hat{\mathbf{j}}$$

Další sérii rovnic získáme z Maxwellovy rovnice pro $\nabla \times \mathbf{H}$, tečné složky musí být spojité (jedna pro S a druhá

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} (E_{P1} + E'_{P1}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} E_{P2} \quad (2.1)$$

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} (E_{S1} - E'_{S1}) \cos \theta_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} E_{S2} \cos \theta_2 \quad (2.2)$$

Fresnelovy vzorce (amplitudová podmínka)

- TE polarizace, provedme rozbor pro TE polarizaci, zde je vektor elektrického pole kolmý na rovinu dopadu (rovinu x-z). Vektor E je rovnoběžný s osou $y \rightarrow$ rovnoběžný s rozhraním, upravíme rovnici 2.2 ve spojení se zákonem lomu, tuto rovnici vložíme do 1.1, zde můžeme definovat amplitudový koeficient transmise pro TE polarizaci

$$t_S = \frac{E_{S2}}{E_{S1}} = \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin (\theta_1 + \theta_2)}$$

- zpětně si vyjádříme E_{S2} a dosadíme do 1.1, zde můžeme definovat amplitudový koeficient reflexe pro TE polarizaci

$$r_S = \frac{E'_{S1}}{E_{S1}} = \frac{-\sin (\theta_1 - \theta_2)}{\sin (\theta_1 + \theta_2)}$$

- TM polarizace, v tomto případě leží vektor elektrického pole v rovině dopadu x-z, upravíme rovnici 1.2, do rovnice 2.1 dosadíme zákon lomu, po úpravách můžeme zavést amplitudový koeficient transmise pro TM polarizaci

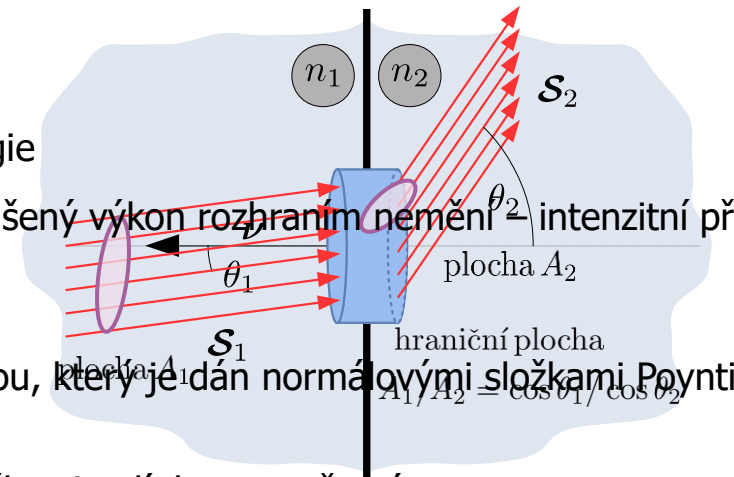
$$t_P = \frac{E_{P2}}{E_{P1}} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin (\theta_1 + \theta_2) \cos (\theta_1 - \theta_2)}$$

- vyjádříme si zpětně E_{P2} a můžeme zavést amplitudový koeficient reflexe pro TM polarizaci

$$r_P = \frac{E'_{P1}}{E_{P1}} = \frac{\tan (\theta_1 - \theta_2)}{\tan (\theta_1 + \theta_2)}$$

Přenos energie rozhraním

- pro popis přenosu energie rozhraním lze využít intenzitu světla (tzn. kvadrát modulu amplitudových koeficientů)
- tento popis je ale netransparentní s ohledem na zákon zachování energie
- při změně úhlu dochází ke změně hustoty toku, i když se celkový přenášený výkon rozhraním nemění intenzitní přechod
- proto vztahujeme výkonové poměry k toku definovanou hraniční plochou, který je dán normálovými složkami Poyntingova vektoru \mathcal{S} $A_1/A_2 = \cos \theta_1 / \cos \theta_2$
- jelikož jsou normálové složky Poyntingova vektoru tvořeny tečnými složkami polí, lze pro ně psát



$$\mathcal{S} \cdot \nu = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E^2| \cos \theta$$

- potom pro výkonovou **reflektanci**, resp. **transmitanci**

$$R \equiv \frac{\mathcal{S}'_1 \cdot \nu}{\mathcal{S}_1 \cdot \nu} = \frac{\frac{n_1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_1'^2| \cos \theta_1'}{\frac{n_1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_1^2| \cos \theta_1} = \frac{|E_1'^2|}{|E_1^2|} = |r|^2$$

$$T \equiv \frac{\mathcal{S}_2 \cdot \nu}{\mathcal{S}_1 \cdot \nu} = \frac{\frac{n_2}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_2^2| \cos \theta_2}{\frac{n_1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_1^2| \cos \theta_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \frac{|E_2^2|}{|E_1^2|} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} |t|^2$$

- pro bezztrátové dielektrické prostředí platí

$$R + T = 1$$

Speciální případy – kolmý dopad

- pokud $\theta_1, \theta_2 \rightarrow 0$ (paraxiální přiblížení), nezáleží na polarizaci (vztahy jsou stejné pro "s" i "p")

- zákon lomu má tvar

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

- vztahy pro reflexi získáme z definičních vztahů pro malé úhly, kdy $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ a $\cos \theta \approx 1$

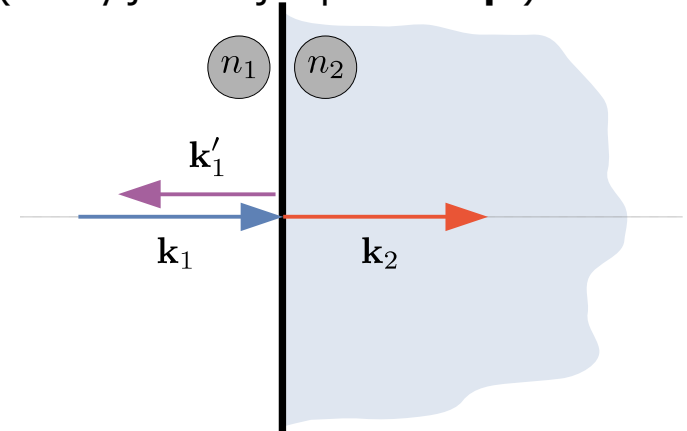
- např.

$$r_S = \frac{E'_{S1}}{E_{S2}} = \frac{-\sin \theta_2 \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right) \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \right]}{\sin \theta_2 \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right) \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \right]} = \frac{-(n_2 - n_1)}{n_2 + n_1}$$

- stejné vztahy lze získat i pro r_P pro koeficienty reflexe dostaneme

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \rightarrow \text{nezávislost na polarizaci}$$

- při odrazu od hustšího prostředí $n_1 < n_2$ se mění fáze odraženého světla o π , ($r < 0$)
- při odrazu od řidšího prostředí $n_1 > n_2$ se fáze odraženého světla nemění



Speciální případy – Brewsterův úhel

- ze vztahů pro reflexi plyne, že pro "p" polarizaci je možné dosáhnout nulové reflexe

$$r_P = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

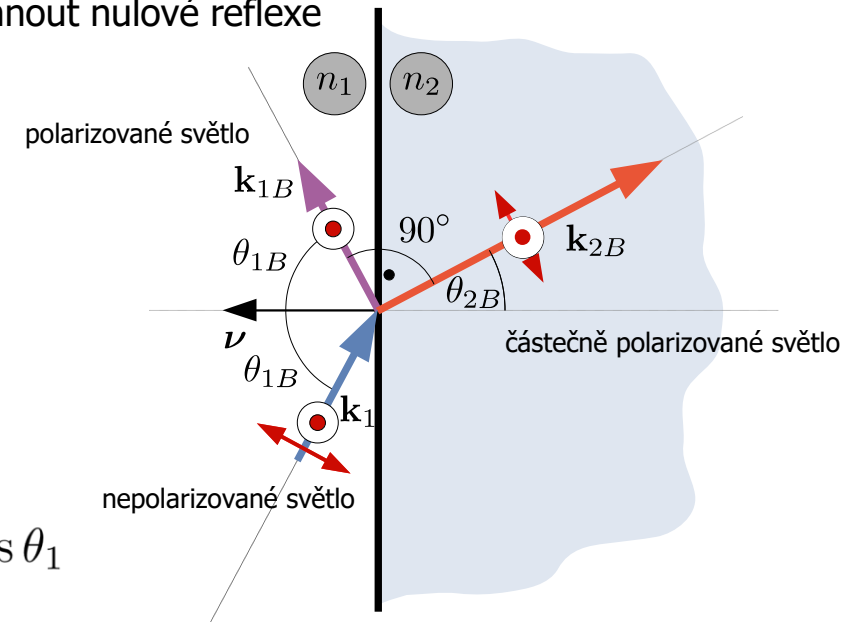
- podmínkou je splnění

$$\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

- dosazením do zákona lomu dostaneme

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) = n_2 \cos \theta_1$$

$$\tan \theta_{1B} = \frac{n_2}{n_1}$$



- z geometrie plyne, že vlnový vektor odražené a lomené vlny svírají úhel 90 stupňů

$$\theta_{1B} + \theta_{2B} = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{1B} \right) + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{2B} \right) = \frac{\pi}{2}$$

- z mikrostrukturálního pohledu na sekundární vyzařování dipólů v materiálu lze Brewsterův úhel interpretovat jako st
- nad hodnotou Brewsterova úhlu se sekundární vyzařování dipólu dostává do "druhé" poloviny, kde je opačné znar

Speciální případy – totální odraz

- ze Snellova zákona plyne, že při průchodu světla rozhraním z hustšího do řidšího prostředí může nastat případ, kdy

$$\sin \theta_2 = 1$$

- podmínka pro mezní úhel, od kterého nastává totální odraz, je

$$\sin \theta_{1T} = \frac{n_2}{n_1}$$

- pro větší úhly dopadu se světlo pouze odráží a do řidšího prostředí se světelný výkon reálně nešíří
- vlnu napravo od rozhraní můžeme psát ve tvaru

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_2 e^{-i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} = \mathbf{E}_2 e^{-i(k_0 n_2 x \sin \theta_2 + k_0 n_2 z \cos \theta_2)}$$

- a dále pro $\theta_2 > \theta_{2T} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 > 1$

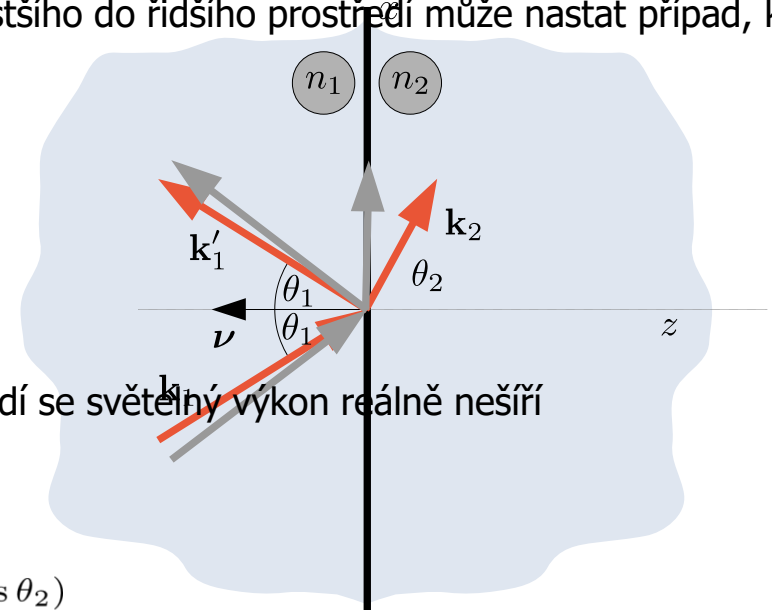
$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_1} = \pm i \frac{1}{n_2} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} = \pm i \frac{1}{n_2} C$$

- takže vlna v řidším prostředí má tvar

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_2 e^{-k_0 C z} e^{-ik_0 n_1 x \sin \theta_1}$$

- a šíří se reálně pouze podél rozhraní, ve směru z ve druhém prostředí je soufázová a exponenciálně tlumená – evanescence

$$\Delta = (k_0 C)^{-1} = \left(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} \right)^{-1}$$



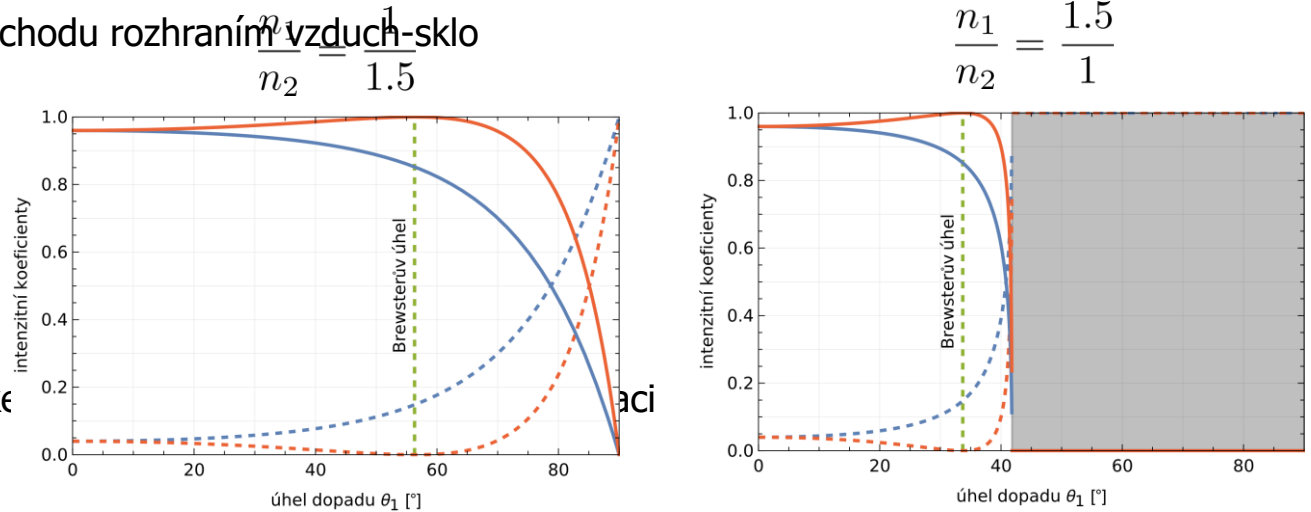
Příklad rozhraní dielektrikum – dielektrikum

- uvažujme konkrétní případ průchodu rozhraním vzduch-sklo

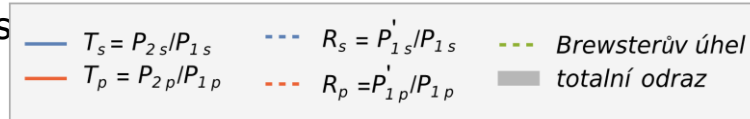
$$n_{\text{vzduch}} = 1$$

$$n_{\text{sklo}} = 1.5$$

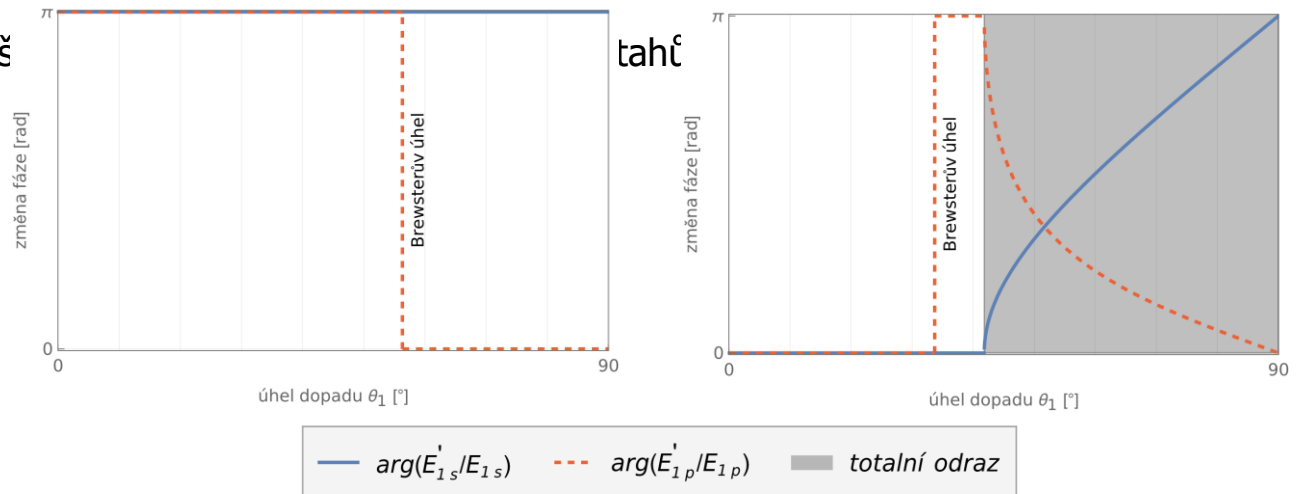
- při Brewsterově úhlu dochází ke



- pro případ průchodu z hustšího do řidšího pros



- průběhy křivek demonstrují další



SHRNUTÍ – Šíření v nehomogenním prostředí

- průchod vlny rozhraním je dán spojitostí tečných složek polí, resp. normálových složek indukcí, podmínka pro spojitost okamžité fáze tečných složek pole vede na fázovou podmínku – Snellovy zákony, resp. na podmínku spojitosti tečných složek vlnových vektorů, podmínka spojitosti amplitud tečných složek vede na Fresnelovy vzorce, které určují také energetické poměry na rozhraní
- u izotropních prostředí jsou Snellovy zákony nezávislé na polarizaci, amplitudové vztahy (Fresnelovy vzorce) ale na polarizaci závisí, reflektovaná energie obecně roste se zvyšujícím se rozdílem indexu lomu prostředí
- při Brewsterově úhlu se polarizace "p" vůbec neodráží, ale prochází bezztrátově do druhého prostředí, efekt souvisí s vlastnostmi vyzařujícího dipólu
- totální odraz vede k totálnímu odrazu energie pro obě polarizace, prošlá vlna v druhém prostředí ale není nulová, jedná se o vlnu evanescentní, exponenciálně tlumenou a kmitající ve fázi ve směru kolmém na rozhraní, šíří se podél rozhraní stejnou rychlostí, jako tečná složka dopadající vlny před rozhraním

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1 Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2 Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3 Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4 Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5 Přejechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6 Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlňová
- 7 Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8 Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9 Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10 Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11 Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12 Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Dvouvlňová interference

- **interference** světla je proces konstruktivní superpozice vlnových jevů, který vede ke vzniku stojatého vlnění, a pro

- uvažujme dvě vlny s hladkými vlnoplochami, které lze lokálně považovat za rovinné

$$u_1(\mathbf{r}, t) = U_1(\mathbf{r}, t)e^{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})}$$

$$u_2(\mathbf{r}, t) = U_2(\mathbf{r}, t)e^{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})}$$

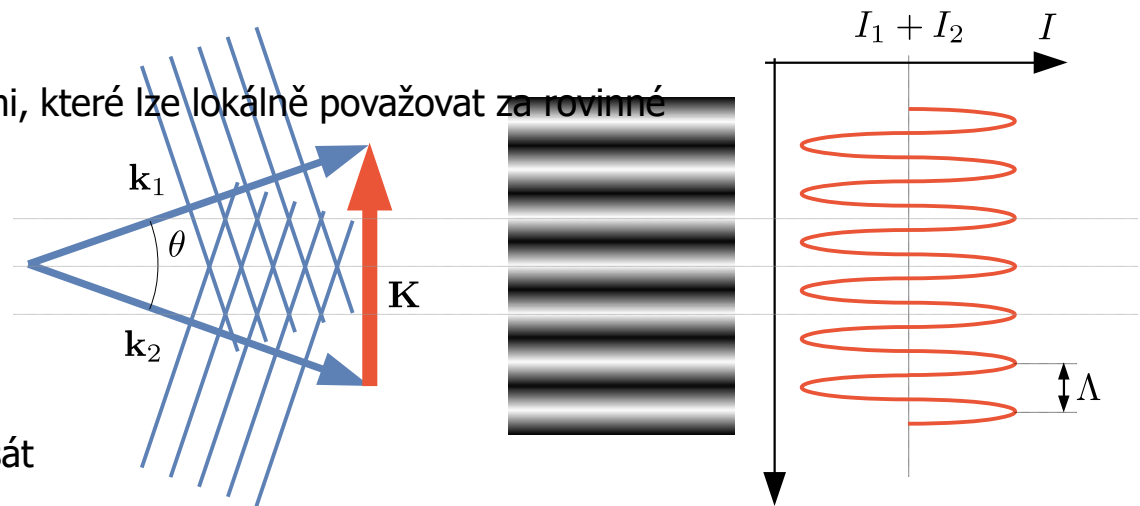
- pro okamžitou intenzitu potom můžeme psát

$$i(\mathbf{r}, t) = |u_1 + u_2|^2 = |U_1|^2 + |U_2|^2 + 2|U_1^* U_2| \cos [(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} + \psi]$$

- zavádíme lokální interferenční vektor $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 = \mathbf{K}$
- pokud vystředujeme okamžitou intenzitu v čase, dostaneme

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \psi)$$

- tento vzorec zobecníme až uvážíme statistické vlastnosti optických vln, tyto vlastnosti výrazně ovlivňují existenci interferenčních jevů
- lokální interferenční struktura má harmonický prostorový průběh (důsledek interakce dvou vln s lineárním průběhem

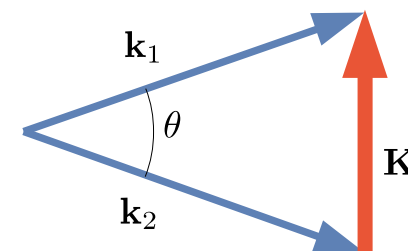


Hustota a charakter interferenčního pole

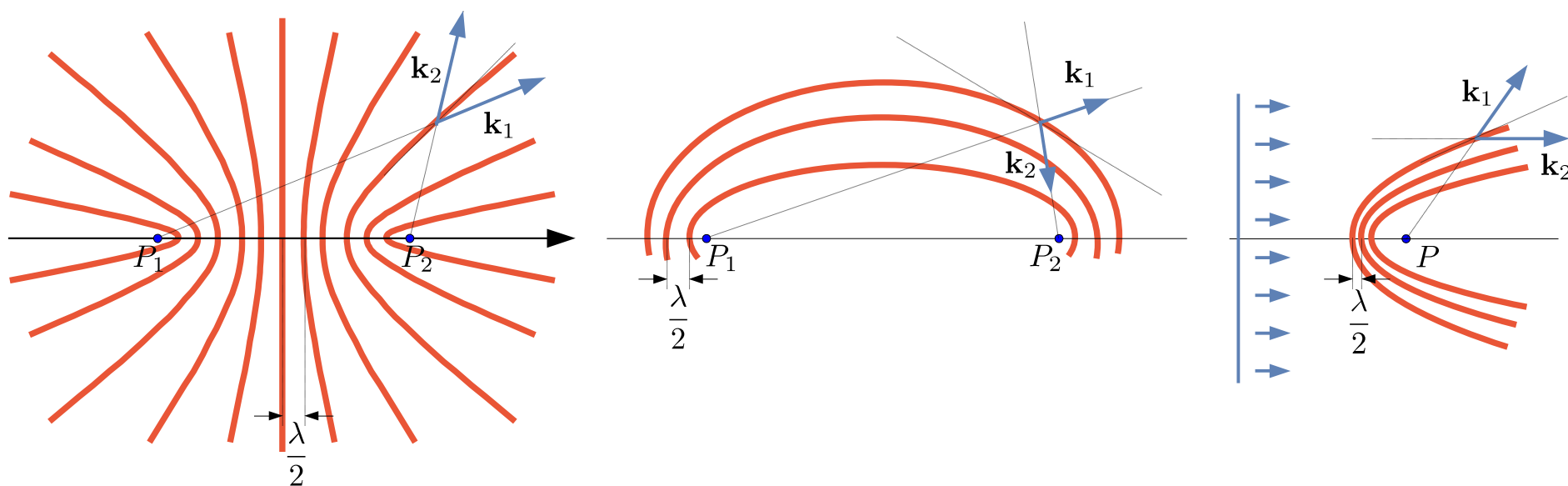
- hledíme množiny stacionárních hodnot $\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = konst$
- jedná se o roviny v prostoru kolmé na interferenční vektor (resp. lokální rovinné plochy kolmé na lokální interferenční vektor)

- pro prostorovou periodu interferenční struktury lze z odvodit vztah

$$K \equiv \frac{2\pi}{\Lambda} = 2k \sin \frac{\theta}{2} = 2 \frac{2\pi}{\lambda} n \sin \frac{\theta}{2} \Rightarrow \Lambda = \frac{\lambda}{2n \sin(\theta/2)}$$



- interferenční struktura dvou hladkých vln má charakter modulačních ploch (lokálně rovin), které jsou v každém místě
- při dopadu interferenčního pole na stínítko pozorujeme harmonické interferenční proužky jako průnik interferenční s



Dvouvlňová interference na jednoduché vrstvě

- interference na vrstvě je velice častý jev, který obvykle popisujeme spíše jako interferenci vícevlňovou, při nízkých h
- uvažujeme planparalelní "tenkou" vrstvu a dvě odražené vlny (od prvního a druhého rozhraní)
- fázový rozdíl těchto vln závisí jednak na indexech lomu, tloušťce vrstvy a úhlu dopadu, ale také na fázové podmínce
- pro celkový fázový rozdíl při reflexi potom můžeme psát

$$\psi_R = \psi + \phi_R$$

- zpoždění ψ v bodě A dané šířením je v obou případech stejné a platí

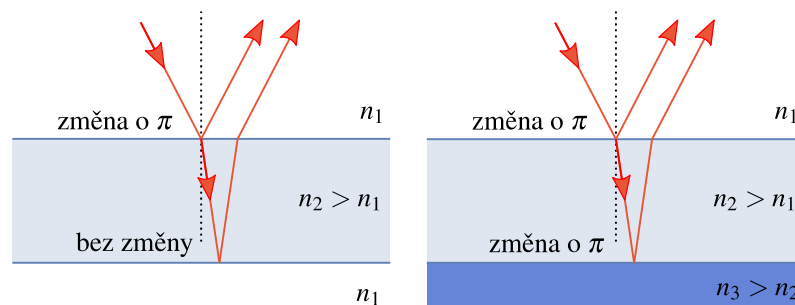
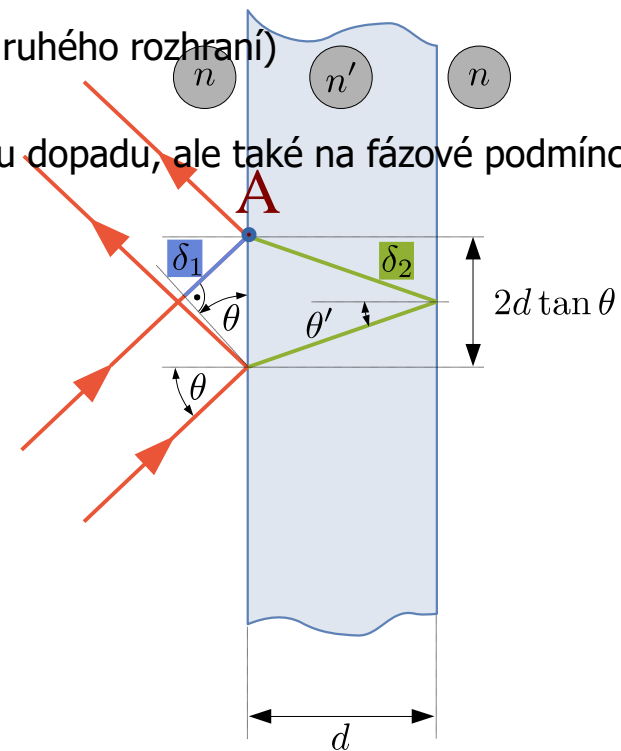
$$\psi = k_0 (n' \delta_2 - n \delta_1)$$

- z geometrie podle obrázku dále plyne

$$\delta_2 = \frac{2d}{\cos \theta'} \quad \delta_1 = 2d \tan \theta' \sin \theta = 2d \frac{n' \sin^2 \theta'}{n \cos \theta'}$$

- takže pro celkové zpoždění dané šířením platí

$$\psi = 2k_0 n' d \cos \theta'$$



Dvouvlňová interference na jednoduché vrstvě

- pro fázové posuny při interakci s rozhraním platí v případě stejného prostředí před i za vrstvou (obě shodně opticky hustší nebo řidší než materiál vrstvy)

$$\phi_R = \pi$$

- v případě rozdílných prostředí před a za vrstvou platí (jedno opticky hustší a druhé řidší než materiál vrstvy):

$$\phi_R = 0$$

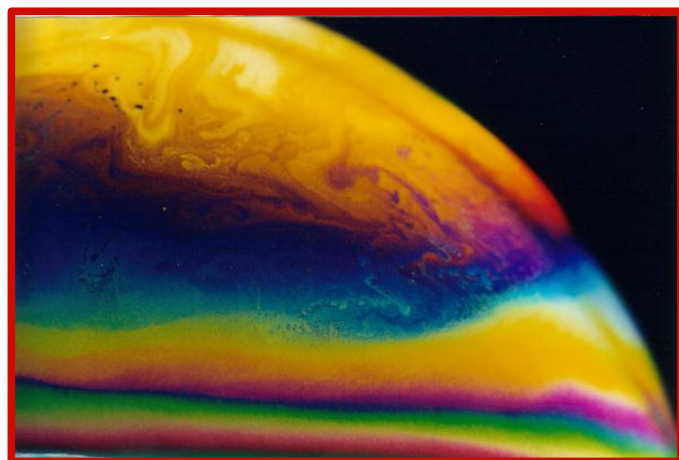
1) olejová skvrna $n_{air} < n_{water} < n_{oil}$, fázový posun je pouze na rozhraní mezi vzduchem a olejem, interferenční podmínky jsou stejné jako pro mýdlovou bublinu (stejné prostředí před i za vrstvou $\phi_R = \pi$)

mýdlová bublina $n' > n$

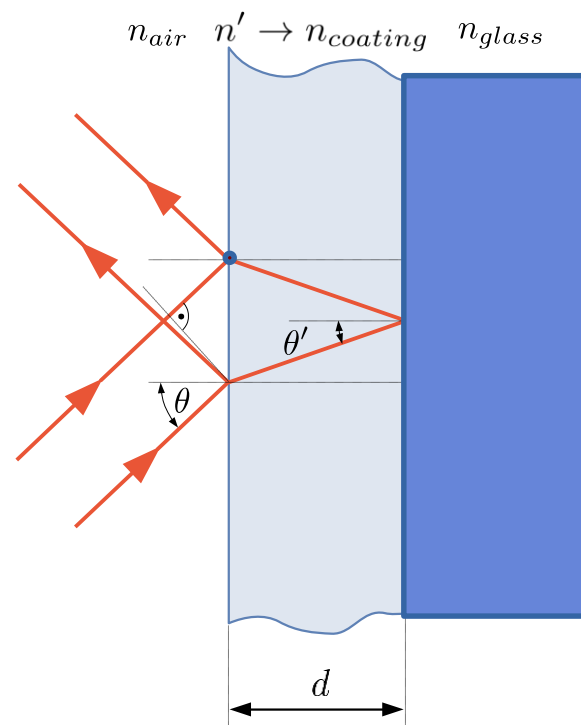
$$\psi_R = \psi + \phi_R = 2k_0 n' d \cos \theta' + \pi$$

maximum $\psi_R \rightarrow \psi_R = 2\pi m; m \in \mathbb{Z}$

minimum $\psi_R \rightarrow \psi_R = (2m + 1)\pi$



2) antireflexní vrstva $n_{air} < n_{coating} < n_{glass}$, $\phi_R = 0$
 minimum $\psi_R \rightarrow \psi_R = (2m + 1)\pi = 2k_0 n' d \cos \theta'$

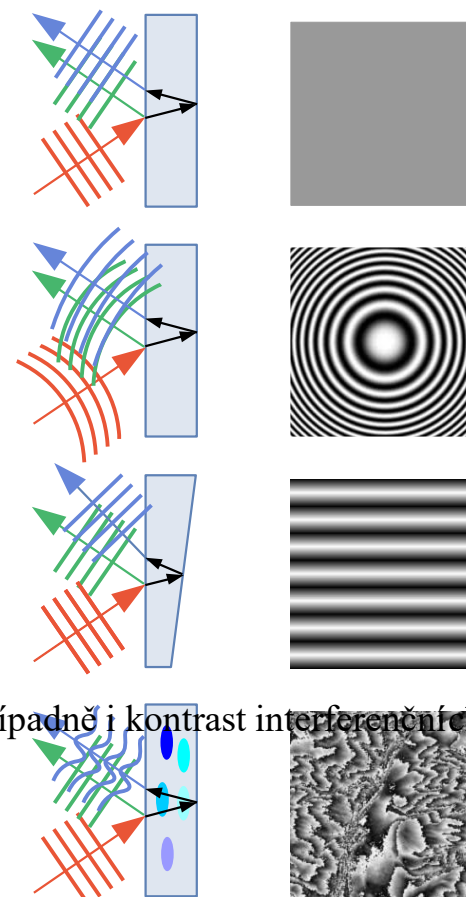


je potřeba splnit ($m=0$), $d = \lambda / (4n_{coating})$, $n_{coating} = \sqrt{n_{glass}}$

Dvouvlňová interference na jednoduché vrstvě

- integrální projev interference závisí na konkrétních parametrech a také na osvětlujícím svazku
- v případě dokonale rovinné vlnoplochy a dokonale planoparalelní a homogenní vrstvy je fázový rozdíl dvou vln v prostoru konstantní a nevznikne žádná pozorovatelná interferenční struktura
- fázový rozdíl může být v prostoru proměnlivý, pokud:
 - vlna není dokonale rovinná, dochází k lokálním změnám úhlu θ (θ')
 - mění se tloušťka vrstvy – proměnlivá hodnota d
 - mění se hodnota indexu lomu – proměnlivé n ve vrstvě

Vysoká citlivost interferenční struktury na fázové poměry dává možnost využít interference v měřicích metodách – interferometrii - pro detekci diferenčních odchylek dvou vlnoploch mezi sebou. Měřitelná odchylka obou vlnoploch se zpravidla pohybuje ve zlomcích až desítkách vlnových délek. Interferenční struktura vytváří tzv. interferogram, který se analyzuje; tj. vyhodnocuje se tvar, hustota, případně i kontrast interferenčních proužků a



- vlastností lze využít k měření rovinnosti vrstvy, modulace indexu lomu, resp. křivosti osvětlovací vlnoplochy, pokud zaruč

Michelsonův a Mach-Zehnderův interferometr

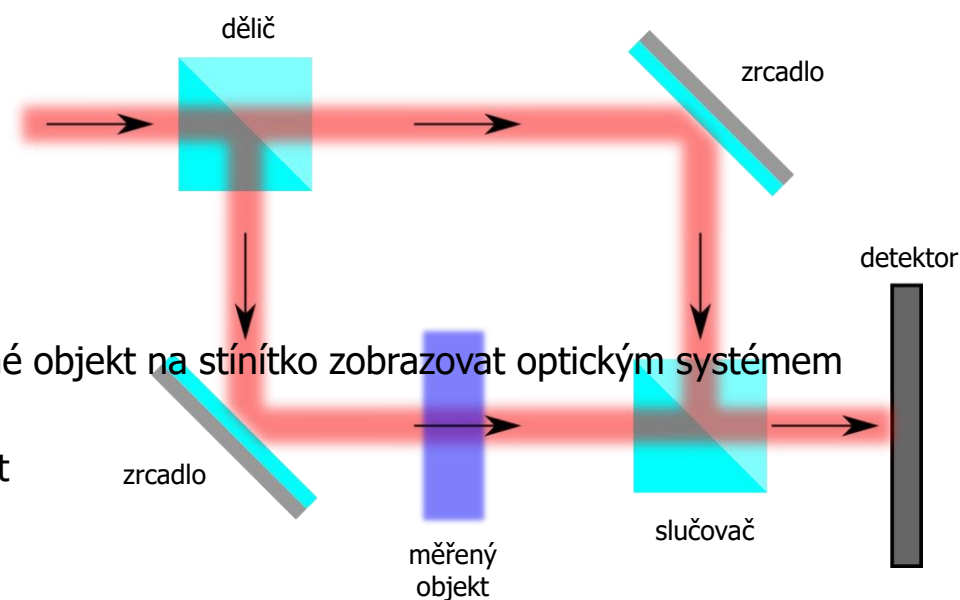
Michelsonův interferometr

- Michelsonův interferometr obsahuje pouze jeden polopropustný prvek, který funguje současně jako dělič i slučovač
- protože vlna prochází měřeným objektem dvakrát, má tento typ interferometru dvojnásobnou citlivost k fázové poruše
- nevýhodou je, že nelze použít optickou soustavu pro pozorování objektu a jeho promítání na stínítko (objekt bude zobrazen vzhledem k měření)
- existuje několik modifikací Michelsonova interferometru, verze se sférickou vlnou v jednom rameni se nazývá Twymanův interferometr



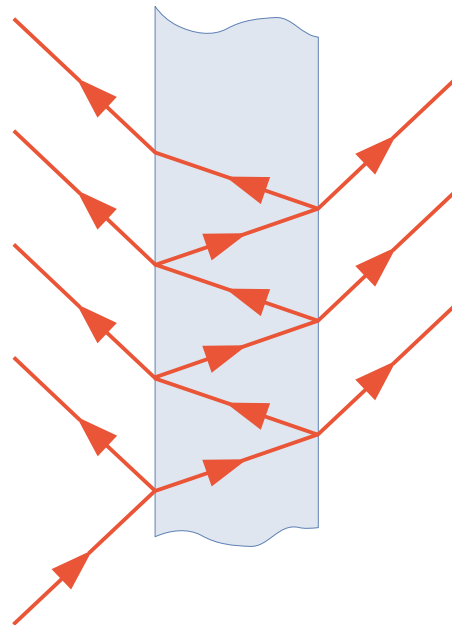
Mach-Zehnderův interferometr

- Mach-Zehnderův interferometr využívá k dělení a slučování vlnoploch dvou dělících prvků
- měřená vlna prochází objektem pouze jednou → jemožné objekt na stínítko zobrazovat optickým systémem
- oproti Michelsonově interferometru má poloviční citlivost



Vícevlňová interferometrie

- u dvouvlňové interference vzniká harmonická interferenční struktura (viz předcházející části)
- při interakci většího počtu vln lze zřejmě (viz teorie Fourierových řad) docílit jiného než harmonického průběhu interference
- typickým cílem je v tomto případě dosáhnout úzkých interferenčních píků (z Fourierovy teorie plyne, že bude zapotřebí)
- vytvoření definovaného početného systému interference schopných vln může být komplikované → snažíme se využít



Transmitance jednoduché vrstvy

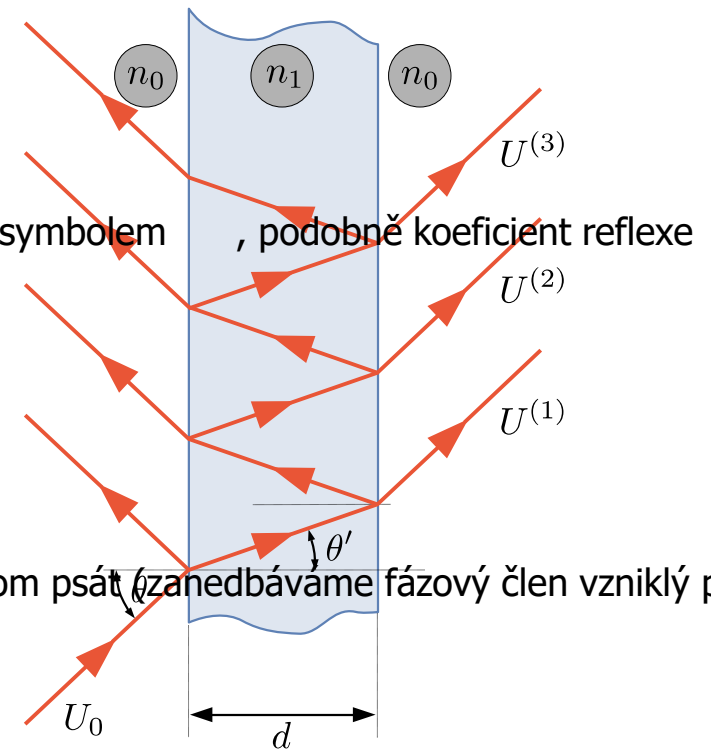
- uvažujme případ podle obrázku, kdy na planparalelní vrstvu tloušťky d s indexem lomu n_1 obklopenou z obou stran prostředím s indexem lomu n_0 dopadá rovinná vlna o amplitudě U_0 pod úhlem θ
- označme koeficient transmise při dopadu z prostředí 0 do prostředí 1 symbolem t_{01} , podobně koeficient reflexe r_{01}

- z Fresnelových vztahů plyne

$$r = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \rightarrow r_{01} = -r_{10} \Rightarrow R = |r_{01}|^2$$

$$t_{01} \neq t_{10} \Rightarrow T = t_{01}t_{10}$$

- pro amplitudy prošlých vln s různým počtem odrazů ve vrstvě lze potom psát (zanedbáváme fázový člen vzniklý prv



$$U^{(1)} = U_0 t_{01} t_{10} = U_0 T$$

$$U^{(2)} = U_0 t_{01} t_{10} r_{10}^2 e^{-i\psi} = U_0 T R e^{-i\psi}$$

$$U^{(3)} = U_0 t_{01} t_{10} r_{10}^4 e^{-2i\psi} = U_0 T R^2 e^{-2i\psi}$$

...

- ψ je zde dáno vztahem identickým jako u dvouvlnové interference na vrstvě $\psi = 2k_0 n' d \cos \theta'$

Transmitance jednoduché vrstvy

- jednotlivé vlny tvoří nekonečnou geometrickou řadu

$$Re^{-i\psi}$$

- sečtením řady dostaneme celkové prošlé pole

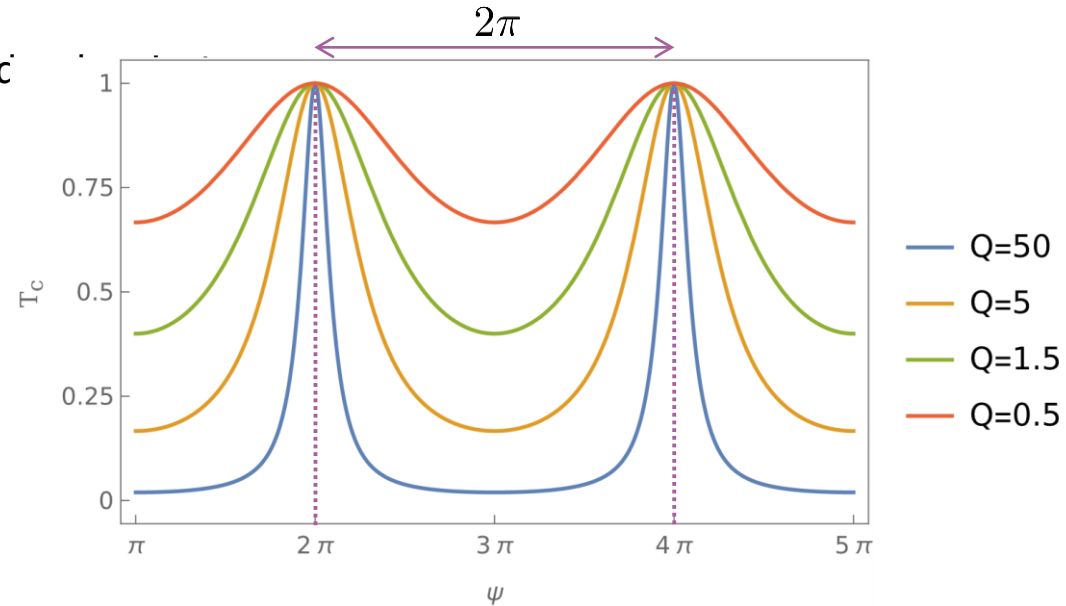
$$U = \sum_{j=1}^{\infty} U^{(j)} = \frac{U_0 T}{1 - Re^{-i\psi}}$$

- celková transmitance vrstvy je tedy

$$\begin{aligned} T_c &= \frac{|U|^2}{|U_0|^2} = \frac{T^2}{(1 - Re^{-i\psi})(1 - Re^{i\psi})} = \\ &= \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\psi/2)} \end{aligned}$$

- pokud zavedeme činitel jakosti Q , můžeme celkovou transmitanci a celkovou reflektanci bezztrátové vrstvy vyjádřit

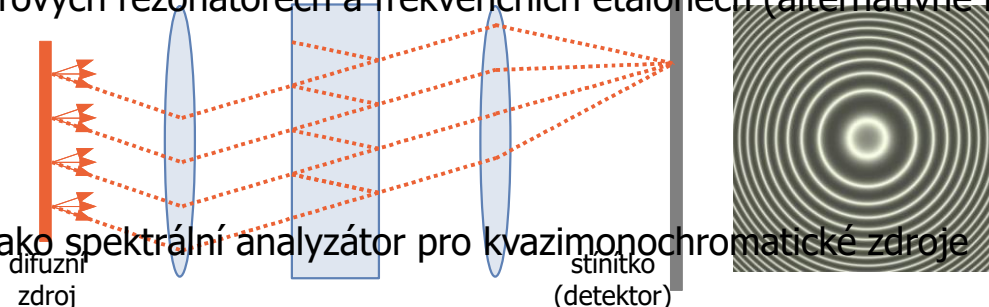
$$Q = \frac{4R}{(1 - R)^2} \quad T_c = \frac{1}{1 + Q \sin^2(\psi/2)} \quad R_c = \frac{Q \sin^2(\psi/2)}{1 + Q \sin^2(\psi/2)}$$



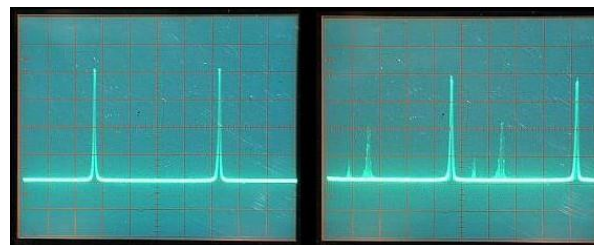
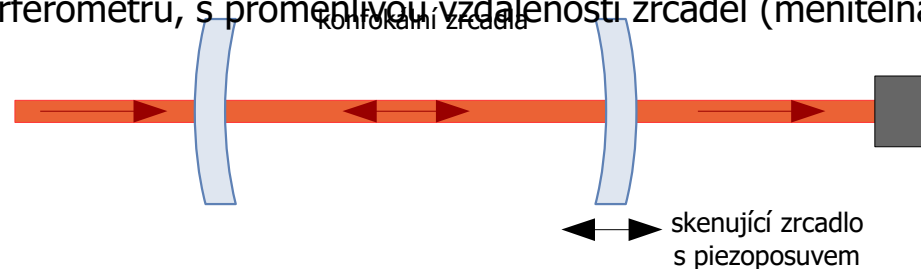
Fabry-Perotův interferometr

- Fabry-Perotův interferometr je optické zařízení založené na vícevlňové interferenci na tlusté vrstvě s vysokým Q
- hodnota Q je dosažena vysokou reflektivitou s minimálními ztrátami
- často se volí jako vrstva planparalelní mezera
- Fabry-Perotův interferometr se využívá v laserových rezonátorech a frekvenčních etalonech (alternativně může využívat

- Fabry-Perotův interferometr se využívá také jako spektrální analyzátor pro kvazimonochromatické zdroje



- existují i přeladitelné verze Fabry-Perotova interferometru, s proměnlivou vzdáleností zrcadel (měnitelná pomocí piez



výstup z detektoru na obrazovce osciloskopu

Aplikace tenkých vrstev

- vhodným výběrem vrstevnatého systému lze nastavit požadované závislosti reflektance, resp. transmittance na vlnové délce, úhlu dopadu a polarizaci světla
- jako konstrukční parametry využíváme index lomu (materiál) vrstvy, tloušťku vrstvy, počet a skladbu vrstev, a také t
- nejdůležitějšími aplikacemi systémů tenkých vrstev jsou:
 - **reflexní vrstvy** – poskytují vysokou reflektivitu a malé ztráty při daném úhlu dopadu, při jiném než kolmém o
 - **antireflexní vrstvy** – snižují reflektivitu za účelem snížení energetických ztrát nebo potlačení nežádoucích od
 - **děliče světla** – prvky s definovaným poměrem transmise a reflexe
 - **optické interferenční filtry** – realizují bezztrátové dělení ve spektru, bývají úzkopásmové, hranové, nebo p
 - **polarizační filtry** – oddělují jednotlivé polarizační směry 'p' a 's'



SHRNUTÍ – Interference světla a interferometrie

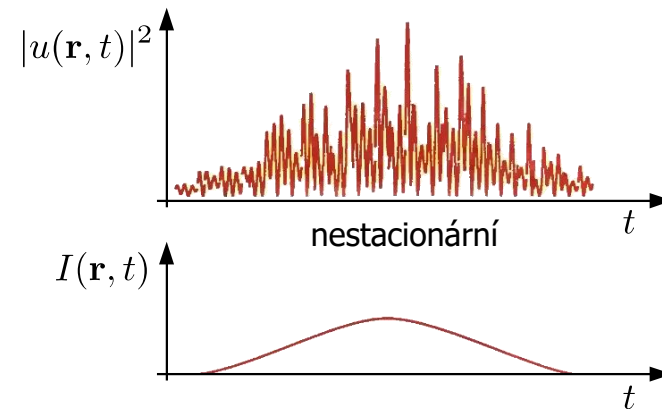
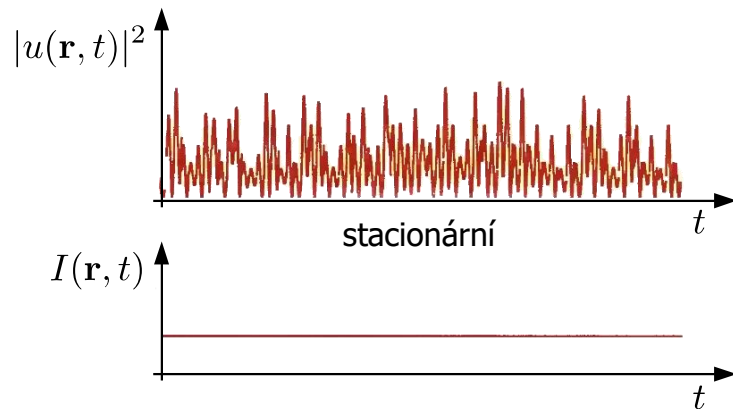
- interferencí dvou vln vzniká vždy při lineární fázové závislosti každé z nich harmonická interferenční struktura
- interferenční struktura je tvořená interferenčními plochami, které při průniku se stínítkem vytvoří interferenční proužky
- vzdálenost interferenčních ploch závisí na úhlu interferujících vln a na vlnové délce, lokální interferenční plochy pólí úhel interagujících vlnových vektorů – plochy jsou symetrálovou průvodičů
- interferenční strukturu popisujeme lokálním interferenčním vektorem, který je kolmý na lokální interferenční plochy a je roven rozdílu vlnových vektorů interagujících vln
- fázové zpoždění na jednoduché vrstvě při dvouvlnové interferenci závisí pouze na materiálu vrstvy a na úhlu vlny v tomto materiálu, je naopak nezávislé na obklopujícím prostředí
- dvouvlnovou interferenci lze využít v interferometrech pro zviditelnění fázového rozdílu dvou vlnoploch (a zprostředkovaně o změnách tloušťky, indexu lomu, úhlu a dalších parametrech způsobujících fázové zpoždění)
- interference více vln vede k neharmonickému průběhu interferenční struktury, cílem je většinou dosažení úzkých píků, vzhledem k nezbytnosti přesného sfázování vln lze tyto jevy prakticky docílit pouze na vrstvách
- typickým případem vícevlnové interference je Fabry-Perotův interferometr – je plně propustný pro optickou tloušťku $\lambda/2$ s velmi úzkou čarou propustnosti

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1 Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2 Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3 Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4 Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5 Přejechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6 Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlno
- 7 Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8 Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9 Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10 Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11 Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12 Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Statistické vlastnosti optické vlny

- prozatím jsme uvažovali pouze monochromatické záření – je deterministické, ale složitě realizovatelné, při generaci
- v dalším budeme uvažovat záření kvazimonochromatické a budeme sledovat jeho statistické vlastnosti
- statistické vlastnosti silně ovlivňují jevy, jako jsou difrakce a interference, jelikož jsou tyto jevy velmi citlivé na fázi s
- budeme předpokládat **stacionární signály** – mají stejné statistické vlastnosti v dostatečně dlouhém časovém inter



$$i(\mathbf{r}, t) = |u(\mathbf{r}, t)|^2$$
$$I(\mathbf{r}, t) = \langle i(\mathbf{r}, t) \rangle$$

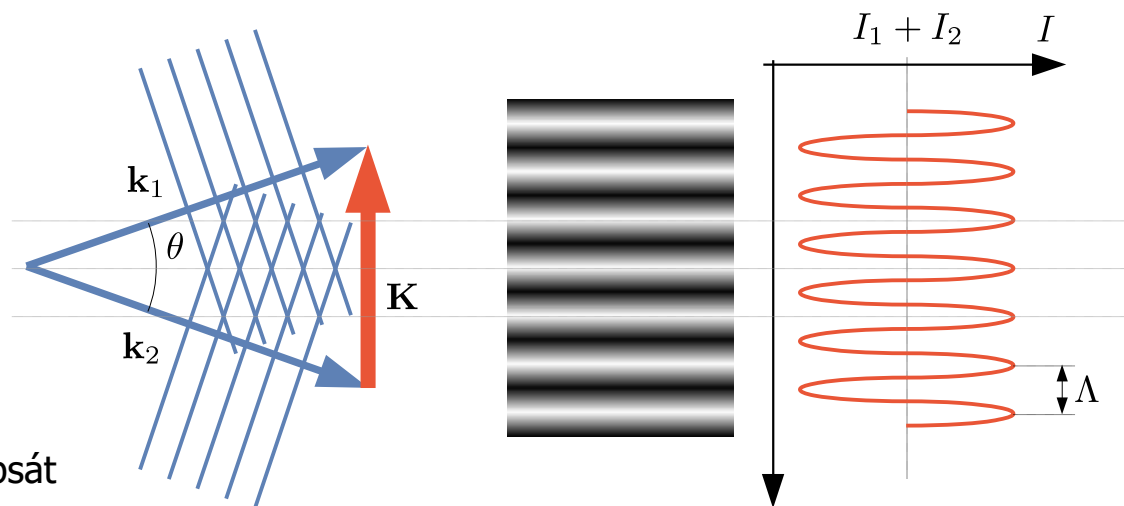
- uvažujeme také, že signály jsou tzv. **ergodické**, tj. lze nahradit souborovou střední hodnotu časovou střední hodnotou
- interferenční procesy, které budou dále zkoumány, jsou svázány s korelacemi optických polí druhého řádu

Dvouvlňová interference – připomenutí

- **interference** světla je proces konstruktivní superpozice vlnových jevů, který vede ke vzniku stojatého vlnění, a pro
- v praxi pozorujeme interferenci u částečně koherentního světla (použití laserů, interferometrie, holografie), ale také
- interferenční proces je zásadně ovlivněn statistickými vlastnostmi (koherencí) použitého vlnění
- uvažujme dvě vlny s hladkými vlnoplochami, které lze lokálně považovat za rovinné

$$u_1(\mathbf{r}, t) = U_1(\mathbf{r}, t)e^{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})}$$

$$u_2(\mathbf{r}, t) = U_2(\mathbf{r}, t)e^{i(\omega_0 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})}$$



- pro okamžitou intenzitu potom můžeme psát

$$i(\mathbf{r}, t) = |u_1 + u_2|^2 = |U_1|^2 + |U_2|^2 + 2|U_1^* U_2| \cos [(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} + \psi]$$

- co se stane, když vlny nebudou přísně "pravidelné" ?

Interference kvazimonochromatických vln

- uvažujme signál $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, jehož spektrum se rozkládá v okolí dominantní frekvence ν_0 potom mluvíme o kvazimonochromatické vlně

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{a}(\mathbf{r}, t)e^{i(2\pi\nu_0 t + \phi(t))}$$

- pro monochromatický signál jsou \mathbf{a} i ϕ konstanty
- uvažujme interakci dvou kvazimonochromatických vektorových svazků $\mathbf{u}_1(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{u}_2(\mathbf{r}, t)$ v místě prostoru s radius \mathbf{r}
- potom intenzitní interferenční struktura má tvar

$$\begin{aligned} i(\mathbf{r}, t) &= |\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2|^2 = (\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2) (\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2)^* = \\ &= |u_1|^2 + |u_2|^2 + \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2^* + \mathbf{u}_1^* \cdot \mathbf{u}_2 = i_1 + i_2 + 2 \operatorname{Re} [\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2^*] \end{aligned}$$

- uvažujme dále pro jednoduchost pouze skalární signál a středujme signál přes dlouhodobé časové pásmo
- počítejme středovanou intenzitu jako

$$I_i = \langle i_i(t) \rangle = \langle u_i(t)u_i^*(t) \rangle = \left\langle |u_i(t)|^2 \right\rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u_i(t) \cdot u_i^*(t) dt$$

- výslednou intenzitu interferenčního pole (časově středovanou) můžeme nyní psát ve tvaru

$$I(\mathbf{r}) = \left\langle |u_1|^2 \right\rangle + \left\langle |u_2|^2 \right\rangle + 2 \operatorname{Re} [\langle u_1(t)u_2^*(t) \rangle] = I_1 + I_2 + 2 \operatorname{Re} [\Gamma_{12}]$$

- zavádíme korelační funkci $\Gamma_{12} = \langle u_1(t)u_2^*(t) \rangle$

Interference kvazimonochromatických vln

- definujeme normalizovanou korelační funkci $\gamma_{12} = \Gamma_{12} / (\sqrt{I_1 I_2})$ výsledně dostaneme interferenční rovnici

$$I = I_1 + I_2 + 2 \operatorname{Re} [\Gamma_{12}] = I_1 + I_2 + 2 (I_1 I_2)^{1/2} \operatorname{Re} [\gamma_{12}]$$

$$I = I_1 + I_2 + 2 (I_1 I_2)^{1/2} |\gamma_{12}| \cos \varphi \quad \varphi = \arg(\gamma_{12})$$

- třetí člen představuje optickou interferenci, máme dva limitní případy

1) dvě kompletně korelované vlny $\gamma_{12} = \exp(j\varphi)$, $|\gamma_{12}| = 1$

2) dvě kompletně nekorelované vlny $\gamma_{12} = 0$, zde není vidět interference I_2

- pokud zavedeme intenzitní modulační faktor $m_I = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = 2 \frac{\sqrt{I_1/I_2}}{1 + I_1/I_2}$

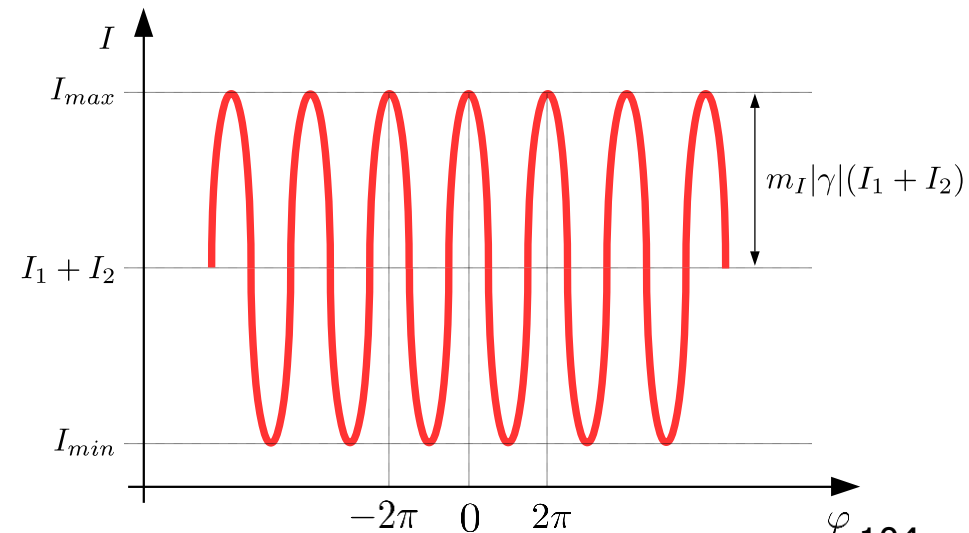
platí $I = (I_1 + I_2) \{1 + m_I |\gamma_{12}| \cos \varphi\}$

- celkový modulační člen se nazývá vizibilita

$$V = m_I |\gamma_{12}| = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

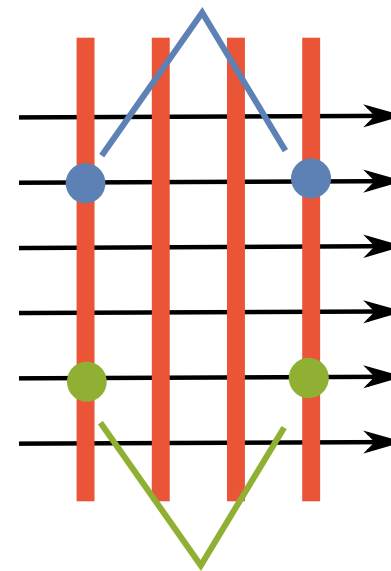
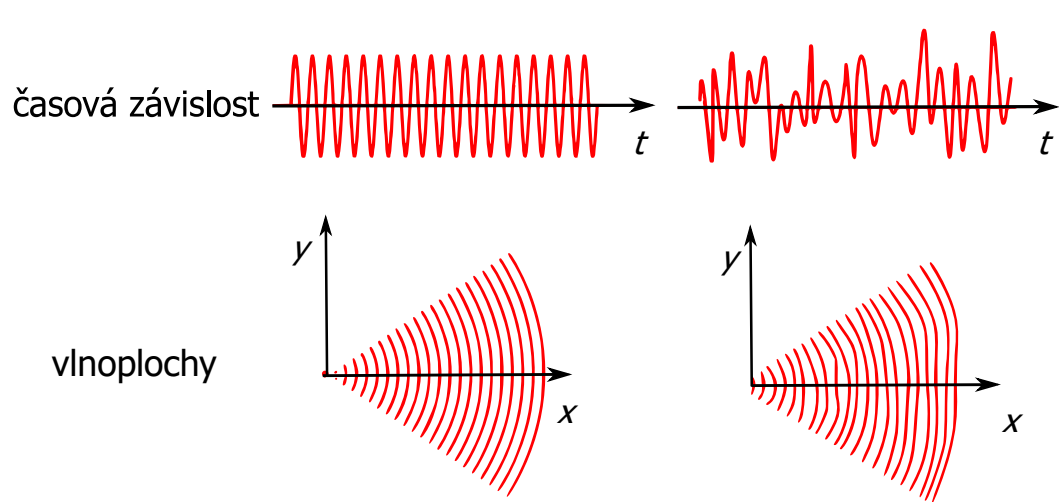
- vztah lze využít k měření stupně koherence, navíc pokud

$$I_1 = I_2 \quad \implies \quad V = |\gamma_{12}|$$

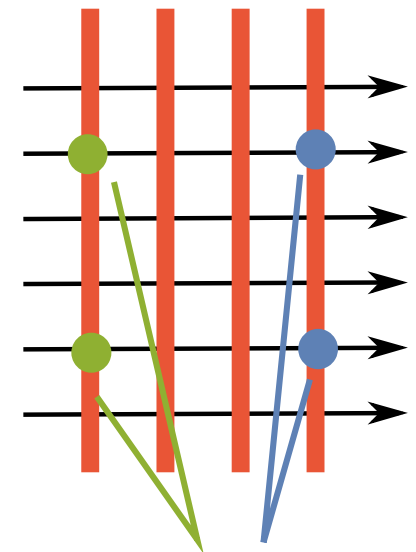


Statistické vlastnosti optické vlny

- rozlišujeme koherenci:
 - časovou** – udává míru korelace v závislosti na časovém zpoždění (ve stejném bodě na vlnoploše), je spojena s frekvenční distribucí zdroje záření
 - prostorovou** – udává míru korelovanosti v různých místech na vlnoploše, je spojena s distribucí vlnových vektorů vlnoplochy
- statistické vlastnosti lze nejlépe posuzovat na jediné vlně, kde uvažujeme interakci částí stejné vlny vůči sobě časově nebo prostorově posunutých (toto může nastat v závislosti na konkrétním experimentu)



časová koherence =
míra korelace v závislosti
na fázovém zpoždění



prostorová koherence =
míra korelovanosti v různých
místech vlnoplochy

- experimenty na demonstraci statistických vlastností:
 - Michelsonův interferometr
 - Youngův pokus

Michelsonův experiment

- čas šíření v jednom rameni označme t , ve druhém rameni je čas šíření posunut o τ , kde $\tau = 2d/c$
- v detektoru pak naměříme intenzitu (předpokládáme stejnou intenzitu v ramenech)

$$I_d = \frac{1}{T} \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} [\tilde{E}(t) + \tilde{E}(t - \tau)] [\tilde{E}(t) + \tilde{E}(t - \tau)]^*$$

- po provedení středování dostaneme

$$I_d = 2I_0 + \frac{2}{T} \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} \tilde{E}(t) \tilde{E}^*(t - \tau) dt = 2I_0 [1 + \gamma(\tau)],$$

kde definujeme komplexní stupeň časové koherence jako

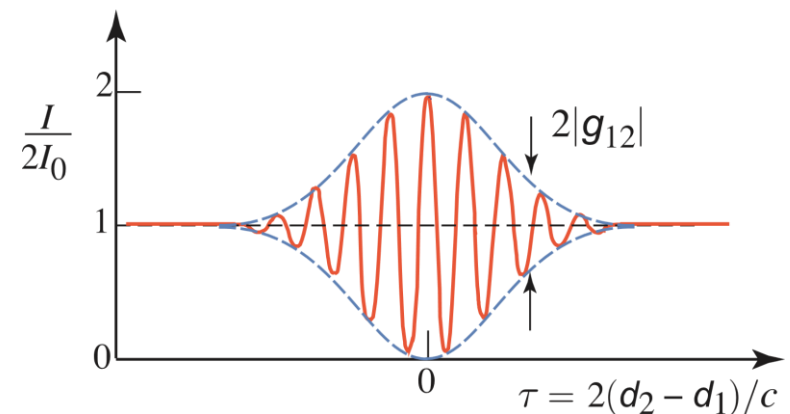
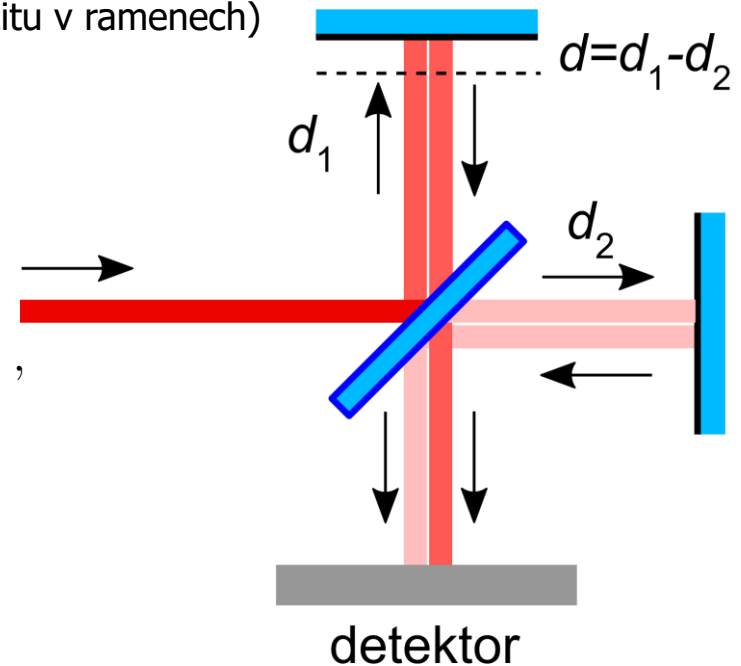
$$\gamma(\tau) = \frac{\langle \tilde{E}(t) \tilde{E}^*(t - \tau) \rangle}{\langle \tilde{E}(t)^2 \rangle} = \frac{\int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} \tilde{E}(t) \tilde{E}^*(t - \tau) dt}{\int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} \tilde{E}(t) \tilde{E}^*(t) dt}$$

- vztah mezi I a τ se nazývá interferogram, uvažujeme světelný zdroj jehož spektrum splňuje podmínku (ν frekvence)

$$\Delta\nu_c = 1/\tau_c \ll \nu_0$$

Maximum vizibility je pro hodnotu $\tau = 0$ a postupně se snižuje pro τ , kde je koherenční čas, tj. když rozdíl optických drah d je větší než koherenční délka

$$l_c = c\tau_c$$



Časová koherence

- koherenční čas lze precizněji definovat pomocí komplexního stupně koherence, či fourierovou transformací výkonového spektra. Pokud má výkonové spektrum gaussovskou distribuci, tak by vizibilita proužků měla klesnout na polovinu maximální hodnoty. Pokud má výkonové spektrum lorentzovskou distribuci, tak by vizibilita proužku měla klesnout na hodnotu $1/e$ maximální hodnoty.
- pro jednoduchost však lze odvodit, že existuje vztah mezi šířkou spektra a koherenčním časem τ_c podélnou koherenční délkou lze pak definovat vztahem

$$l_c = c\tau_c = \frac{c}{\Delta\omega} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Zdroj	$\Delta\nu$ (Hz)	$\tau_c=1/\Delta\nu_c$	$l_c=c\tau_c$
Filtrované sluneční světlo ($\lambda_0=0,4-0,8 \mu\text{m}$)	$3,74 \times 10^{14}$	2,67 fs	800 nm
LED dioda ($\lambda_0=1 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda_0=50 \text{ nm}$)	$1,5 \times 10^{13}$	67 fs	20 μm
Sodíková výbojka	5×10^{11}	2 ps	600 μm
Multimódový He-Ne laser ($\lambda_0=633 \text{ nm}$)	$1,5 \times 10^9$	0,67 ns	20 cm
Jednomódový He-Ne laser ($\lambda_0=633 \text{ nm}$)	1×10^6	1 μs	300 m

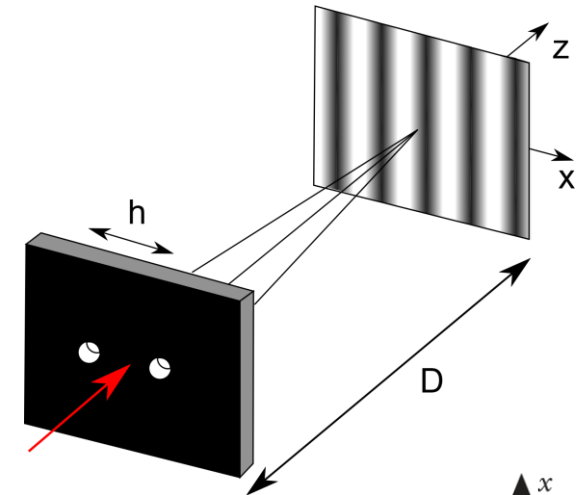
Youngův experiment

- Youngův experiment je pokus, kterým Thomas Young experimentálně prokázal, že světlo je vlnění. Svazek rovnoběžného monochromatického záření dopadá na dvojštěrbinu. Vlna, která dopadne, se při průchodu štěrbinami rozdělí na dvě, které spolu interferují a na stínítku umístěném za štěrbinami vytvářejí interferenční obrazec.
- teorie je podobná jako předcházejících úvahách, pouze zobecníme některé veličiny (komplexní stupeň koherence), hodnota intenzity v místě P je

$$\langle \mathbf{E}^2 \rangle = \left\langle \mathbf{E}_1^2 \left(t + \frac{d_1}{c} + \frac{r_1}{c} \right) \right\rangle + \left\langle \mathbf{E}_2^2 \left(t + \frac{d_2}{c} + \frac{r_2}{c} \right) \right\rangle + 2 \left\langle \mathbf{E}_1 \left(t + \frac{d_1}{c} + \frac{r_1}{c} \right) \mathbf{E}_2 \left(t + \frac{d_2}{c} + \frac{r_2}{c} \right) \right\rangle$$

čas šíření vlny
skrz štěrbinu č. 1

čas šíření vlny
skrz štěrbinu č. 2



- dále označme čas šíření skrz štěrbinu č. 2 jako

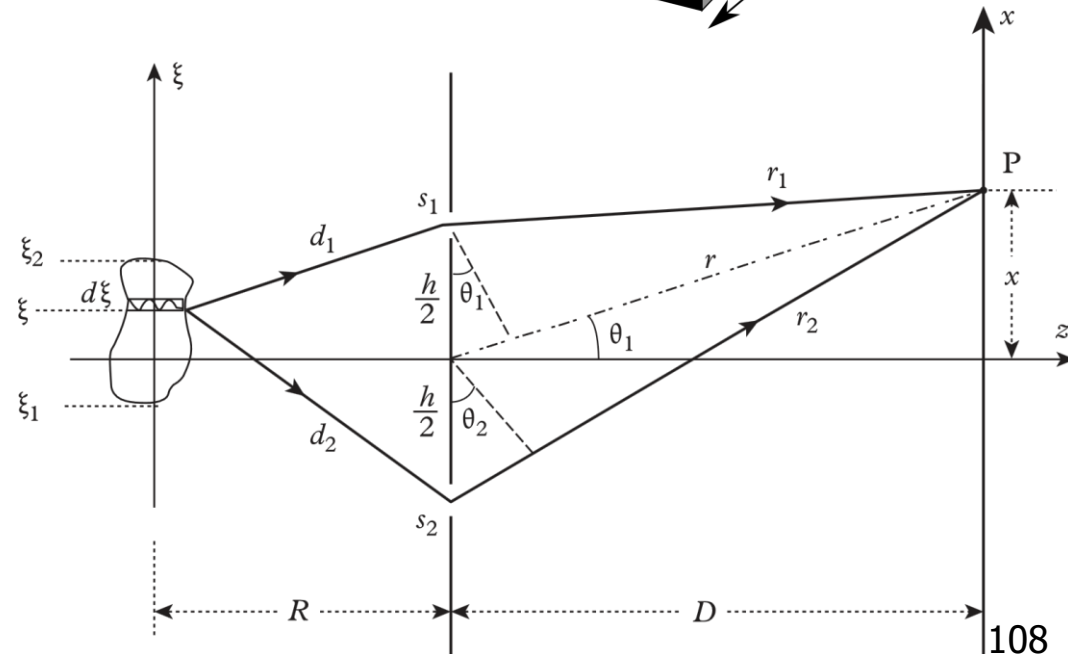
$$t' = t + \frac{d_2}{c} + \frac{r_2}{c},$$

fázový rozdíl vznikající při šíření mezi zdrojem a aperturou označme

$$\Delta\varphi = \frac{d_2 - d_1}{c},$$

fázový rozdíl při šíření od apertury ke stínítku

$$\tau = \frac{r_2 - r_1}{c}$$



Youngův experiment

- optickou intenzitu v místě P můžeme přepsat do podoby (závislost na r_1, r_2, d_1, d_2 jsme převedli na časovou závislost jako v případě Michelsonova interferometru)

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2(t' - \Delta\varphi - \tau) \rangle + \langle E_2^2(t') \rangle + 2 \langle E_1(t' - \Delta\varphi - \tau) E_2(t') \rangle$$

- vzájemnou koherenční funkci $\Gamma_{12}(\tau)$ definujeme jako

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle \mathbf{E}_1(t' - \Delta\varphi - \tau) \mathbf{E}_2(t') \rangle = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mathbf{E}_1(t' - \Delta\varphi - \tau) \mathbf{E}_2(t') dt'$$

- jedná se o korelační integrál mezi vlnou procházející aperturou č. 1 a vlnou procházející aperturou č. 2, pro intenzity procházející jednotlivými aperturami můžeme použít definici vzájemné koherenční funkce, platí

$$\Gamma_{11}(0) = \langle \mathbf{E}_1^2 \rangle, \quad \Gamma_{22}(0) = \langle \mathbf{E}_2^2 \rangle$$

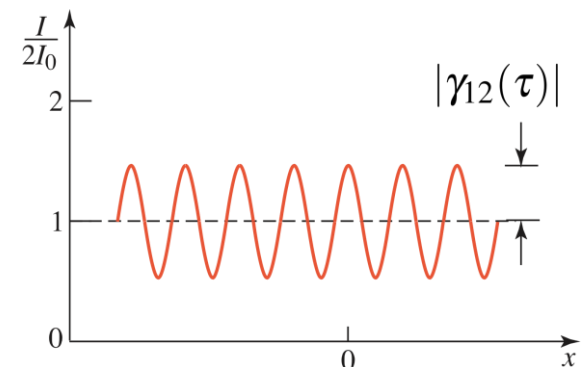
- pokud zavedeme komplexní stupeň prostorové koherence (normalizovaná verze $\Gamma_{12}(\tau)$) jako

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}} \quad \text{nebo} \quad \gamma_{12}(\tau) = \frac{\langle \mathbf{E}_1(t) \mathbf{E}_2(t - \tau) \rangle}{\sqrt{\langle \mathbf{E}_1(t)^2 \rangle} \sqrt{\langle \mathbf{E}_2(t)^2 \rangle}}$$

- intenzitu v bodě P, která je dána interferencí vln pocházející od apertury č. 1 a č. 2 můžeme přepsat do tvaru

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}(\tau)| \cos \delta_{12}(\tau),$$

kde γ_{12} je přepsán do tvaru $\gamma_{12}(\tau) = |\gamma_{12}(\tau)| e^{i\delta_{12}(\tau)}$

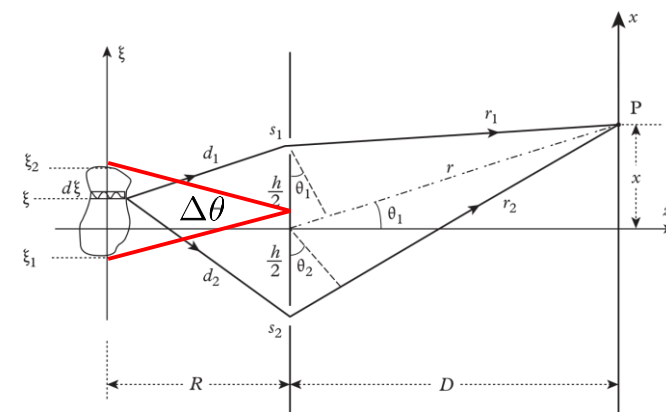


Prostorová koherence

- obecně pak musíme i uvažovat, že zdroj záření má konečnou šířku a tvar, ty pak ovlivní konkrétní tvar γ_{12}
- příčnou koherenční délku můžeme zjednodušeně definovat podobným způsobem jako u podélné koh. délky, tj. můžeme ji definovat jako vzdálenost mezi aperturami, při které vymizí interferenční proužky, nebo lze odvodit vztah mezi velikostí zdroje a příčnou koh. délkou

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{l_t},$$

kde λ je vlnová délka l_t je příčná koherenční délka a $\Delta\theta$ je úhel pod kterým přicházejí vlny ze zdroje na rovinu s aperturami



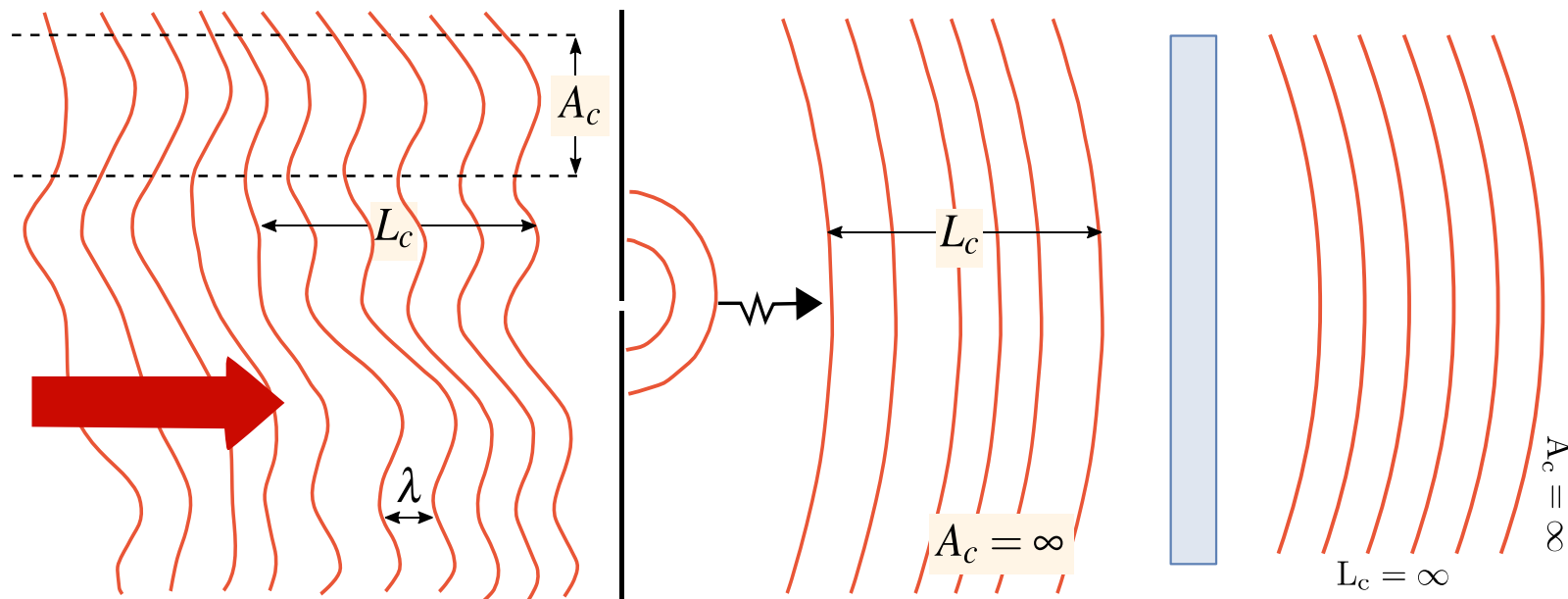
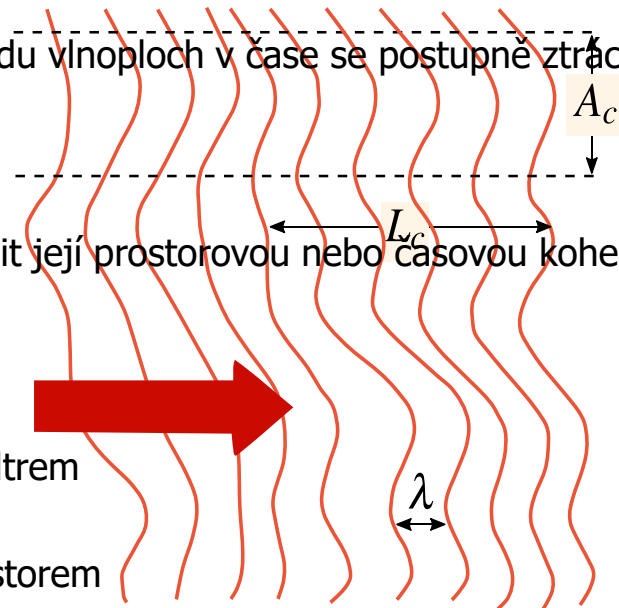
- příklad: uvažujeme-li jako zdroj světla Slunce, je pak úhel $\Delta\theta$ zhruba 0,5 stupně, takže příčná koherenční délka je pro filtrované záření s vlnovou délkou λ

$$l_t \approx \lambda / \Delta\theta \approx 115\lambda,$$

Pro vlnovou délku 500 nm pak je $l_t = 57,5 \mu\text{m}$, tato vzdálenost je menší než je rozlišovací schopnost oka

Časová a prostorová koherence

- částečně koherentní vlna (časově i prostorově) – pravidelnost chodu vlnoploch v čase se postupně ztrácí, resp. vzta
- otázkou je, jak změnit koherenční stav takové vlny, resp. jak zlepšit její prostorovou nebo časovou koherenci
- prostorovou koherenci lze zvýšit průchodem vlny malou aperturou
- podobně lze vylepšit časovou koherenci průchodem spektrálním filtrem
- prostorová koherence se navíc zvyšuje i prostým šířením vlny prostorem



SHRNUTÍ – Statistické vlastnosti optické vlny

- interferenční proces je zásadně ovlivněn statistickými vlastnostmi (koherencí) použitého vlnění
- statistické vlastnosti světla lze popsat korelačními funkcemi, resp. jejich normovanou formou – stupněm koherence, který popisuje časovou a prostorovou statistickou korelaci skalárních složek vlny, souvisí přímo s vizibilitou interferenčních proužků (kontrastem), kterou lze využít k jeho měření
- prostor, kde lze pozorovat interferenci (s dostatečnou koherencí) je určen koherenční šířkou a délkou
- časová koherence souvisí se spektrálním složením vlny a je v prostoru stálá, je dána spektrálním výkonem zdroje
- prostorová koherence je určena prostorovým spektrem a v prostoru se vyvíjí, vývoj je dán konkrétní formou koexistence jednotlivých prostorových frekvencí
- v praxi pozorujeme interferenci u částečně koherentního světla (použití laserů, interferometrie, holografie), ale také u světla bílého - téměř nekoherentního (tenké dielektrické vrstvy, interference na bublinách, olejových skvrnách, atd.)

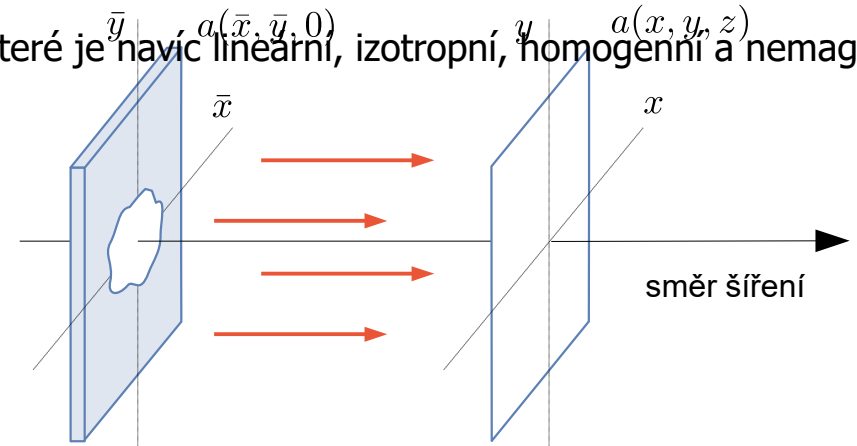
Seznam přednášek a jejich náplň

- 1 Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2 Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3 Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4 Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5 Přejechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6 Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlňová
- 7 Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8 Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9 Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10 Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11 Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12 Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Difrakce světla

- předpokládáme-li prostředí bez volných proudů a nábojů, které je navíc lineární, izotropní, homogenní a nemagnetické

$$\nabla^2 \mathcal{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \nabla^2 \mathcal{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t^2} = 0$$



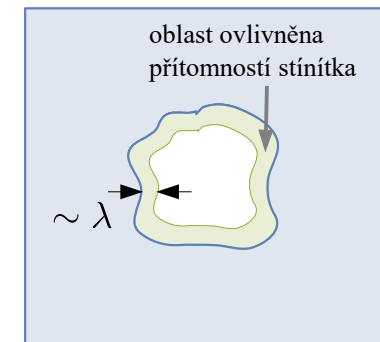
- stínítko s aperturou ale představuje nehomogenitu a vlnová rovnice má v takovém případě komplikovanější tvar

$$\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r}) \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 \mathcal{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} + 2\nabla(\mathcal{E} \cdot \nabla \ln n) = 0$$

- platnost skalární aproximace je v tomto případě závislá na velikosti příspěvku z okrajů apertury, kde se vyskytuje nehomogenita

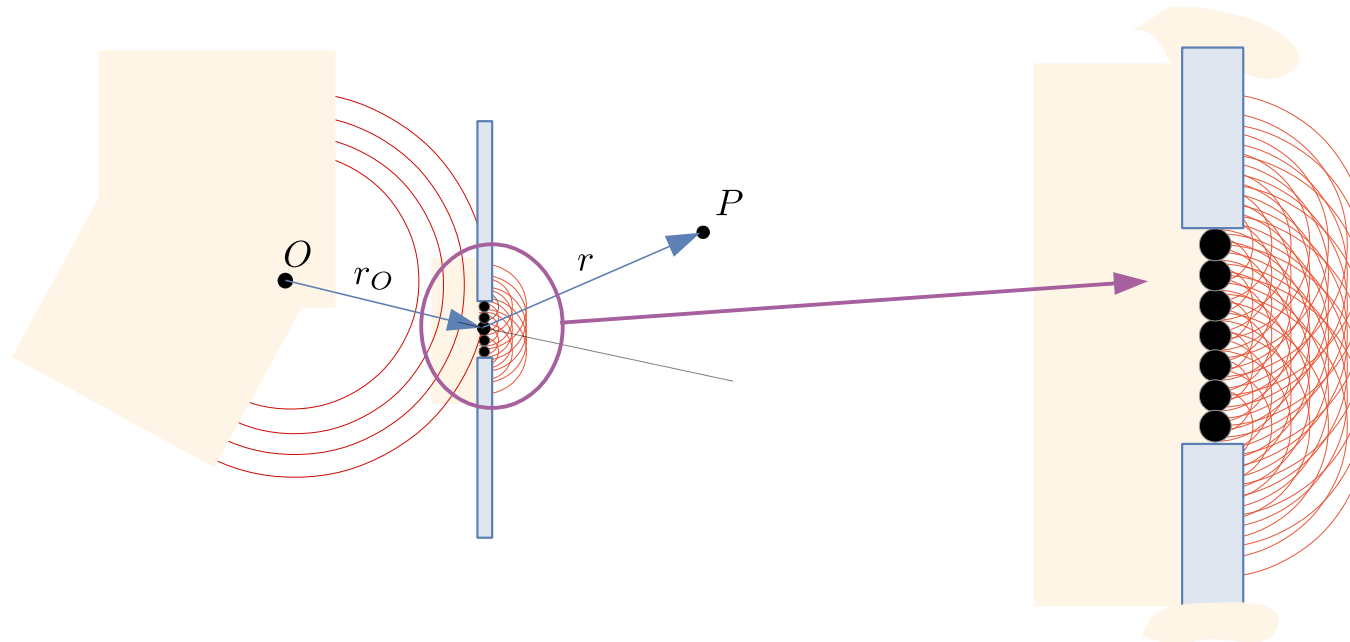
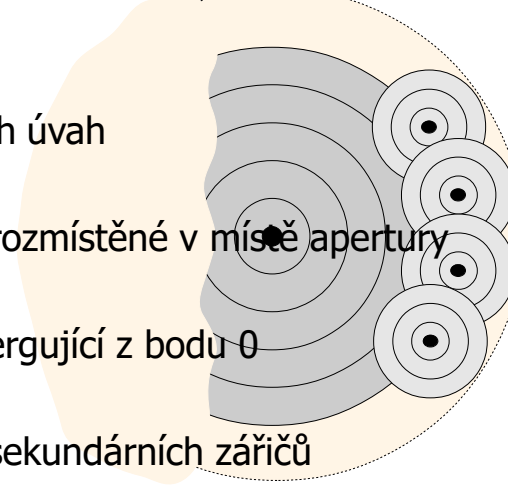
- lze ukázat, že skalární teorii je možné použít v případě, že:

- apertura, na které dochází k difrakci, je velká ve srovnání s vlnovou délkou
- difrakci pozorujeme v dostatečné vzdálenosti od apertury



Huygensův princip

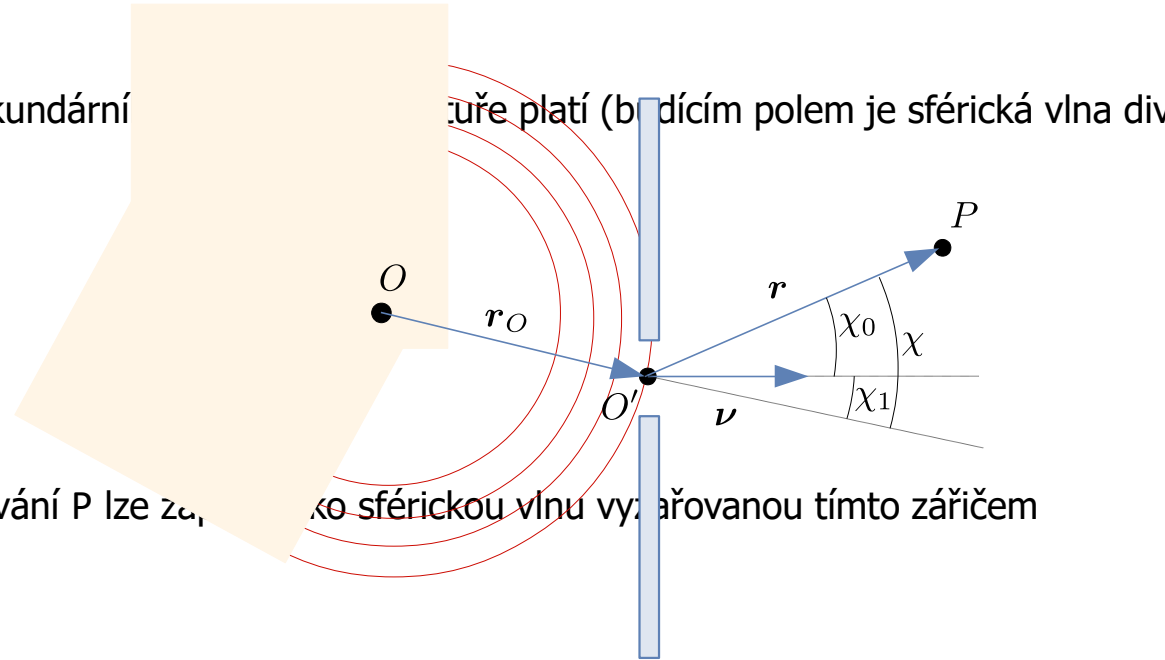
- **Huygensův princip** (1678) – každý bod, do kterého dospělo vlnění, se stává sekundárním zdrojem sférické vlny, v
- předpokládejme skalární popis pole na základě předcházejících úvah
- pro případ se stínítkem uvažujme myšlené sekundární zářiče rozmístěné v místě apertury
- uvažujme pro jednoduchost buzení zářičů sférickou vlnou divergující z bodu O
- výsledné pole za stínítkem dostaneme superpozicí příspěvků sekundárních zářičů



Fresnelův přístup k řešení

- uvažujme geometrii podle obrázku
- potom pro budící pole v místě vybraného sekundární

$$U(O') = U_O \frac{e^{-ikr_O}}{r_O}$$



- příspěvek tohoto zářiče k poli v bodě pozorování P lze za... jako sférickou vlnu vyzařovanou tímto zářičem

$$dU(P) = U(O') \frac{e^{-ikr}}{r} K(\chi) dA = \left(U_O \frac{e^{-ikr_O}}{r_O} \right) \frac{e^{-ikr}}{r} K(\chi) dA$$

- kde faktor K (tzv. inklinční faktor) zohledňuje směrovou závislost vyzařování sekundárních zářičů
- pro celkové pole v bodě P dostaneme integraci přes aperturu

$$K(\chi) = \frac{i}{\lambda} \cos \chi$$

⇒

$$U(P) = \frac{iU_0}{\lambda} \iint_A \frac{e^{-ik(r_O+r)}}{r_O r} \cos \chi dA$$

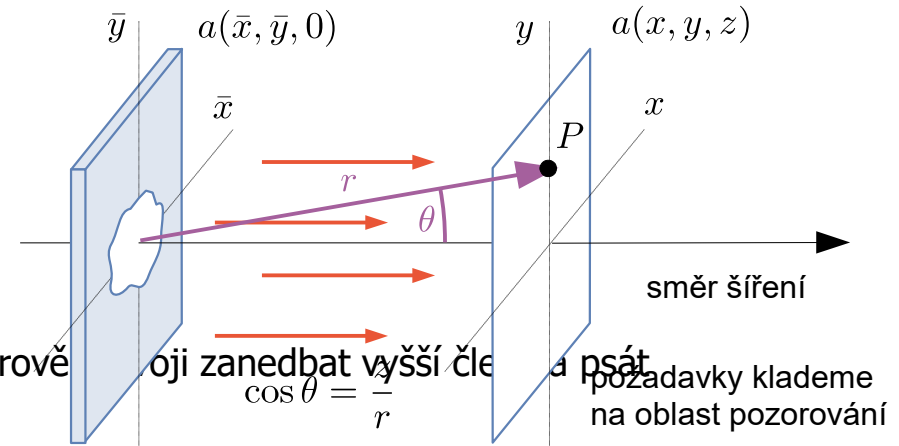
Fresnelův difrakční integrál

Paraxiální přiblížení difrakčního integrálu

- vyjděme z difrakčního integrálu ve tvaru

$$a(x, y, z) = \frac{i}{\lambda} \iint_{\infty} a(\bar{x}, \bar{y}, 0) \frac{e^{-ikr}}{r} \cos \theta d\bar{x}d\bar{y}$$

- kde $a(\bar{x}, \bar{y}, 0)$ popisuje pole v apertuře v rovině stínítka
- potom při šíření pole v blízkosti osy lze v následujícím Taylorově



$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = z \sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{z^2}} \sim z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 + y^2}{z^2} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{x^2 + y^2}{z^2} \right)^2 + \dots \right]$$

$$r = \sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 + z^2} \sim z + \frac{1}{2z} [(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2]$$

- po dosazení do difrakčního integrálu dostáváme tzv. paraxiální přiblížení difrakčního integrálu (také Fresnelovo)

$$a(x, y, z) = \frac{i}{\lambda z} \iint_{\infty} a(\bar{x}, \bar{y}, 0) e^{-ikz} e^{-\frac{i\pi}{\lambda z} [(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2]} d\bar{x}d\bar{y}$$

- přiblížení je možné, když

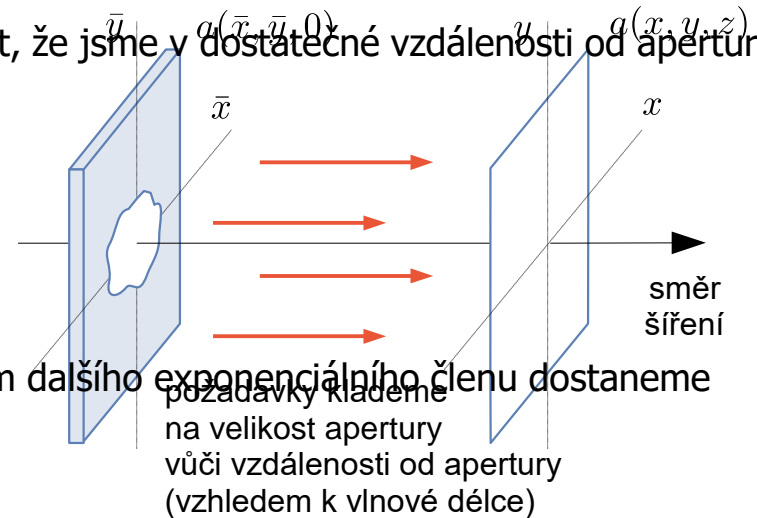
$$\frac{1}{8} k z \left(\frac{x^2 + y^2}{z^2} \right)^2 < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan^4 \theta < \frac{2\lambda}{z}$$

- z hlediska fyzikální podstaty difrakčního integrálu se jedná o nahrazení sférických příspěvků v Huygensově principu

Fraunhoferovo přiblížení difrakčního integrálu

- pokud vyjdeme z paraxiálního přiblížení a budeme dále předpokládat, že jsme v dostatečné vzdálenosti od apertury

$$a(x, y, z) = \frac{i}{\lambda z} \iint_{\infty} a(\bar{x}, \bar{y}, 0) e^{-\frac{i\pi}{\lambda z} [(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2]} d\bar{x}d\bar{y}$$



- vytknutím faktoru nezávislého na integrační proměnné a zanedbáním dalšího exponenciálního členu dostaneme

$$a(x, y, z) = \frac{i}{\lambda z} \iint_{\infty} a(\bar{x}, \bar{y}, 0) e^{-\frac{i\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)} \underbrace{e^{-\frac{i\pi}{\lambda z} (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)}}_{\approx 1} e^{2\pi i (\bar{x} \frac{x}{\lambda z} + \bar{y} \frac{y}{\lambda z})} d\bar{x}d\bar{y}$$

$$a(x, y, z) \approx \frac{i}{\lambda z} e^{-\frac{i\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)} \iint_{\infty} a(\bar{x}, \bar{y}, 0) e^{2\pi i (\bar{x} \frac{x}{\lambda z} + \bar{y} \frac{y}{\lambda z})} d\bar{x}d\bar{y} = \frac{i}{\lambda z} e^{-\frac{i\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)} \mathcal{A} \left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z} \right)$$

- kde Fourierova transformace je definovaná jako

$$\mathcal{A}(\xi, \eta) = FT[a(\bar{x}, \bar{y})] = \iint a(\bar{x}, \bar{y}) e^{2\pi i (\xi \bar{x} + \eta \bar{y})} d\bar{x}d\bar{y}$$

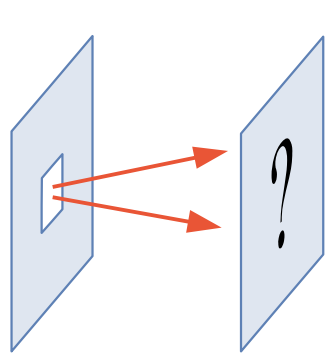
- přiblížení je platné, když tzv. Fresnelovo číslo je menší než 1/2

$$e^{-\frac{i\pi}{\lambda z} (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)} \approx 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi}{\lambda z} (\bar{x}^2 + \bar{y}^2) < \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad N_F = \frac{\bar{x}_{\max}^2 + \bar{y}_{\max}^2}{\lambda z} < \frac{1}{2}$$

- z fyzikálního hlediska jsme v difrakčním integrálu nahradili příspěvky sekundárních zářičů rovinnými vlnami

Příklady difrakce ve vzdálené zóně

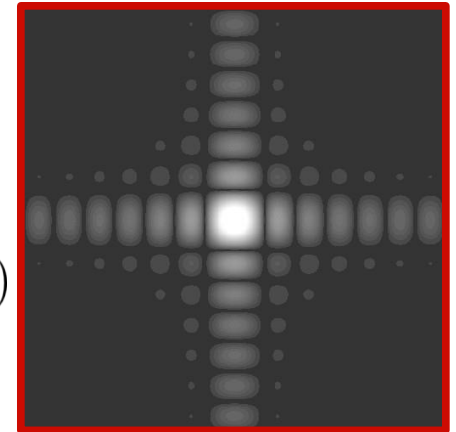
- difrakce na obdélníkovém otvoru



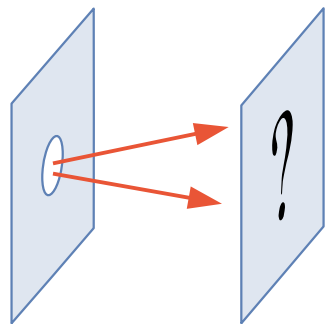
$$a(\bar{x}, \bar{y}) = \text{rect} \frac{\bar{x}}{D_x} \text{rect} \frac{\bar{y}}{D_y}$$

$$FT \left\{ \text{rect} \frac{\bar{x}}{A} \right\} = |A| \text{sinc}(A\xi) = |A| \frac{\sin(A\xi)}{\pi A\xi}$$

$$a(x, y) = \frac{i}{\lambda z} e^{-2\pi i(x^2 + y^2)} D_x D_y \text{sinc} \left(D_x \frac{x}{\lambda z} \right) \text{sinc} \left(D_y \frac{y}{\lambda z} \right)$$



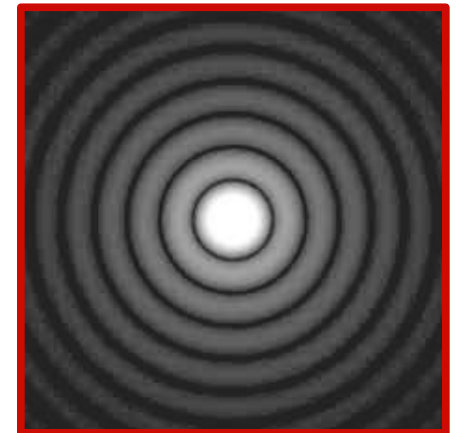
- difrakce na kruhové apertuře



$$a(\bar{r}) = \text{circ} \left(\frac{r}{D} \right) \quad \text{circ}(r) = \begin{cases} 1 & |r| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & |r| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

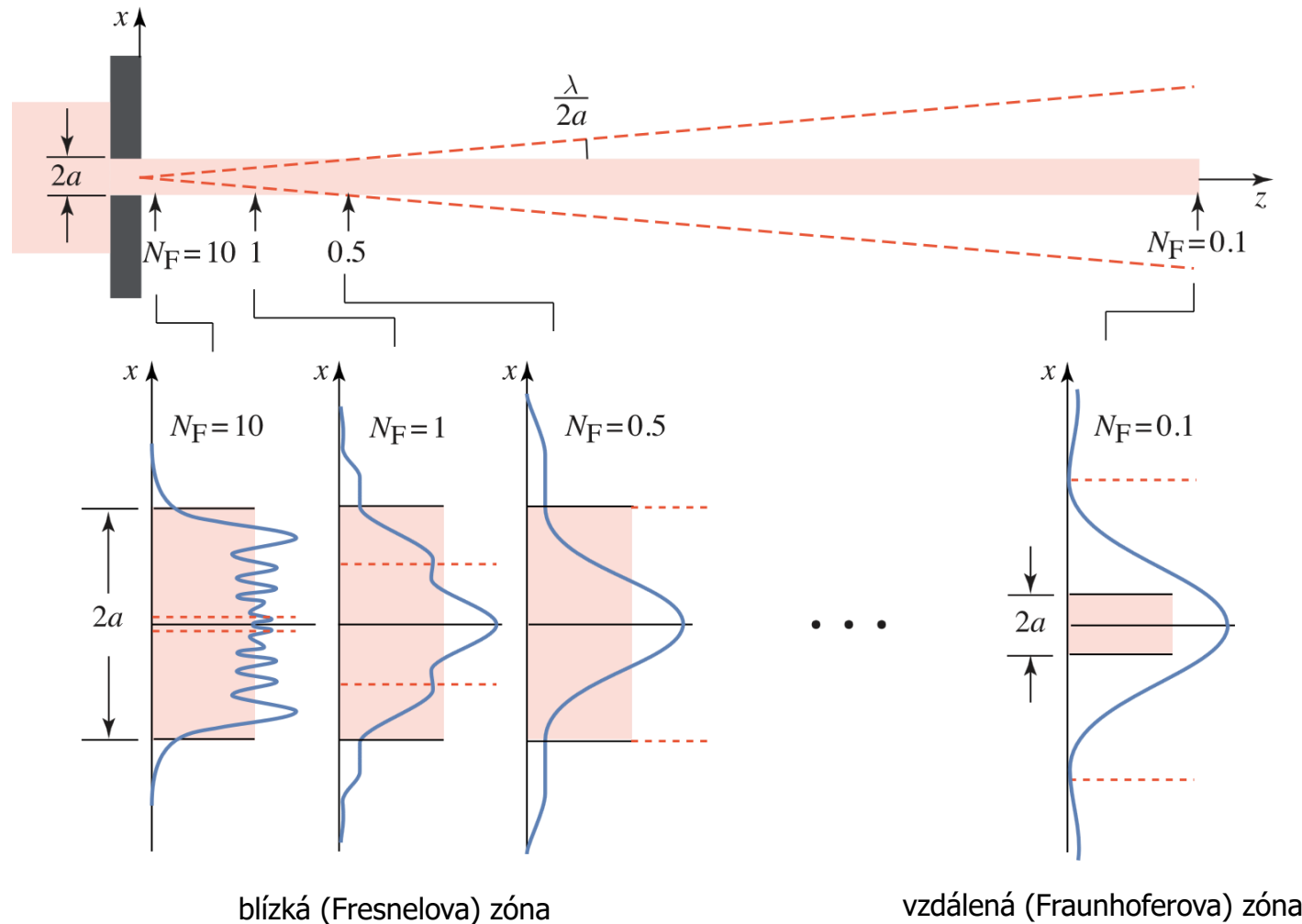
$$FT \left\{ \text{circ} \left(\frac{r}{D} \right) \right\} = \frac{2\pi D^2 J_0(\pi D \rho)}{4\pi D \rho}$$

$$a(r) = \frac{i}{\lambda z} e^{-2\pi i r^2} \frac{\pi D^2}{4} \frac{2J_1 \left(\pi D \frac{r}{\lambda z} \right)}{\pi D \frac{r}{\lambda z}}$$



Příklady difrakce v blízké zóně

- difrakce na štěrbině v blízké (Fresnelově) zóně
- výpočet nelze provést analyticky
- je nutný numerický výpočet (resp. použití přibližných nebo grafických metod výpočtu Fresnelových integrálů)

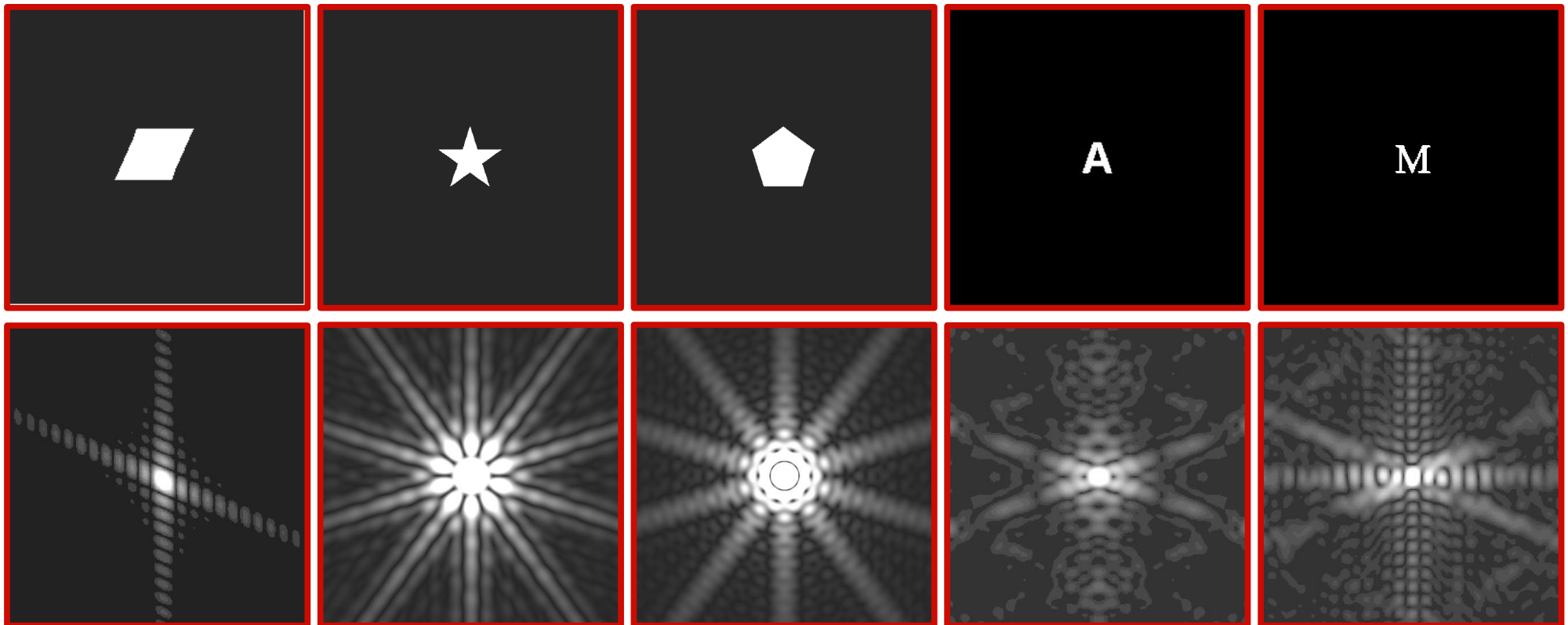


Příklady difrakce ve vzdálené zóně

- pro Fourierovu transformaci platí

$$a(x, y) \in \mathbb{R} \Rightarrow \mathcal{A}(\xi, \eta) = \mathcal{A}^*(-\xi, -\eta)$$

- potom difrakce na apertuře popsané reálnou funkcí propustnosti je hermitovská, resp. difrakční obrazec je intenzitně



SHRNUTÍ – Difrakce světla

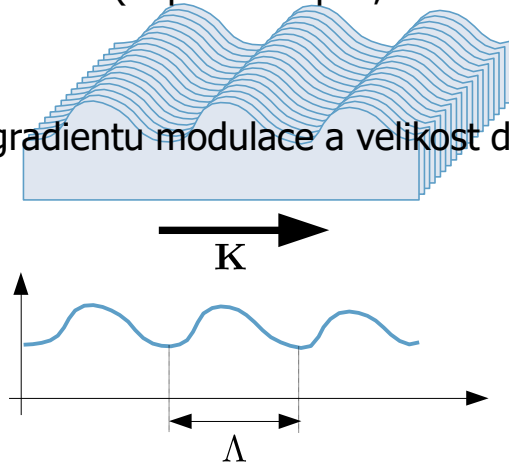
- při difrakci nastává odchylka šíření vlnění od přímé dráhy, která není způsobena odrazem ani lomem
- difrakci na dostatečně velké apertuře v dostatečně velké vzdálenosti lze popisovat pomocí skalárního popisu pole
- Huygensův princip umožňuje konstrukci řešení difrakční úlohy ve formě difrakčního integrálu
- v případě paraxiálního šíření lze difrakční integrál zjednodušit do formy paraxiálního (Fresnelova) přiblížení blízké zóny
- v dostatečné vzdálenosti od apertury lze provést další zjednodušení na tzv. Fraunhoferovo přiblížení vzdálené zóny, kdy přejde difrakční integrál na Fourierovu transformaci aperturní funkce (modifikovanou fázovým faktorem)
- difrakce v blízké zóně se vyznačuje rychlými změnami difrakčního obrazce ve směru šíření, naopak ve vzdálené zóně se difrakční obrazec ve směru šíření již tvarově nemění

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1 Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2 Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3 Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4 Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5 Přejechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6 Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlno
- 7 Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8 Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9 Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10 Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11 Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12 Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Difrakční mřížka

- struktura tvořená periodickou modulací materiálových parametrů prostředí (např. absorpce, indexu lomu, resp. reliéfu)
- pro popis mřížek zavádíme tzv. mřížkový vektor \mathbf{K} , který má směr gradientu modulace a velikost danou periodicitou



$$|\mathbf{K}| = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

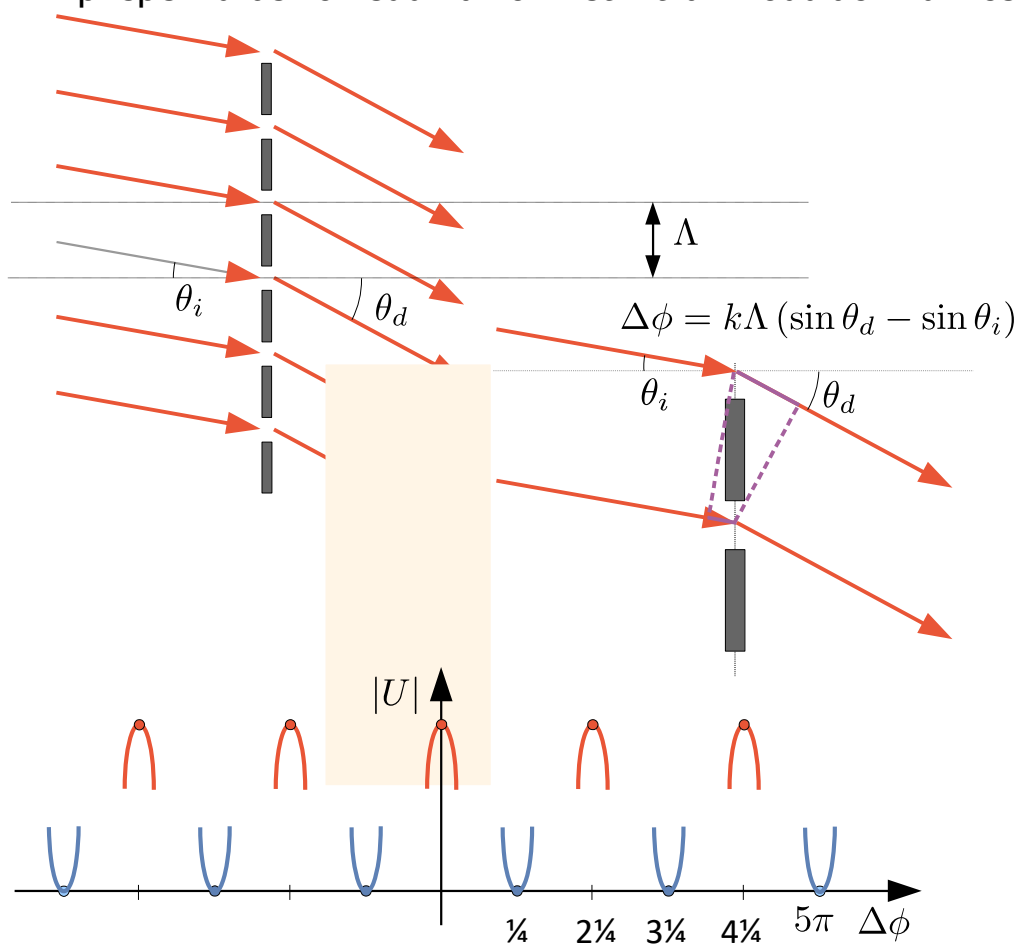
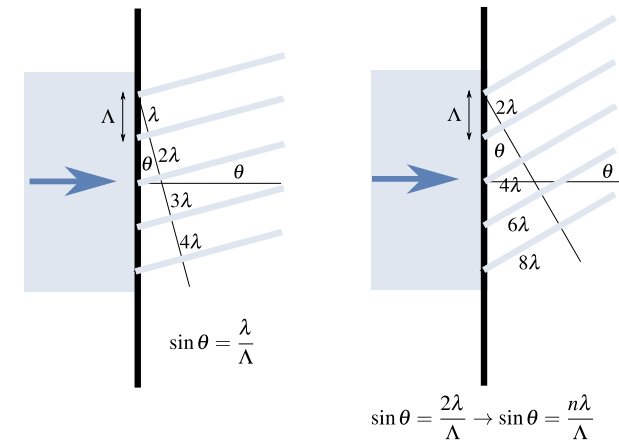
- resp. prostorovou frekvenci mřížky ξ_0 , pro kterou platí

$$\xi_0 = \frac{1}{\Lambda}, \quad K = 2\pi\xi_0$$

- difrakční mřížky klasifikujeme podle různých kritérií, např.:
 - mřížky **amplitudové** (absorpční) a **fázové** – podle typu modulace materiálových parametrů
 - mřížky **jednodimenzionální**, **dvojdimenzionální** a **trojdimenzionální** – podle počtu nezávislých mřížkových vektorů
 - mřížky **středofrekvenční**, **nízkofrekvenční** a **vysokofrekvenční** – podle vztahu periody mřížky a vlnové délky
 - mřížky **tenké** a **objemové** – podle objemovosti mřížky, která souvisí s tloušťkou, periodicitou a vlnovou délkou

Úhlový fázový synchronismus a mřížková rovnice

- uvažujme systém stejných štěrbin, ekvidistantně rozmístěných, které přispívají do zvoleného směru stejnými, avšak fázově posunutými příspěvky
- pro jednoduchost uvažujme izotropní vyzařování štěrbin
- v daném směru dochází k načítání příspěvků z jednotlivých period
- **úhlový fázový synchronismus** – vyjadřuje konstruktivní superpozici příspěvků bez ohledu na konkrétní tvar modulační funkce



- v důsledku úhlového fázového synchronismu dojde ke vzniku řádů – difrakčních maxim, směrů, kde se přis

$$\Delta\phi = k\Lambda (\sin \theta_{dm} - \sin \theta_i) = 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \theta_{dm} = \sin \theta_i + m \frac{\lambda}{\Lambda}$$

- pro obecné prostředí před i za mřížkou a obecný úhel o

$$(\mathbf{k}_{dm} - \mathbf{k}_i - m\mathbf{K}) \times \nu = \mathbf{0}$$

- mezi maximy se nacházejí difrakční minima, kde se jed

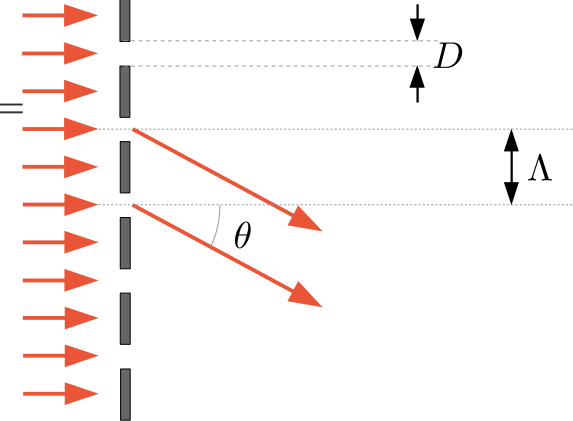
Mřížka jako konečný periodický systém apertur

- uvažujme mřížku jako periodický konečný systém stejných apertur (štěrbín stejné šířky) a počítejme Fraunhoferovu

$$a(x, z) \approx \frac{i}{\lambda z} e^{\frac{-i\pi}{\lambda z} x^2} \int_{-\infty}^{\infty} a(\bar{x}, 0) e^{2\pi i \bar{x} \frac{x}{\lambda z}} d\bar{x} = \frac{i}{\lambda z} e^{\frac{-i\pi}{\lambda z} x^2} \sum_{n=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} a_0(\bar{x}, 0) e^{2\pi i (\bar{x} + \bar{x}_n) \frac{x}{\lambda z}} d\bar{x} =$$

$$a(\bar{x}, 0) = \sum_{n=0}^{N-1} a_0(\bar{x} - \bar{x}_n, 0)$$

$$= a_0(x, z) \sum_{n=0}^{N-1} e^{2\pi i \bar{x}_n \frac{x}{\lambda z}} = a_0(x, z) \frac{e^{2\pi i N \Lambda \xi} - 1}{e^{2\pi i \Lambda \xi} - 1} = a_0(x, z) e^{\pi i \Lambda \xi (N-1)} \frac{\sin(\pi N \Lambda \xi)}{\sin(\pi \Lambda \xi)}$$



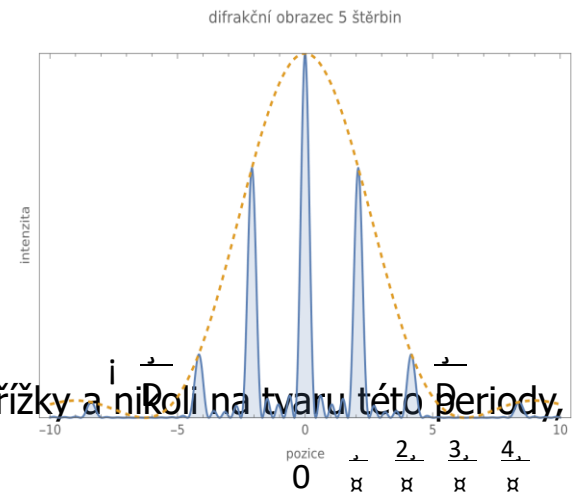
- pro případ tvaru jedné periody mřížky ve formě pravouhlé štěrbinu můžeme psát

$$\xi = \frac{x}{\lambda z} \quad \wedge \quad a_0(\xi) \sim D \frac{\sin(\pi D \xi)}{\pi D \xi}$$

$$a(\xi) \sim \frac{\sin(\pi D \xi)}{\pi \xi} \frac{\sin(\pi N \Lambda \xi)}{\sin(\pi \Lambda \xi)} = N D \operatorname{sinc}(D \xi) \frac{\operatorname{sinc}(N \Lambda \xi)}{\operatorname{sinc}(\Lambda \xi)}$$

$$|a(\xi)|^2 \sim N^2 D^2 \left| \operatorname{sinc}(D \xi) \frac{\operatorname{sinc}(N \Lambda \xi)}{\operatorname{sinc}(\Lambda \xi)} \right|^2$$

- ze vztahu mimo jiné plyne, že poloha řádů závisí pouze na periodě mřížky a nikoli na tvaru této periody, naopak dif



Příklady difrakce na tenké mřížce

- z obecnější teorie mřížek lze ukázat, že poloha jednotlivých řádů je daná mřížkovou rovnicí a jejich difrakční účinnost

$$\eta_m = |c_m|^2 \quad c_m = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} t(x, y) e^{2\pi i m \xi_0 x} dx \quad t(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{-2\pi i m \xi_0 x}$$

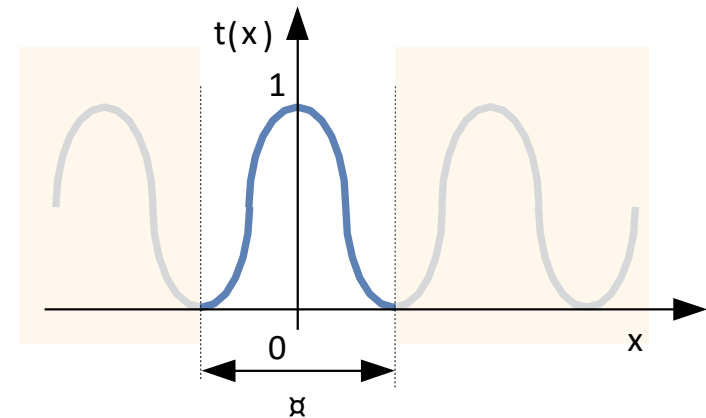
- amplitudová harmonická mřížka

$$t(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(Kx))$$

$$t(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{iKx} + \frac{1}{4}e^{-iKx}$$

$$c_0 = \frac{1}{2}, \quad c_{+1} = c_{-1} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \eta_1 = \eta_{-1} = 6.25\%$$



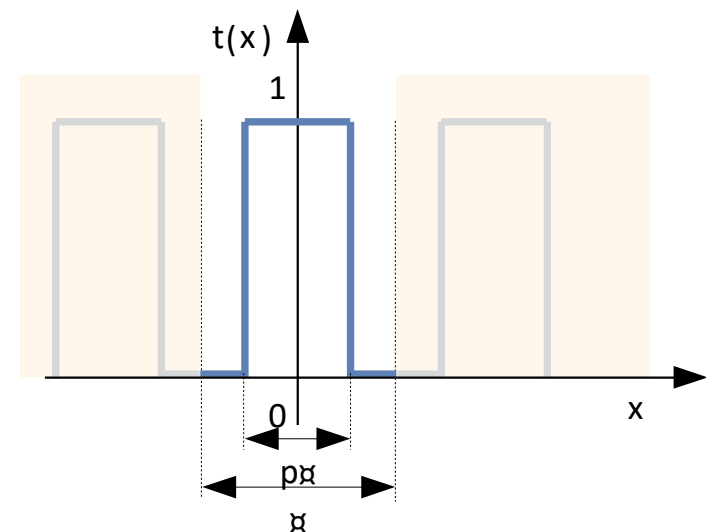
- amplitudová binární mřížka

$$t_1(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{p\Lambda}\right)$$

$$c_m = \frac{\sin(\pi m p)}{\pi m} = p \text{sinc}(m p)$$

$$p = 0.5 \Rightarrow \eta_0 = 25\%, \eta_{\pm 1} = 10\%$$

$$p = 0.5 \Rightarrow \eta_{2k} = 0, \forall k \in \mathbb{N}$$

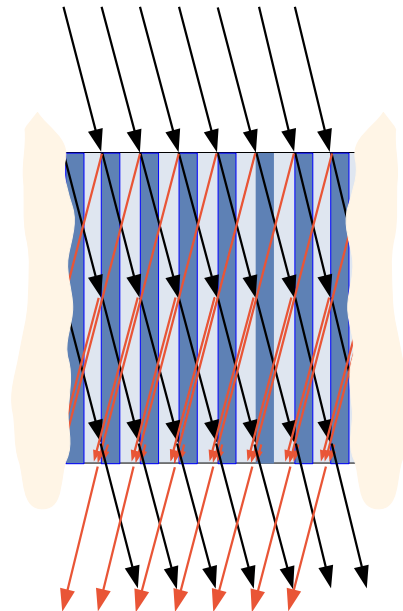
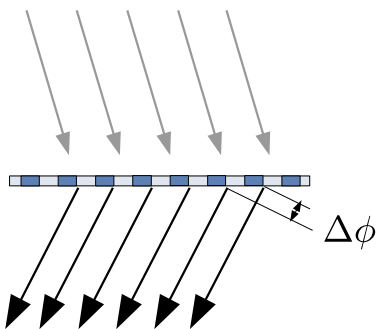
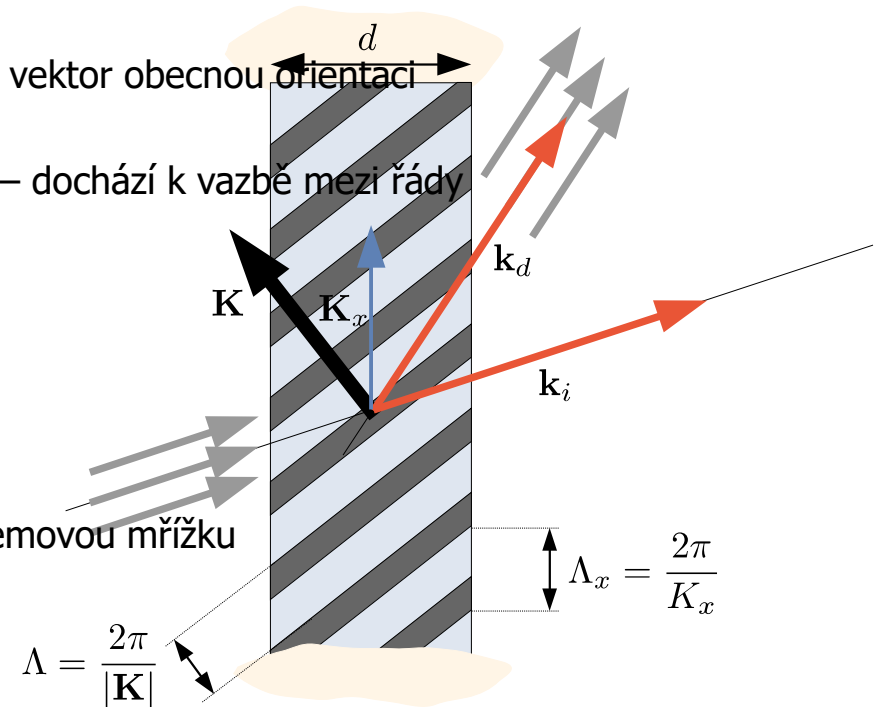


Difrakce na objemové mřížce

- když je tloušťka mřížky nezanedbatelná, může mít mřížkový vektor obecnou orientaci
- difrakční příspěvky se načítají nejen z plochy ale i z objemu – dochází k vazbě mezi řády
- objemovost posuzujeme na základě Kleinova faktoru

$$Q = 2\pi \frac{\lambda d}{n_0 \Lambda^2} = \frac{K^2 d}{k}$$

- pro $Q < 1$ se jedná o mřížku tenkou, $Q > 10$ reprezentuje objemovou mřížku



- směr difrakčních řádů je u objemové mřížky dán podobně jako u tenké mřížky
- o účinnosti jednotlivých řádů ale již nerozhoduje úhlový fázový rozdíl
- objemový synchronizmus vede k závislosti difrakční účinnosti na úhlu

Difrakce na objemové mřížce, Braggova podmínka

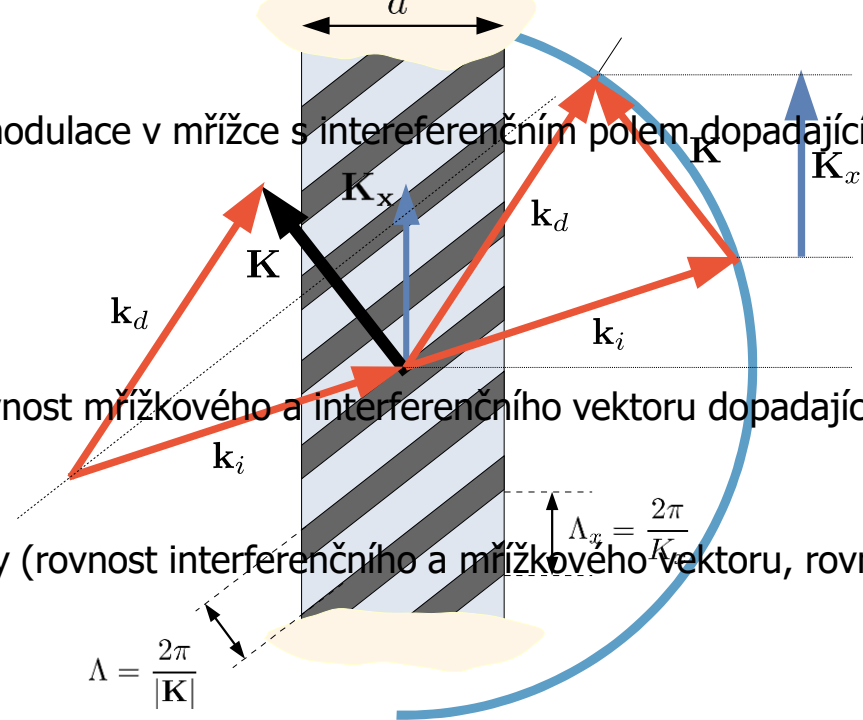
- optimální vazbu mezi dopadající a difraktovanou vlnou (optimální difrakční účinnost) vyjadřuje Braggova podmínka

- Braggova podmínka odráží míru koincidence materiálové modulace v mřížce s interferenčním polem dopadající a difraktované vlny

$$\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_i + \mathbf{K}$$

- splnění Braggovy podmínky můžeme interpretovat jako rovnost mřížkového a interferenčního vektoru dopadající a difraktované vlny

- existují různé geometrické interpretace Braggovy podmínky (rovnost interferenčního a mřížkového vektoru, rovnoradost vlnových vektorů dopadající a difraktované vlny)



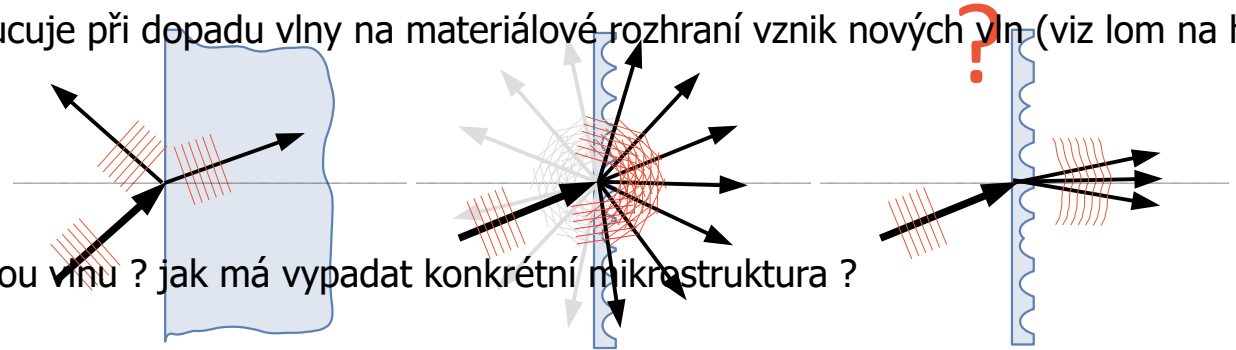
- z praktického hlediska je často důležitější než hodnota špičkové účinnosti tzv. selektivita mřížky vůči úhlu dopadající vlny

- transmisní mřížky jsou silně selektivní vůči úhlu dopadu a málo selektivní vůči vlnové délce, u reflexních je to naopak

- vysoká selektivita reflexních mřížek je velmi důležitá např. v holografii, kde umožňuje rekonstrukci reflexních hologramů

Holografie

- okrajová podmínka pro elm. pole vynucuje při dopadu vlny na materiálové rozhraní vznik nových vln (viz lom na hor



- ? lze na tomto principu vytvořit obecnou vlnu ? jak má vypadat konkrétní mikrostruktura ?

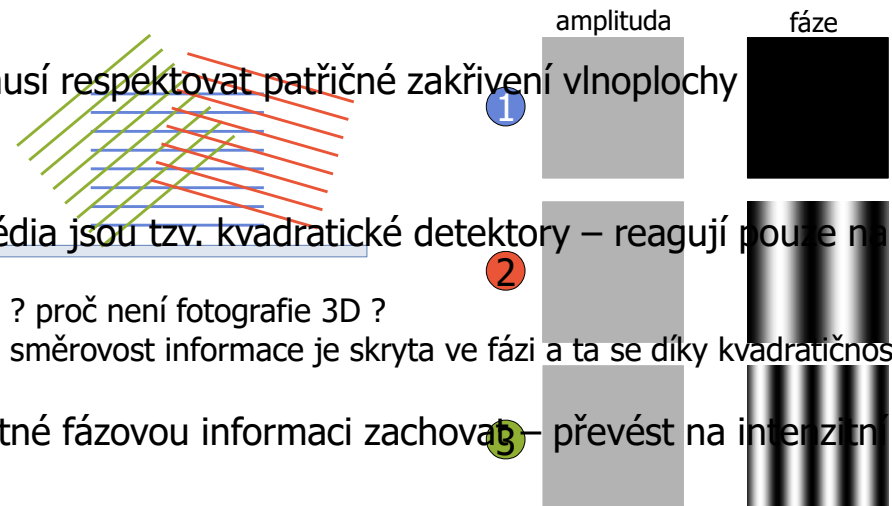
Holografie – holos (úplný) graphé (záznam)

- metoda záznamu optického signálu, která zohledňuje jeho komplexní charakter
- vede na "úplný" záznam amplitudy i fáze
- zachovává např. 3dimenzionální charakter zaznamenávané scény
- Denis Gabor – 1947 – objev holografie (Nobelova cena v roce 1971)
- praktická realizace byla v důsledku potřeby koherentních zdrojů možná až po objevu laseru v 60. letech
- Emmett Leith, Juris Upatnieks – 1962 - mimoosové schema – obecný transmisní hologram
- Jurij Denisjuk – 1962 – reflexní hologram na jednosvazkovém principu
- Stephen Benton – 1969 – duhový hologram

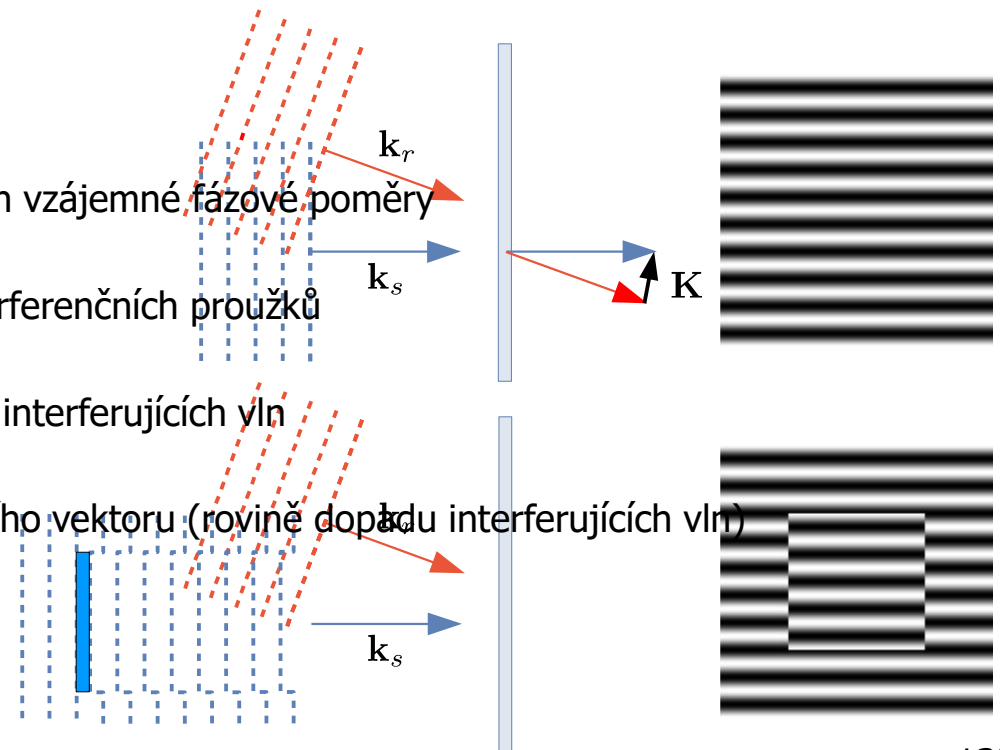


Intenzitní záznam fázové informace

- směrnost signálu je skryta ve fázi vlny – záznam musí respektovat patřičné zakřivení vlnoplochy
 - 1
- fotografie nerespektuje fázi, všechny záznamové média jsou tzv. kvadratické detektory – reagují pouze na intenzitu
 - 2
 - ? proč není fotografie 3D ?
 - směrnost informace je skryta ve fázi a ta se díky kvadratickosti záznamové převádí na intenzitní signál detektoru
- pro zachování úhlové závislosti objektové vlny je nutné fázovou informaci zachovat
 - 3



- nechme signální vlnu interferovat s další tzv. referenční vlnou
- intenzitní interferenční pole dvou vln odráží i jejich vzájemné fázové poměry
- fázový posun jedné z vln se projeví posunem interferenčních proužků
- hustota proužků je závislá na vlnové délce a úhlu interferujících vln
- orientace proužků závisí na orientaci interferenčního vektoru (rovině dopadu interferujících vln)



Záznam a rekonstrukce hologramu

- při záznamu nechme interferovat signální vlnu s referenční vlnou (pro jednoduchost např. s hladkou rovinnou vlnou)

$$I_{rec} = |r + s|^2 = |r|^2 + |s|^2 + r s^* + r^* s$$

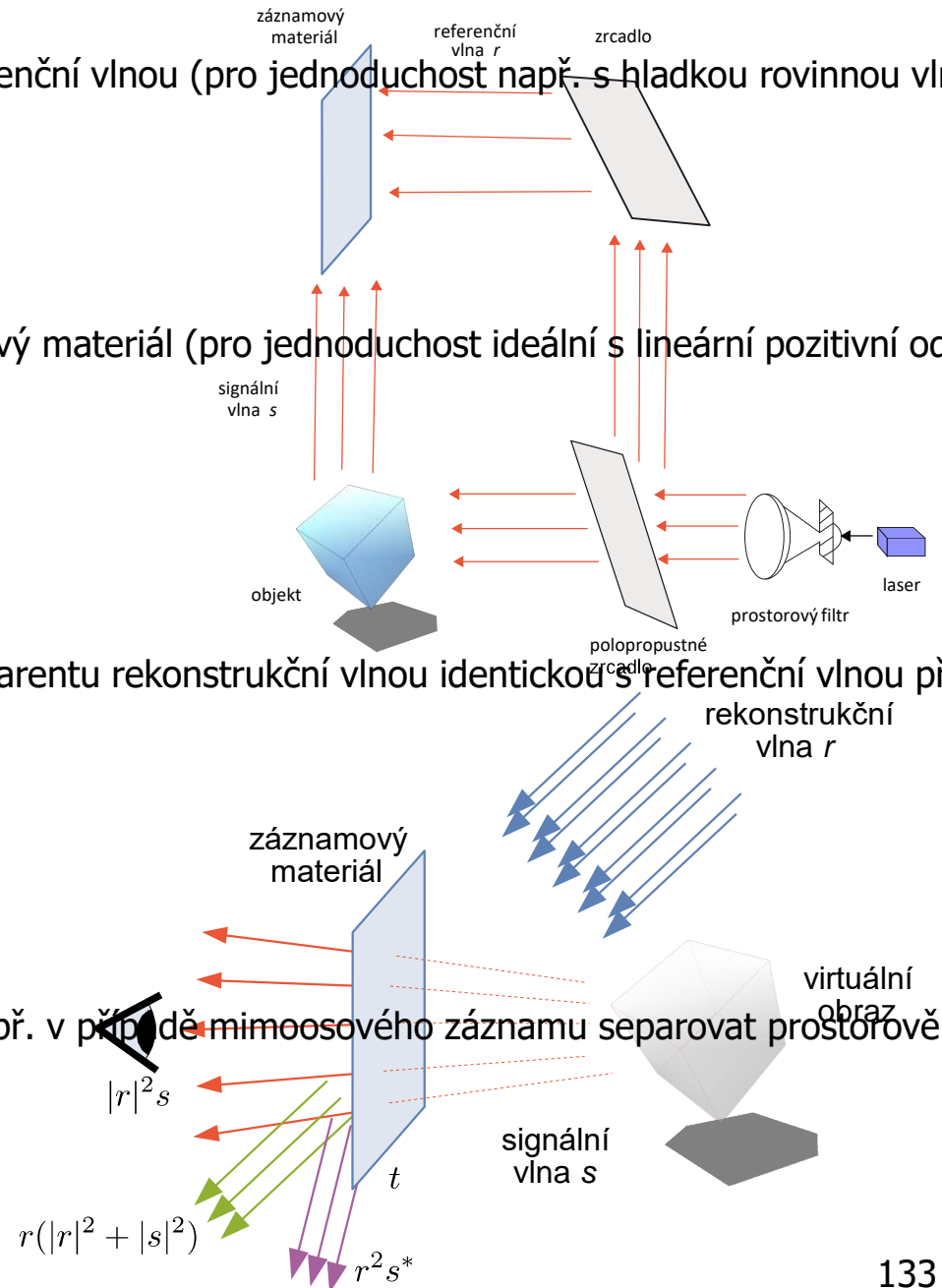
- pokud zaznamujeme toto intenzitní pole na záznamový materiál (pro jednoduchost ideální s lineární pozitivní odezvou)

$$t \sim I_{rec} = |r|^2 + |s|^2 + r s^* + r^* s$$

- při rekonstrukci uvažujme osvětlení vyvolaného transparentu rekonstrukční vlnou identickou s referenční vlnou při záznamu

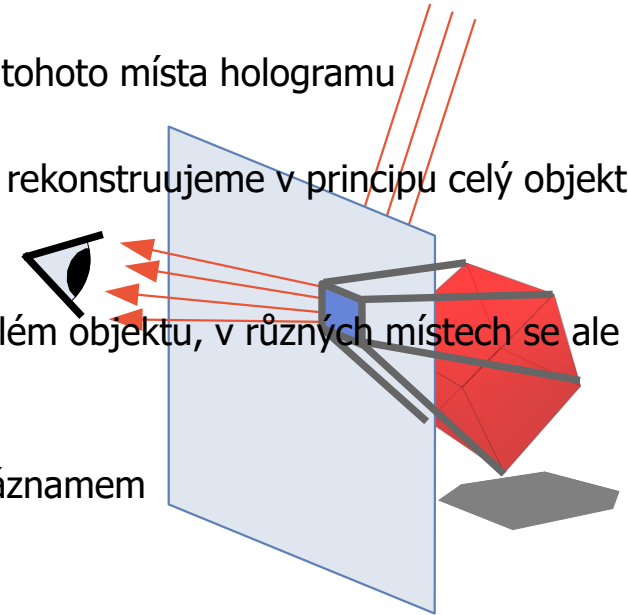
$$u = t \cdot r \sim r (|r|^2 + |s|^2) + r^2 s^* + |r|^2 s$$

- výsledkem je rekonstrukce původní signální vlny
- ostatní členy představují parazitní signál, který lze např. v případě mimoosového záznamu separovat prostorově



Vlastnosti hologramu

- v daném místě hologramu je uložena informace o objektu při pohledu z tohoto místa hologramu
- pokud rekonstruujeme tenkým svazkem pouze úzkou oblast hologramu, rekonstruujeme v principu celý objekt, ale v
- dá se tedy říct, že v každém místě hologramu je uložena informace o celém objektu, v různých místech se ale nachá
- toto přestává platit, když je objekt umístěn v blízkosti roviny desky se záznamem



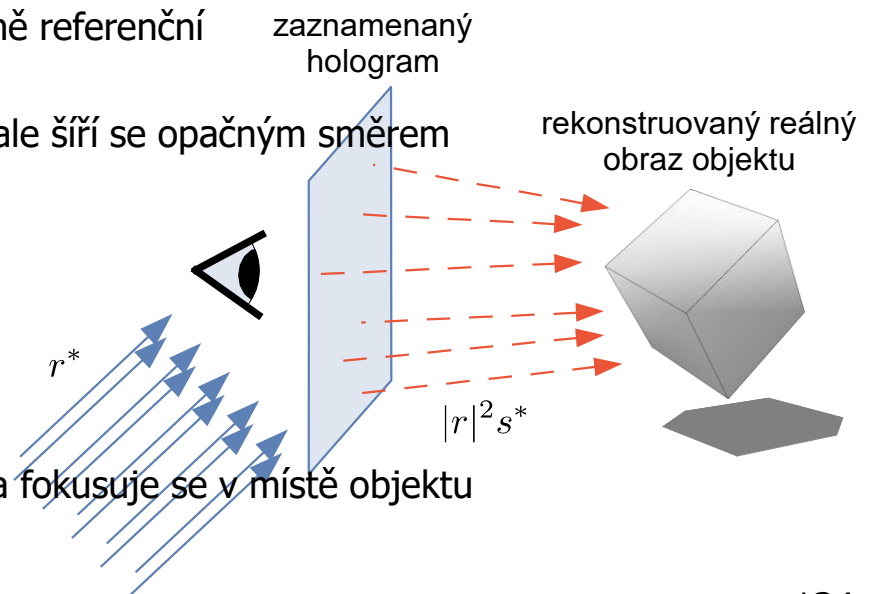
Rekonstrukce konjugovanou vlnou

- uvažujme rekonstrukci hologramu konjugovanou vlnou k vlně referenční
- konjugovaná vlna má stejné vlnoplochy jako vlna původní, ale šíří se opačným směrem

$$t \sim I_{rec} = |r|^2 + |s|^2 + rs^* + r^*s$$

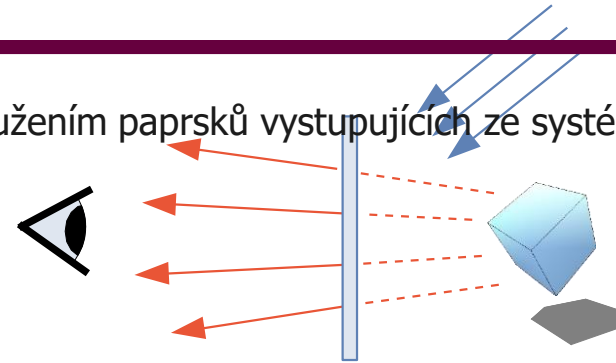
$$u = t \cdot r^* \sim r^* (|r|^2 + |s|^2) + |r|^2 s^* + r^{*2} s$$

- vznikl konjugovaný obraz objektu, který vystupuje z desky a fokusuje se v místě objektu

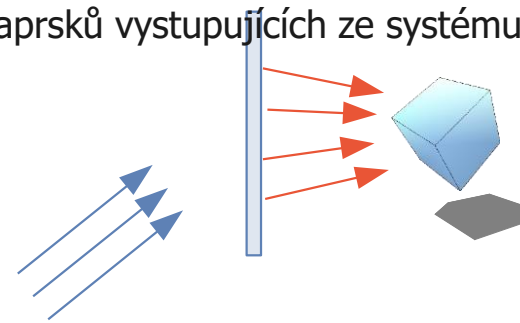


Vlastnosti obrazu

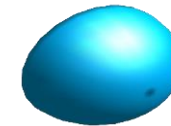
- **virtuální obraz** – předmět je formován zpětným prodloužením paprsků vystupujících ze systému, vystupující vlna je t



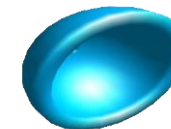
- **reálný obraz** – předmět je formován přímým pokračováním paprsků vystupujících ze systému, vystupující vlna je t



- **ortoskopický obraz** – má správnou křivost odpovídající objektu



- **pseudoskopický obraz** – má opačnou křivost, jeví se jako dutý obtisk objektu

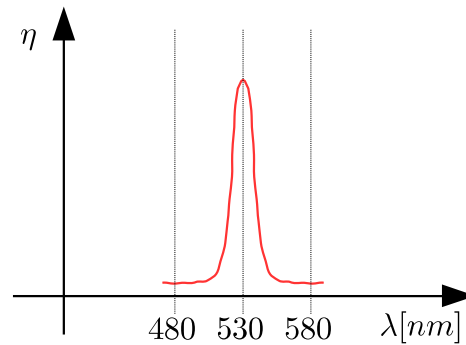
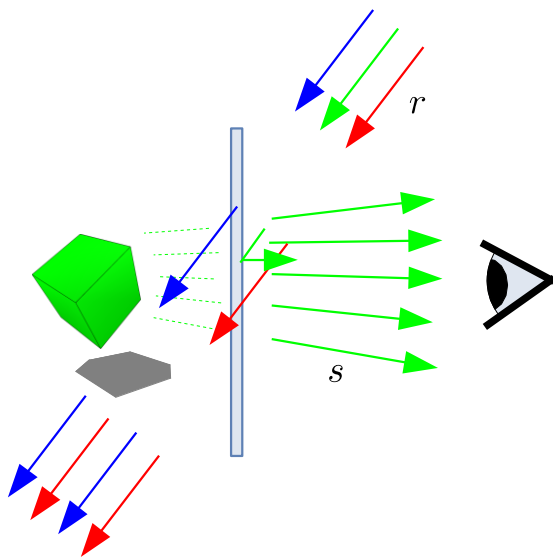


➔ lidské oko je schopno zaostřit pouze na paprsky divergující z objektu - virtuální obraz, reálný obraz lze pozorovat až

➔ rekonstrukce původní referenční vlnou dává virtuální ortoskopický obraz, rekonstrukce vlnou konjugovanou zase reálný

Rekonstrukce hologramů v bílém světle

- při rekonstrukci klasického transmisního hologramu bílým (polychromatickým) světlem dochází díky nízké selektivitě
- tyto obrazy jsou díky disperzi při difrakci prostorově posunuté – vzniká barevně rozmazaný obraz



- jednou z možností rekonstrukce klasického hologramu
- přirozená vysoká selektivita reflexní mřížky vůči vlnové délce

SHRNUTÍ – Difraktivní struktury a holografie

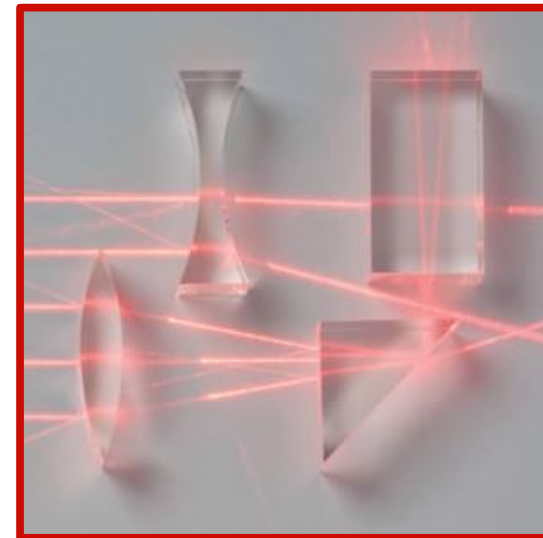
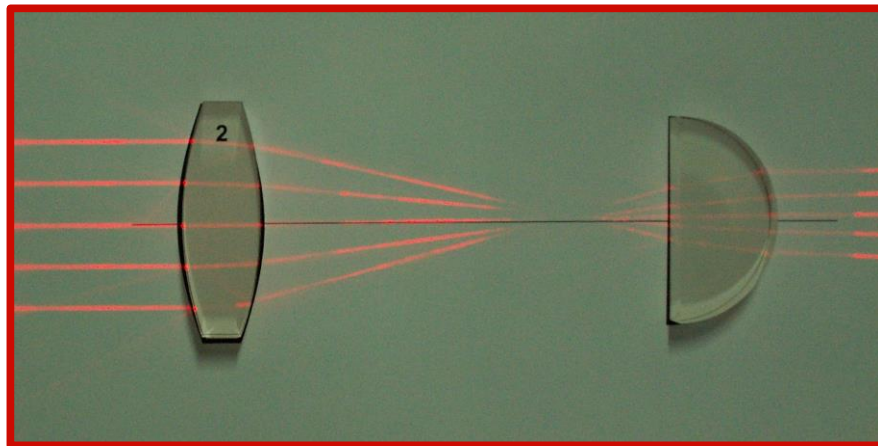
- pokud dochází k difrakci na periodicky se opakující apertuře (resp. obecné periodické modulaci), dochází v důsledku úhlového fázového synchronizmu k vytvoření difrakčních řádů - maxim a minim pole
- difrakční mřížky popisujeme pomocí mřížkového vektoru, který má směr gradientu modulace a velikost nepřímo úměrnou mřížkové periodě
- poloha difrakčních řádů je daná mřížkovou rovnicí a závisí pouze na periodě mřížky
- energie v jednotlivých řádech (difrakční účinnost) je v případě tenké mřížky daná pouze tvarem modulační funkce
- u objemové mřížky je difrakční účinnost ovlivněná objemovým fázovým synchronizmem a její maximum je dáno Braggovou podmínkou
- difrakcí rovinné vlny na mřížce dojde k vytvoření systému rovinných vln, při difrakci rovinné vlny na obecné kvaziperiodické nebo aperiodické mikrostruktuře lze vytvořit obecnou vlnu
- obecné difraktivní struktury, které dokážou rekonstruovat obecnou vlnoplochu, nazýváme hologramy
- záznam klasického hologramu lze provést intenzitním záznamem interferenčního pole signální a referenční vlny
- při rekonstrukci vyvolaného hologramu rekonstrukční vlnou identickou s vlnou referenční použitou při záznamu dochází k vytvoření původní signální vlny, při rekonstrukci vlnou konjugovanou se vytvoří konjugovaná signální vlna
- některé hologramy lze rekonstruovat v bílém světle (např. reflexní hologram)
- záznam hologramu vyžaduje citlivý materiál s vysokým rozlišením, nejznámější jsou materiály na bázi nanočástic halogenidů stříbra

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5Přechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlnová
- 7Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Aproximace vlnové optiky paprskovou optikou

- základní motivací je zjednodušení řešení některých úloh zavedením paprsku popisujícího postup optické vlny
- zdánlivě by bylo možné zavést paprsek pomocí vlnového vektoru
- klíčovým předpokladem geometrické optiky je ale oddělení fázové a amplitudové části při šíření
- paprsky se šíří přímočaře (v homogenním prostředí), nerespektují blízkost hrany (materiálových nehomogenit), sous



Optická vlna ve spojitě nehomogenním prostředí

- v nehomogenním prostředí je permitivita funkcí prostoru a Helmholtzova rovnice má tvar $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$

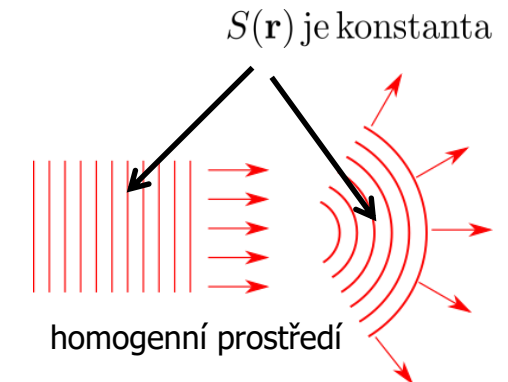
$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = -\nabla \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \right)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{E}) = \mathbf{E} \cdot \nabla \varepsilon + \varepsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\mathbf{E} \cdot \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon}$$

- nehomogenita vystupuje jednak ve vlnovém čísle, a také v pravé straně
- pokud $|\nabla \varepsilon| \lambda \ll 1$, lze pravou stranu zanedbat (když je změna permitivity na vzdálenosti vlnové délky malá)
- potom lze přejít ke skalární formě rovnice a hledat obecné řešení ve tvaru

$$E(x, y, z) = V(x, y, z) e^{-ik_0 S(x, y, z)}$$



- funkci S nazýváme optická dráha, nebo eikonál (např. pro rovinnou vlnu v homogenním prostředí je $S = nr$ pro bezztrátové prostředí je eikonál reálná funkce), eikonál můžeme chápat jako funkci popisující vlnoplochy
- po dosazení do Helmholtzovy rovnice a aplikaci $k^2 = n^2(x, y, z)k_0^2$ dostaneme

$$[\nabla^2 V + k_0^2 (n^2 - (\nabla S)^2) V] - i [k_0 (V \nabla^2 S + 2 \nabla S \cdot \nabla V)] = 0$$

- potom musí platit

$$(\nabla S)^2 - n^2 = \frac{1}{k_0^2} \frac{\nabla^2 V}{V} \quad \nabla S \cdot \nabla \ln V = \frac{1}{2} V \nabla^2 S$$

- rovnice mimo jiné demonstrují, že obecně je vývoj fáze propojený s vývojem amplitudy

Rovnice eikonálu a paprsku

- hledejme podmínky, za kterých lze vývoj amplitudové a fázové části vlny oddělit, tyto podmínky budou základem ap

$$(\nabla S)^2 - n^2 = \frac{1}{k_0^2} \frac{\nabla^2 V}{V} \quad \nabla S \cdot \nabla \ln V = \frac{1}{2} V \nabla^2 S$$

- pokud je vlnová délka velmi malá, resp. vlnové číslo velmi velké – limituje k nekonečnu, lze psát z první rovnice

$$(\nabla S)^2 = n^2$$

- rovnici nazýváme **rovnice eikonalu**
- alternativně lze první rovnici zjednodušit i za předpokladu velmi pomalé změny amplitudy v prostoru

$$\frac{\nabla^2 V}{V} \rightarrow 0$$

- potom při uvážení směru paprsku lze psát

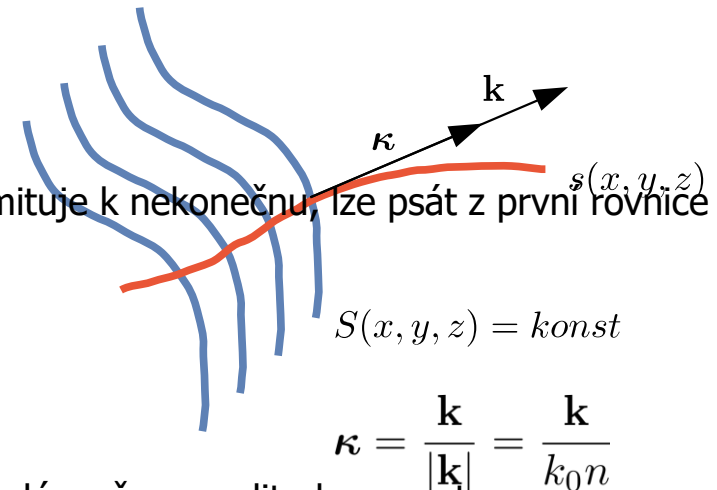
$$\nabla S = n \boldsymbol{\kappa}$$

- derivací této rovnice podle směru paprsku s dostaneme **rovnici paprsku**

$$\frac{d}{ds} (n \boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{k_0} \frac{d\mathbf{k}}{ds} = \nabla n$$

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \nabla n$$

- paprsek se tedy v nehomogenním prostředí stáčí ve směru gradientu n , postupuje do hustšího prostředí, uvedené v
- rovnice paprsku a eikonalu jsou "geometrické" rovnice, kde nevystupuje vazba amplitudy a fáze



pokud křivka s má lokálně směr gradientu

$$\frac{dS}{ds} = |\nabla S| = n$$

$$\frac{d}{ds} \nabla S = \nabla \frac{dS}{ds} = \nabla n$$

Rovnice eikonálu a paprsku

- příklad: homogenní prostředí – jednoduchá aplikace paprskové rovnice
- jelikož index lomu nezávisí na poloze je $\nabla n = 0$

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2} = 0$$

- jednoduchým řešením je přímka $\mathbf{r} = a\mathbf{s} + b$, paprsek se tedy šíří přímočaře
- příklad: gradientní vlákno, paprsková rovnice je příliš složitá, uvažuje se paraxiální aproximace $ds = dz$ průběh indexu lomu je

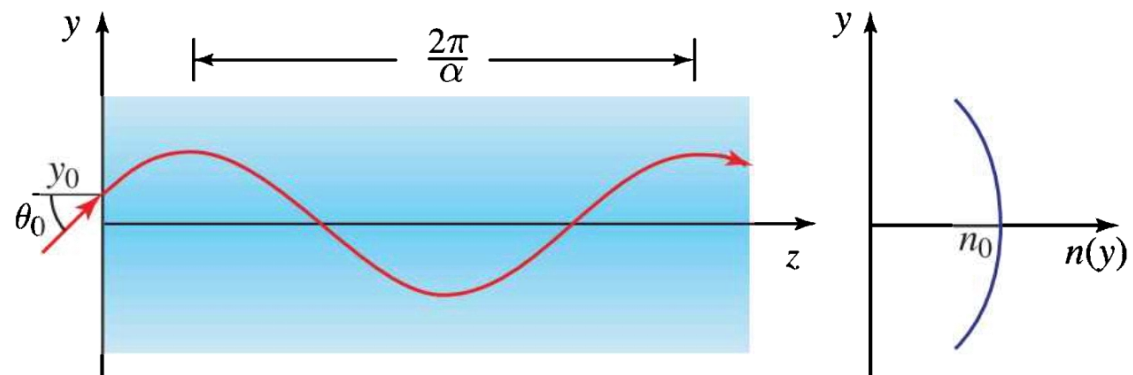
$$n(y) = n_0 \sqrt{1 - \alpha^2 y^2} \approx n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha^2 y^2 \right)$$

zjednodušená paprsková rovnice získá tvar

$$\frac{d^2 y}{dz^2} \approx -\alpha^2 y$$

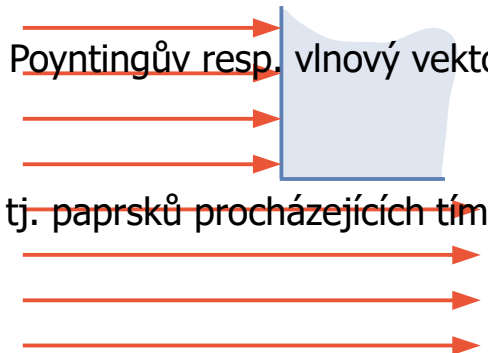
řešením je harmonická funkce s počátečním sklonem θ_0

$$y(z) = y_0 \cos \alpha z + \frac{\theta_0}{\alpha} \sin \alpha z$$



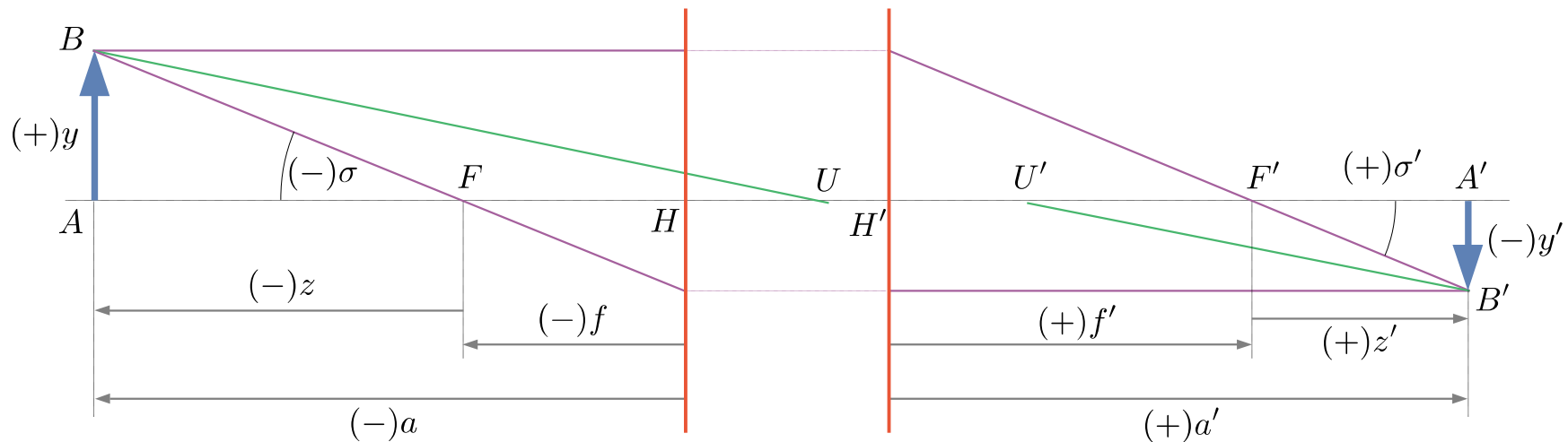
Postuláty geometrické optiky

- odvozené rovnice jsou základem paprskové optiky, a lze na nich vybudovat postuláty geometrické optiky, odvodit základní podmínkou platnosti pro viditelné světlo je dostatečná "homogenita" amplitudy, což je splněno v případě většího rozlišení
- z předpokladů je rovněž vidět, že v případě krátkovlnného záření se šíření začíná chovat geometricky (např. v rentgenové optice)
- na základě uvedeného lze **postulovat základní zákonitosti geometrické optiky**:
 - v homogenním izotropním optickém prostředí se světlo šíří přímočaře dle geometrických přímek, kterým říkáme paprsky
 - ve světelném svazku jsou optické paprsky navzájem nezávislé
 - na rozhraní dvou izotropních homogenních prostředí platí zákon lomu a odrazu
- geometrická optika nepřipouští difrakci světla v blízkosti hran objektů, změny chodu paprsků nastávají pouze v důsledku odrazu a lomu
- **paprsek** – je nositelem energetické grupy, je to vlastně geometrizovaný Poyntingův resp. vlnový vektor, nerespektuje vlnovou délku
- bod předmětu je průsečíkem tzv. **homocentrického svazku paprsků**, tj. paprsků procházejících tímto bodem, pro který platí



Ideální zobrazení a definice pojmů

- v geometrické optice definujeme ideální zobrazení jako přiřazení mezi dvěma prostory – předmětovým a obrazovým
 - obrazem bodu je bod (takto přidružené body budeme označovat např. A a A')
 - obrazem přímky je přímka
 - obrazem roviny je rovina
- uvažujeme osově symetrické systémy se společnou optickou osou (tu orientujeme ve směru z), optická osa je samo
- rovina kolmá na optickou osu se zobrazí opět na rovinu kolmou na osu
- body z nekonečna (tzv. nevlastní body) se zobrazují systémem rovnoběžných paprsků (obecně skloněných), jsou so
- počátek souřadné soustavy volíme alternativně třemi způsoby a podle toho používáme jiné značení vzdálenosti: v ob
- znaménka uvažujeme kladná nad osou a vpravo od počátku, záporná pod osou a vlevo od počátku



Definice pojmů a znaménková konvence

- znaménko odečítání úhlu v rovině dopadu – úhel odečítáme jako ostrý a kladný ve směru hodinových ručiček od osy
- z tohoto pohledu je odraz ve Snellových zákonech formou lomu, kde musíme formálně definovat $n_2 = -n_1$
- poloměr prvku r – odečítáme jej od vrcholu prvku ke středu prvku
- meridionální (tangenciální) rovina obsahuje uvažovaný paprsek a osu symetrie soustavy (často je to rovina nákresu)
- sagitální rovina obsahuje uvažovaný paprsek a je kolmá k rovině meridionální
- uvažujme v okolí osových přidružených bodů obrazový element tvořený úsečkami dx, dy, dz (resp. dx', dy', dz'), potom
 - **příčné zvětšení** β - změna příčné úsečky při transformaci, pro rotačně symetrické soustavy je konstantní pro

$$\beta \equiv \frac{dy'}{dy} \equiv \frac{dx'}{dx} = \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$$

- **podélné zvětšení** α - změna podélné úsečky při transformaci

$$\alpha = \frac{dz'}{dz} = \frac{da'}{da}$$

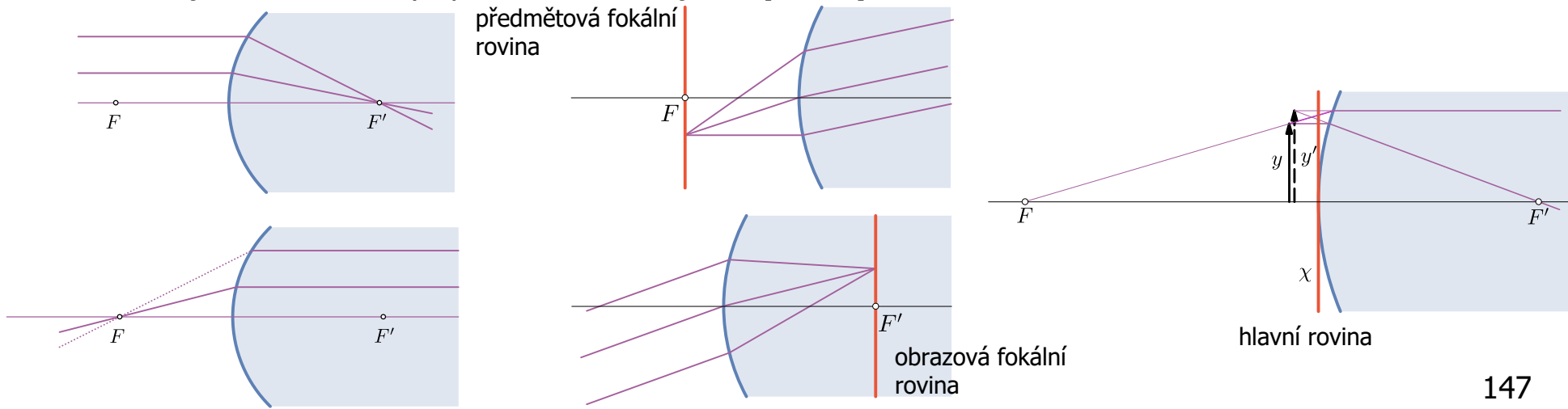
- **úhlové zvětšení** γ - je změna úhlové souřadnice na optické ose

$$\gamma = \frac{\tan \sigma'}{\tan \sigma} = \frac{\frac{dy'}{dz'}}{\frac{dy}{dz}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

- zvětšení nezávisí na zobrazovaném objektu a jsou vzájemně závislé

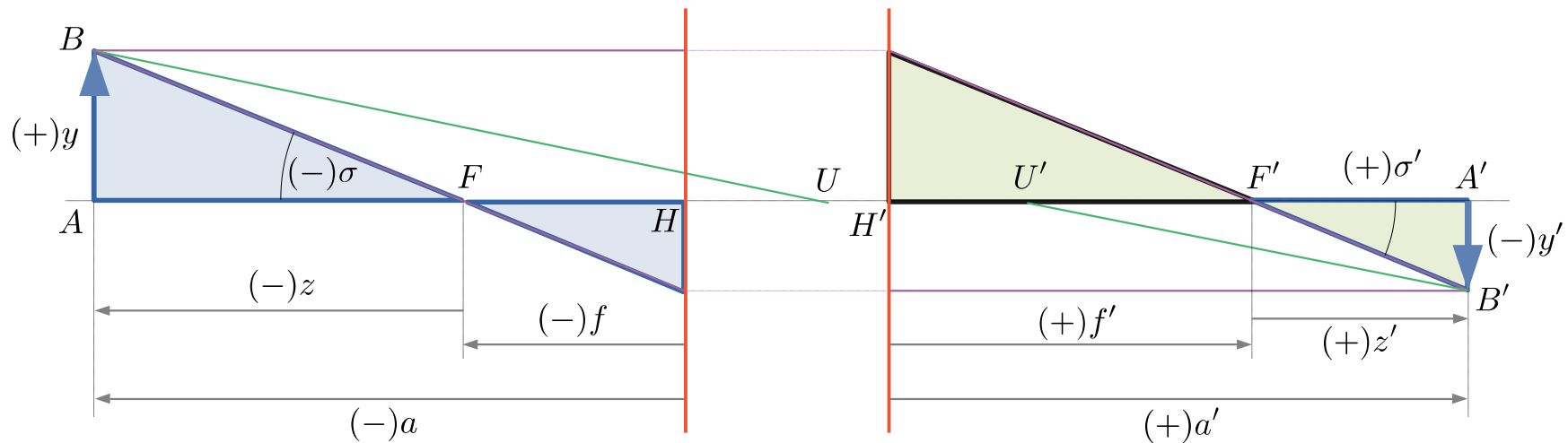
Definice pojmů a znaménková konvence

- **hlavní roviny** – roviny kolmé na osu, které mají $\beta = 1$, často splývají v jednu rovinu, průsečíky s osou jsou **hlavní body**
 $\gamma = 1$
- fokální roviny – při posouzení vlastností zobrazení hraje zásadní roli zobrazení nevlastních bodů z nekonečna, uvažujme
- průsečíky fokálních rovin s osou nazýváme ohniska (fokusy), obrazové ohnisko je obrazem nevlastního osového bodu
- vzdálenost mezi příslušnými hlavními body a ohnisky se nazývá ohnisková (fokální) vzdálenost (předmětová f a obrazová f')
- optické systémy, u kterých existují fokální roviny, jsou **systemy fokální** (dioptrické); systémy, které transformují nevlastní roviny opět na nevlastní, jsou **systemy afokální**



Zobrazovací rovnice a schéma ideálního zobrazení

- ideální zobrazení dioptrického systému lze definovat 4 body (ohnisky a hlavními body)
- pro konstrukci zobrazení obecného bodu lze použít **hlavních paprsků** (procházejících ohniskem a rovnoběžných s optickou osou)



- z podobnosti trojúhelníků ABF a B'HF, resp. A'B'F' a BH'F'

$$\frac{y}{-z} = \frac{-y'}{-f} \Rightarrow \beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{z}$$

$$\frac{-y'}{z'} = \frac{y}{f'} \Rightarrow \beta = \frac{y'}{y} = -\frac{z'}{f'}$$

$$zz' = ff'$$

Newtonova zobrazovací rovnice

- když uvážíme jinou volbu soustavy pro odečítání vzdáleností

$$z = a - f \quad (a - f)(a' - f') = ff'$$

$$z' = a' - f' \quad aa' - af' - a'f + ff' = ff'$$

$$\frac{f'}{a'} + \frac{f}{a} = 1$$

Gaussova zobrazovací rovnice

$$\beta = -\frac{f}{z} = -\frac{z'}{f'} = -\frac{a'}{a} \frac{f}{f'}$$

$$\alpha = \frac{dz'}{dz} = -\frac{z'}{z} = -\frac{f'}{f} \beta^2 = \frac{a'}{a} \beta$$

$$\gamma = -\frac{f}{f'} \frac{1}{\beta} = \frac{a}{a'}$$

Realizace zobrazení, paraxiální prostor

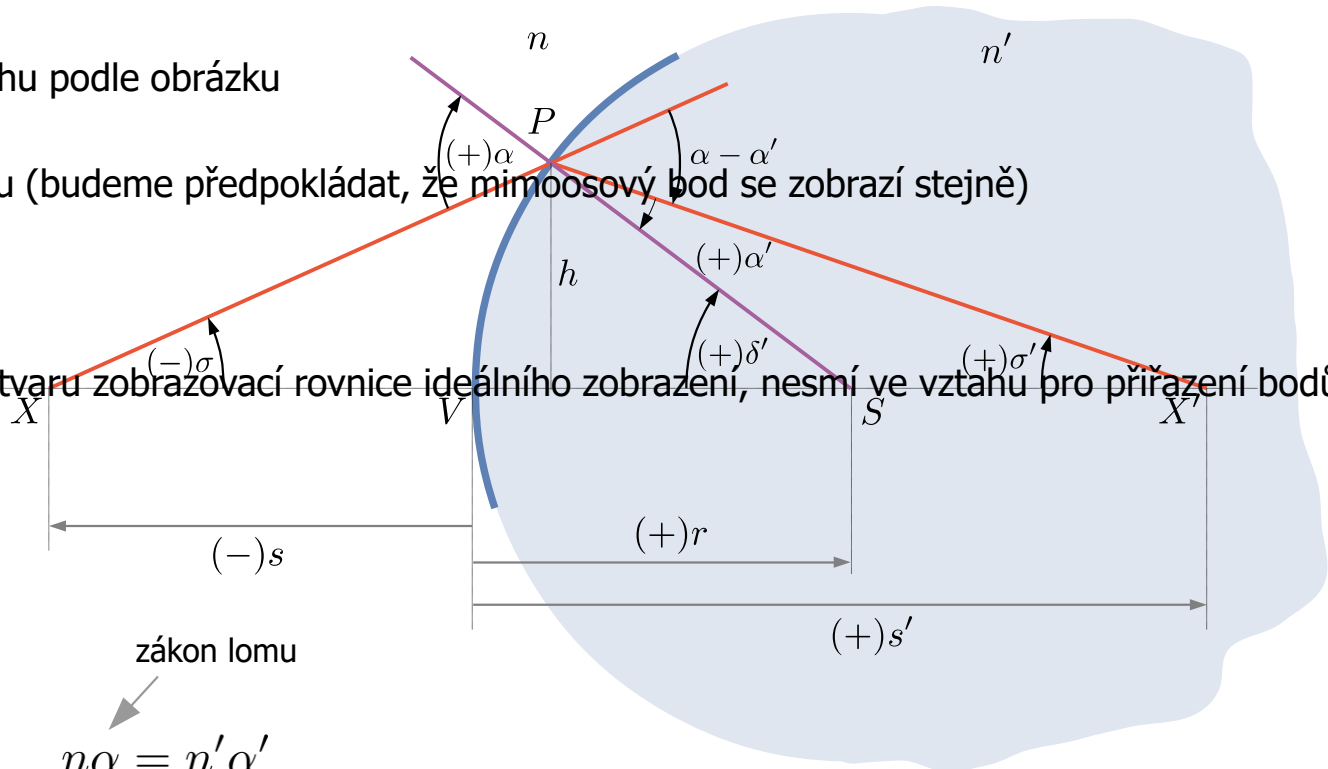
- doposud uvažované **ideální zobrazení** nemusí být možné reálně fyzikálně zrealizovat
- ukazuje se, že ideální transformaci, kde odpovídá bodu bod, přímce přímka, atd. nejsme schopni realizovat pro obecné zobrazení
- odchylku paprsků ideálně zobrazujících bod od reálného zobrazení nazýváme **paprsková aberace**
- základním nástrojem transformace paprsků jsou v geometrické optice zákon lomu a odrazu – na těchto principech bývá odvozen zákon o průběhu indexu lomu u gradientních prvků)
- definujme pojem **dokonalé zobrazení**, kdy je dosaženo zobrazení na akceptovatelné úrovni dané např. rozlišovací schopností nebo měřitelností – lze jej dosáhnout za cenu různých kompromisů pomocí korekce aberací a dalších prostředků
- jednou z cest k dosažení obecného dokonalého zobrazení je zavedení tzv. **paraxiálního přiblížení** – omezení úhlů
- přiblížení lze založit na aproximaci funkce sin vystupující v zákonu lomu, kde v paraxiálním prostoru lze použít pouze první tři členy Taylorovy řady

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \frac{\alpha^7}{7!} + L$$

- potom platí, že $\sin \alpha = \tan \alpha = \alpha$
- paraxiální prostor je tedy tzv. prostorem prvního řádu, nazýváme jej také Gaussův prostor
- dalším přiblížením je přiblížení třetího řádu (též Seidelův prostor), není již bezaberační, mluvíme o Seidelových aberacích

Paraxiální refrakční kulová plocha

- uvažujme refrakční kulovou plochu podle obrázku
- popišme zobrazení osového bodu (budeme předpokládat, že mimoosový bod se zobrazí stejně)
- pokud máme dojít ke Gaussovu tvaru zobrazovací rovnice ideálního zobrazení, nesmí ve vztahu pro přiřazení bodů v



- pro trojúhelník XX'P platí:

$$\sigma' + (-\sigma) = \alpha - \alpha'$$

$$\sigma - \sigma' = \alpha' \frac{n-n'}{n}$$

zákona lomu
 $n\alpha = n'\alpha'$

- dále z trojúhelníku SX'P

$$\sigma' + \alpha' = \delta' \Rightarrow \alpha' = \delta' - \sigma'$$

- a po dosazení a úpravě

$$n'\sigma' - n\sigma = (n' - n)\delta'$$

- dále platí $-\sigma = -\frac{h}{s}, \sigma' = \frac{h}{s'}, \delta' = \frac{h}{r}$

- pokud zadefinujeme **optickou mohutnost** lámavé plochy

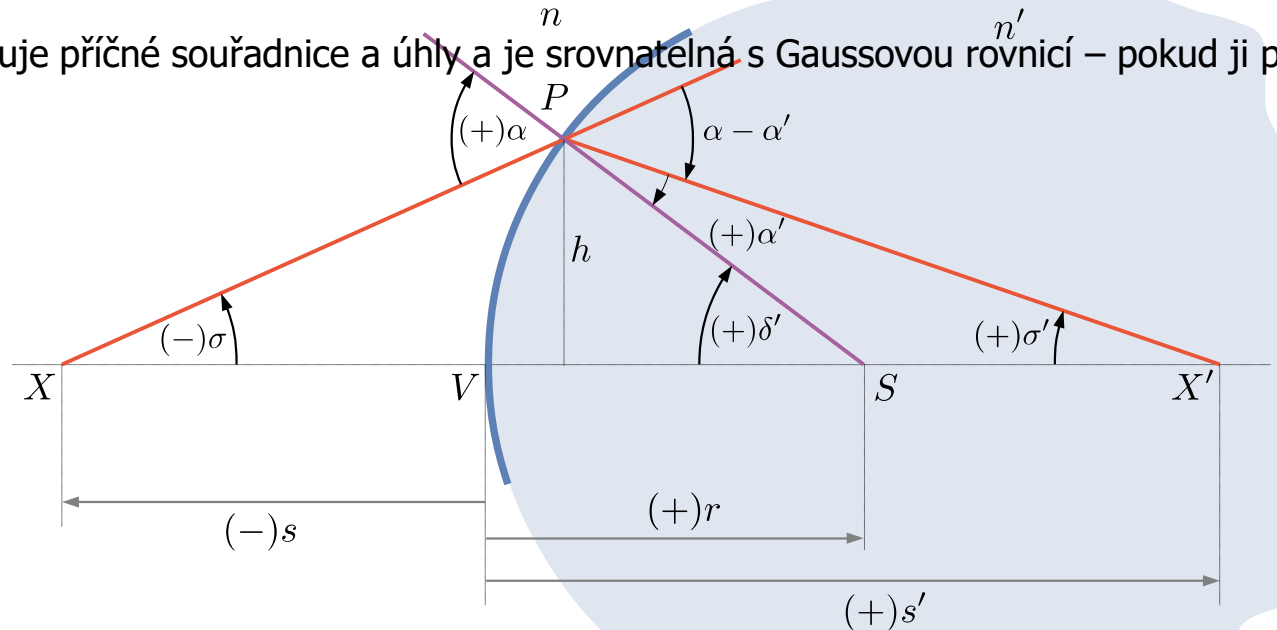
$$\varphi = \frac{n' - n}{r} \quad [\text{dpt} = \text{m}^{-1}]$$

- dostaneme **paraxiální zobrazovací rovnici kulové lámavé**

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \varphi$$

Paraxiální refrakční kulová plocha

- zobrazovací rovnice již neobsahuje příčné souřadnice a úhly a je srovnatelná s Gaussovou rovnicí – pokud ji převede



$$\frac{f'}{a'} + \frac{f}{a} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{\frac{n'}{\varphi}}{s'} + \frac{-\frac{n}{\varphi}}{s} = 1$$

- srovnáním dostáváme

$$f = -\frac{n}{\varphi}, f' = \frac{n'}{\varphi}, a = s, a' = s'$$

$$\boxed{\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}}$$

$$\beta = \frac{n}{n'} \frac{s'}{s} \quad \alpha = \frac{n'}{n} \beta^2 \quad \gamma = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta} = \frac{s}{s'}$$

- dále definujeme **kladný (spojný)** dioptrický systém pro $\varphi > 0$, **záporný (rozptylný)** dioptrický systém pro $\varphi < 0$ a afokální systém pro $\varphi = 0$
- reálný obraz** vzniká, pokud je zobrazovaný bod tvořen konvergujícími paprsky (lze jej zachytit na stínítku), **virtuální obraz** vzniká, pokud je zobrazovaný bod tvořen rozptylujícími paprsky (lze jej zachytit pouze na stínítku)
- dále definujeme **převrácený** obraz $\beta < 0$ a **vzpřímený** obraz $\beta > 0$, **zvětšený** $|\beta| > 1$ a **zmenšený** obraz $|\beta| < 1$

Paraxiální reflexní kulová plocha, tenká čočka

- pokud využijeme zavedenou konvenci a lámavou plochu převedeme na odraznou plochu pomocí vztahu $n' = -n$, dostaneme

$$\varphi = -\frac{2n}{r} \quad \Rightarrow \quad f' = f = -\frac{n}{\varphi} = \frac{r}{2}$$

- systém má pouze jednu ohniskovou vzdálenost, spojný systém má zápornou hodnotu poloměru (plocha je vůči před
- uvedené jednoduché lámavé plochy můžeme řadit do různých soustav

Tenká čočka

- tenká čočka je tvořena dvěma lámavými kulovými rozhraními s optickými mohutnostmi, přičemž předpokládáme, že
- předpoklad tenkosti vede na společné hlavní roviny
- celková mohutnost takové dvojčlenné soustavy bude

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

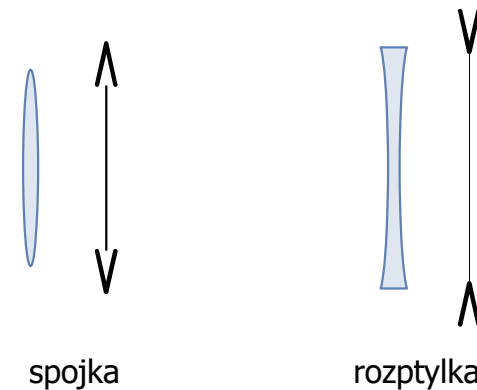
- potom po dosažení z definice optické mohutnosti

$$\varphi = (n - n_0) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

- po dosažení do výše uvedených vztahů dostaneme

$$f' = \frac{n_0}{n - n_0} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

- hlavní roviny splývají, a jelikož je z obou stran stejné prostředí, jsou ohniskové vzdálenosti v absolutní hodnotě stejné



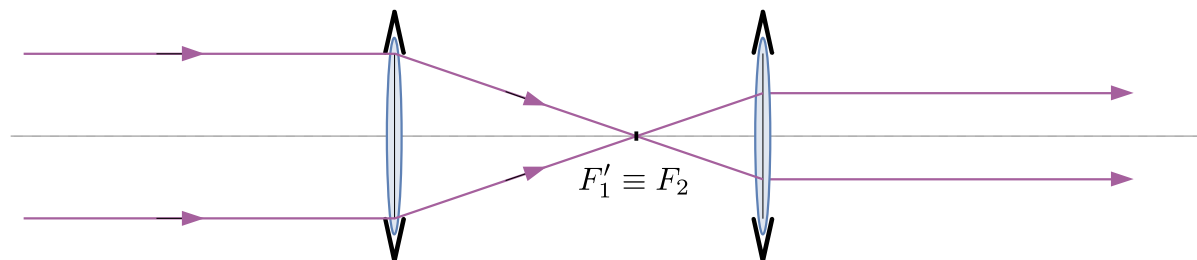
Paraxiální afokální soustavy čoček

Paraxiální uspořádání čoček do soustav

- čočka je nejjednodušší systém schopný samostatné zobrazovací funkce (nejedná se o jedno rozhraní)
- z důvodu korekce aberací se čočky řadí do soustav, u stmelených dubletů a tripletů se uvažují stejné hlavní roviny a

Paraxiální afokální soustavy čoček

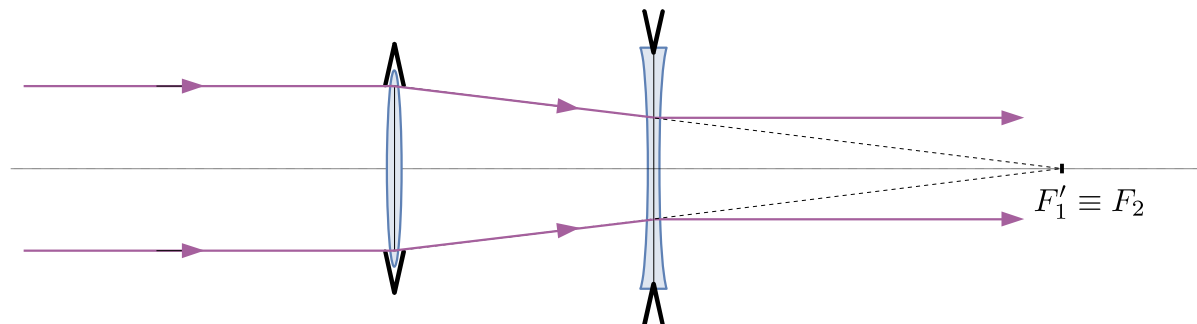
- pokud má být výsledný systém afokální, musíme použít alespoň 2 čočky se společným ohniskem
- v zásadě jsou smysluplné dvě uspořádání:
 - dvě spojky: $f'_1, f'_2 > 0$, ohniskové roviny jsou v nekonečnu, bod z nekonečna se zobrazí do nekonečna, je ale



$$\beta = -\frac{f'_2}{f'_1}$$

$$\gamma = \frac{1}{\beta}, \alpha = \beta^2$$

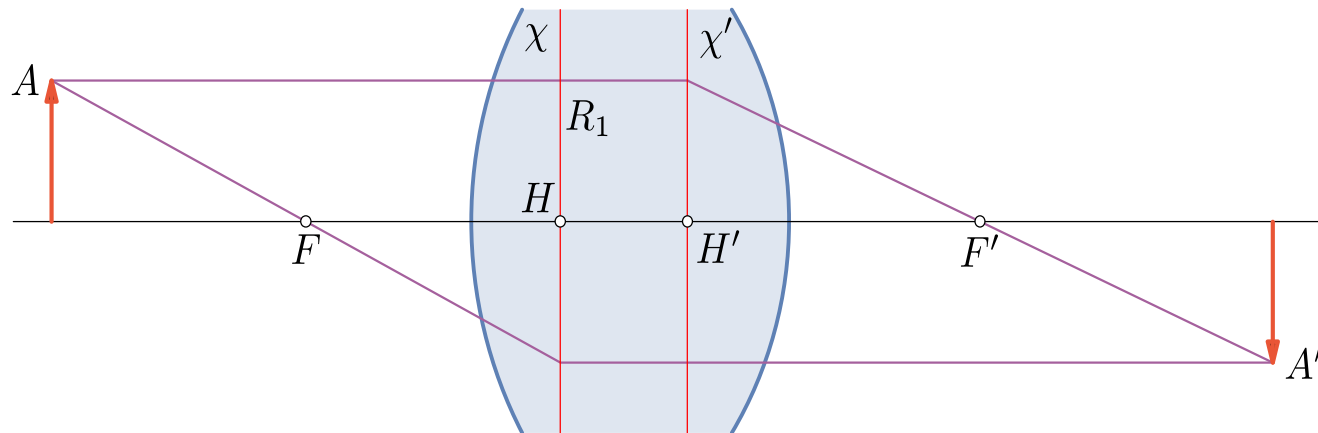
- spojka a rozptylka: $f'_1 > 0, f'_2 < 0$, hodnoty zvětšení jsou definovány stejně, obraz je vzpřímený a virtuální



Geometrické řešení, tlustá spojka a rozptylka

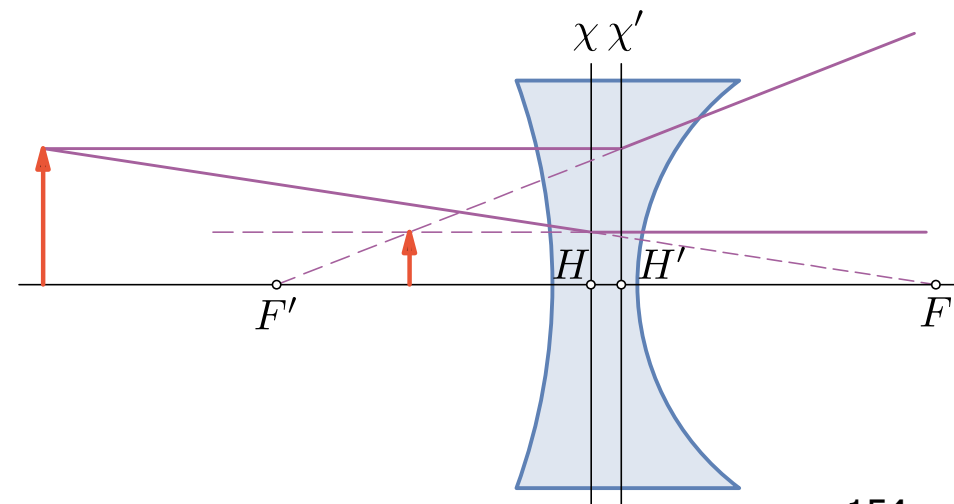
Tlustá spojka

- první paprsek, který jde před čočkou rovnoběžně s optickou osou, se láme na hlavní rovině χ' do obrazového ohniska F' ; druhý paprsek, který prochází předměťovým ohniskem, po dopadu na hlavní rovinu χ jde rovnoběžně s optickou osou, průsečík těchto dvou paprsků určuje polohu obrazu.



Tlustá rozptylka

- první paprsek jde rovnoběžně s optickou osou, láme se na hlavní rovině χ' a prodloužený paprsek prochází obrazovým ohniskem F'
- druhý paprsek míří do předměťového ohniska F , po lomu na hlavní rovině χ jde rovnoběžně s optickou osou
- průsečík jeho prodloužení s prodlouženým prvním paprskem udává polohu obrazu

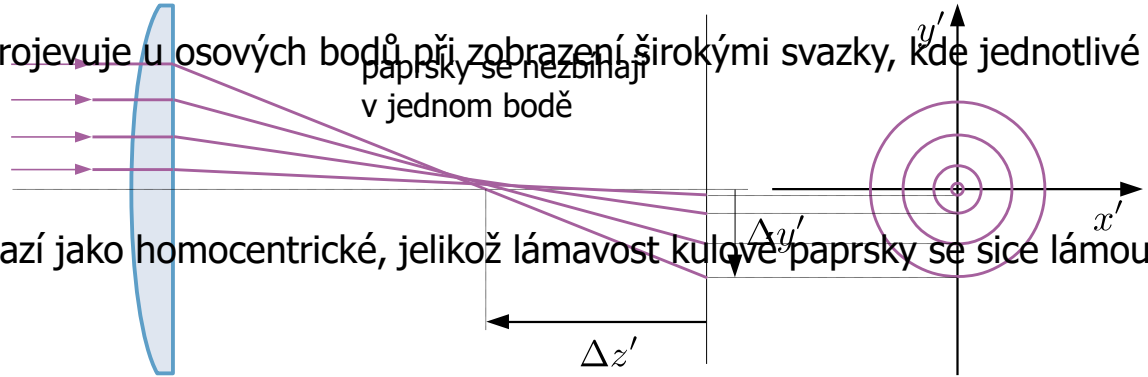


Optické aberace prvků

- reálné neparaxiální systémy trpí vadami, které vedou na odchylku od definovaného ideálního zobrazení
- tyto vady se snažíme korigovat kombinací více jednoduchých sférických prvků, popřípadě prvky asférickými
- korekce nevede k dosažení ideálního zobrazení obecně, pouze k dosažení uspokojivých vlastností v daném geometrii
- optické paprskové aberace jsou definovány jako odchylka ideální polohy obrazového bodu (dané paraxiálním zobrazením)
- jak již bylo řečeno, stupeň vady souvisí s rozvojem funkce \sin do řady, důkladně jsou matematicky zpracovány zejména v kapitole 10
- v paraxiálním prostoru se zmíněné vady nevyskytují, je ale nutné připustit změnu optických parametrů v závislosti na polohě bodu
- monochromatické vady rozlišujeme následující:
 - otvorová vada
 - koma
 - astigmatismus
 - zklenutí
 - zkreslení

Otvorová vada a koma

- **otvorová vada** (spherical aberration) se projevuje u osových bodů při zobrazení širokými svazky, kde jednotlivé paprsky se nezobrazí v jednom bodě



- odchylku ideálního (paraxiálního) obrazového bodu od reálného můžeme vyjádřit buďto v příčné rovině (příčná otvorová vada) nebo v podélné rovině (podélná otvorová vada)
- když čočku rozdělíme na centrická mezikruží, dostaneme pro zobrazení jednotlivými mezikružími v obrazové rovině reálné obrazové body



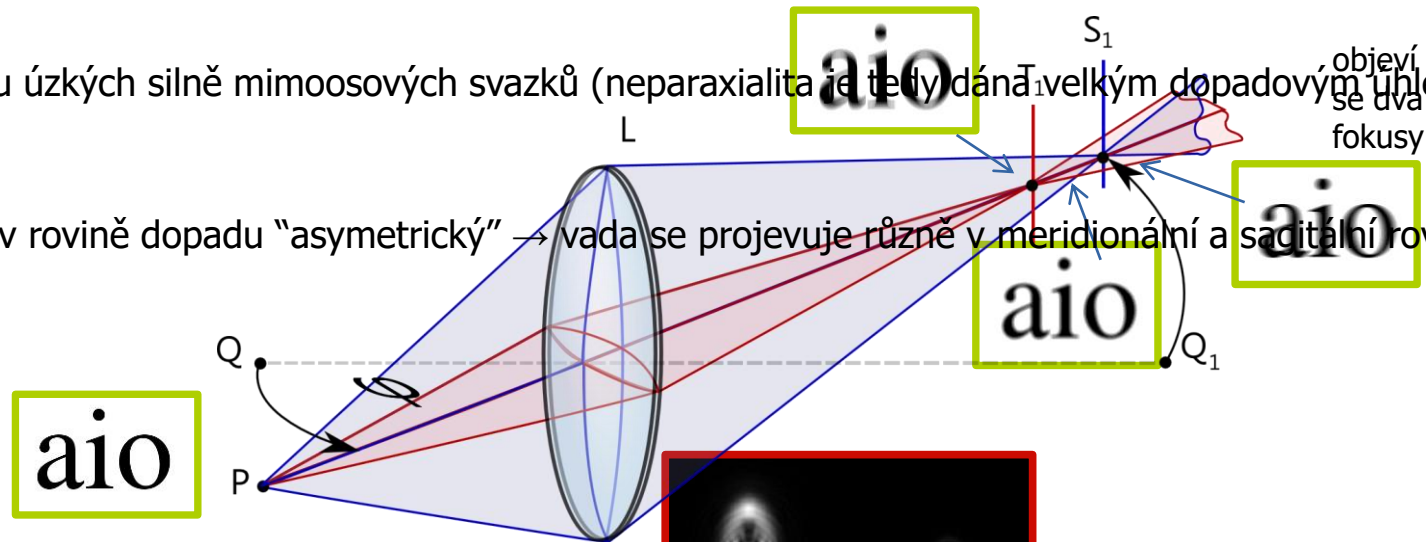
- **koma** – je vada vznikající při zobrazení mimoosového bodu širokým svazkem, je to mimoosová analogie otvorové vady
- při zobrazování centrickými mezikružími čočky podobně jako u otvorové vady dostáváme systém kružnic, které již al



- koma je tedy asymetrická vada

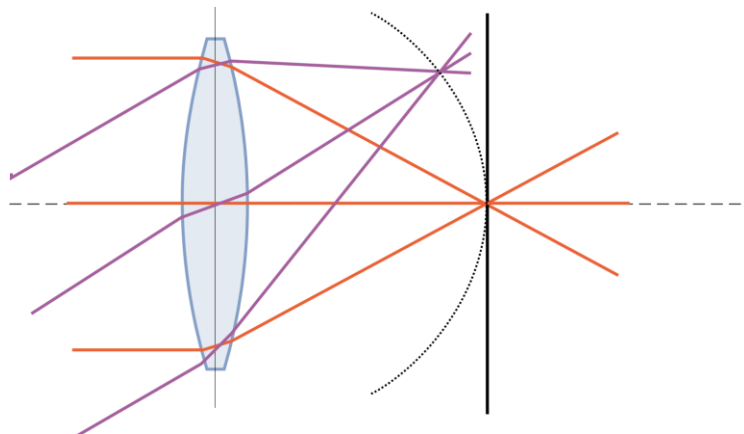
Astigmatismus a zklenutí

- **astigmatismus** je vadou úzkých silně mimoosových svazků (neparaxialita je tedy dána velkým dopadovým úhlem) objeví se dva foky
- optický systém je potom v rovině dopadu "asymetrický" → vada se projevuje různě v meridionální a sagitální rovině



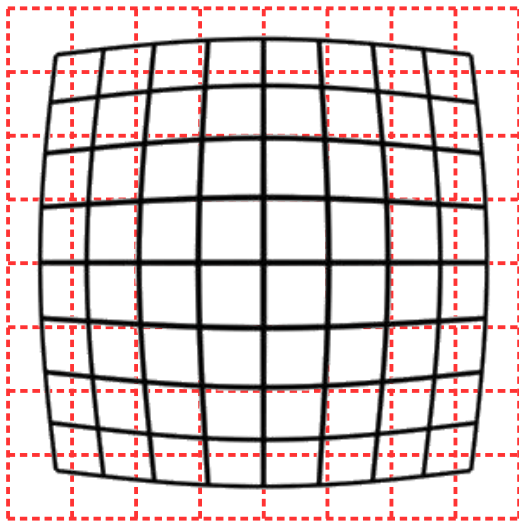
- **zklenutí** (field curvature) je vada, ke které dojde při zobrazení mimoosovými svazky, i když neuvažuje

- v tomto případě se body ležící v rovině kolmé k optické ose nezobrazí v rovině kolmé k optické ose, ale na zakřivené

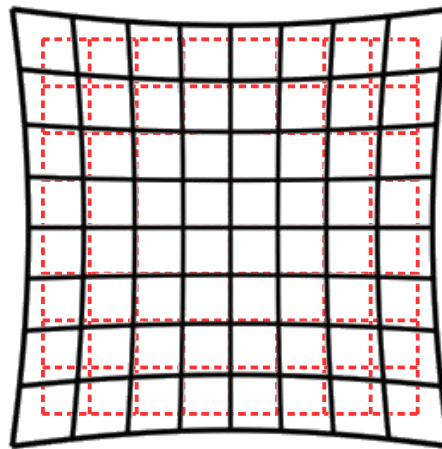


Zkreslení

- zkreslení je důsledkem nekonstantnosti příčného zvětšení β v závislosti na velikosti objektu i pro úzké svazky – zobrazí roviny na roviny i bodu na bod, ale přímka se nezobrazí na přímku
- v tomto případě sice dojde k zobrazení roviny na rovinu i bodu na bod, ale přímka se nezobrazí na přímku
- vada se nejvíce projevuje u mimoosových přímek
- zkreslení je buďto poduškové (β s velikostí předmětu roste), nebo soudkové (β s velikostí předmětu klesá)



soudkové zkreslení
(barrel distortion)



poduškové zkreslení
(pincushion distortion)



Chromatická aberace

- je jedinou vadou v prostoru prvního řádu u refrakčních elementů (u reflexních nenastává)
- díky materiálové disperzi dochází ke změně mohutnosti optických prvků (u refrakčních, založených na zákonu lomu,
- optickou mohutnost tenké čočky jsme definovali jako

$$\varphi = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

- potom pro její změnu v závislosti na změně indexu lomu dostaneme diferencováním

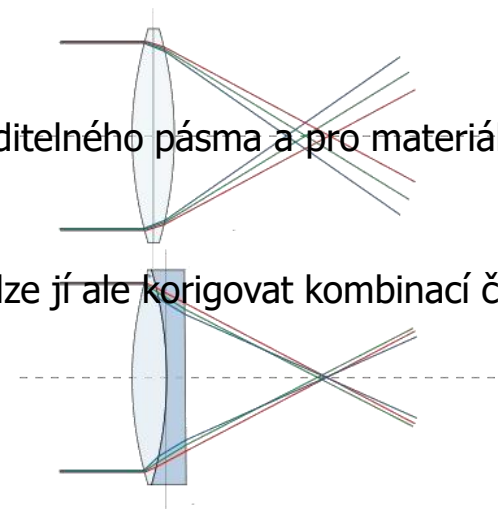
$$\Delta\varphi = \Delta n \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\Delta n}{n - 1} \varphi = \frac{\varphi}{\nu}$$

- kde jsme definovali Abbého číslo

$$\nu = \frac{n - 1}{\Delta n}$$

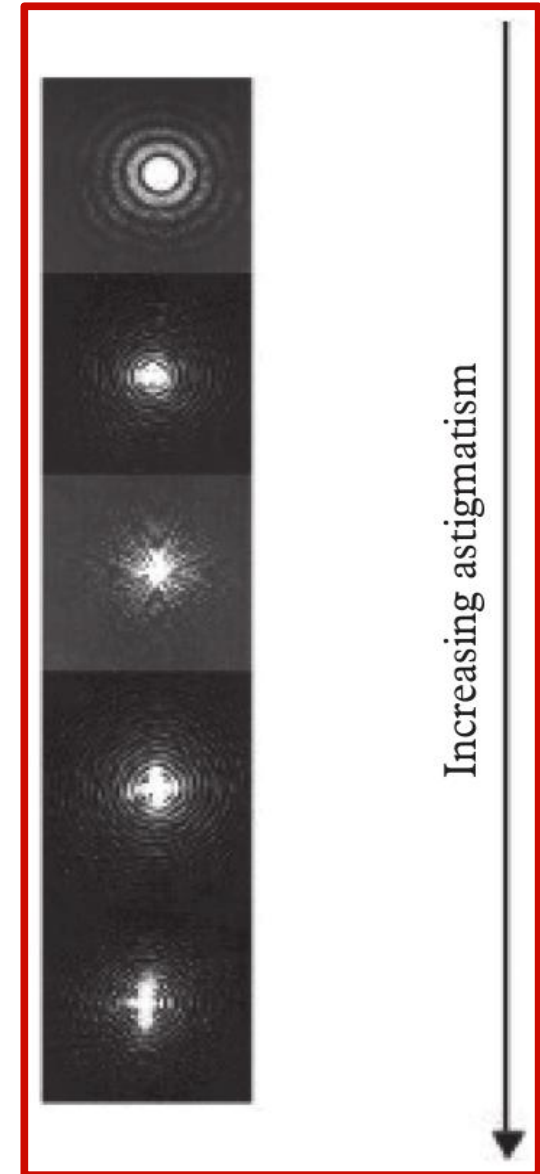
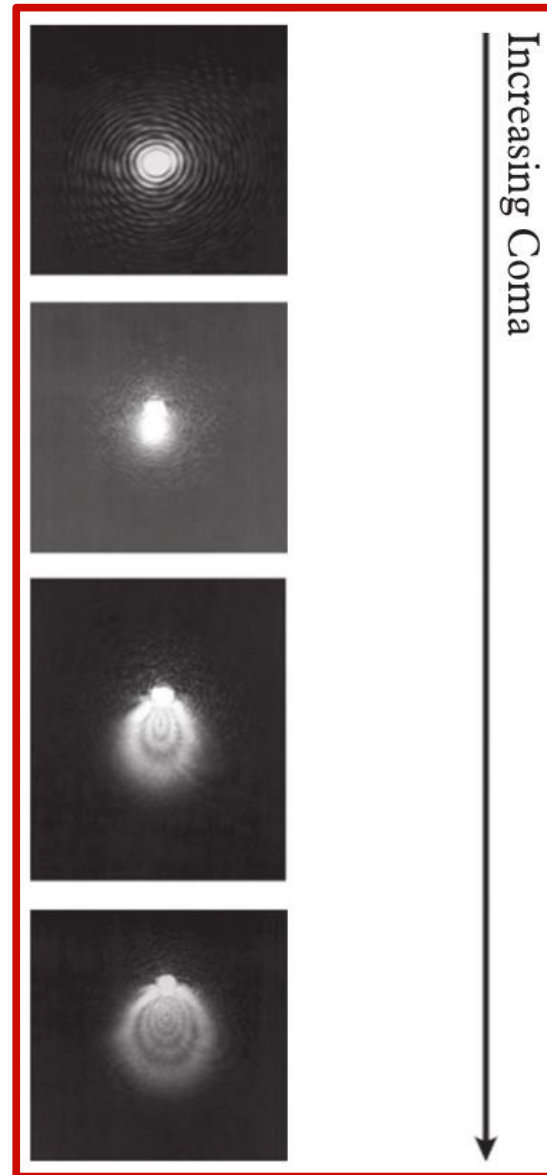
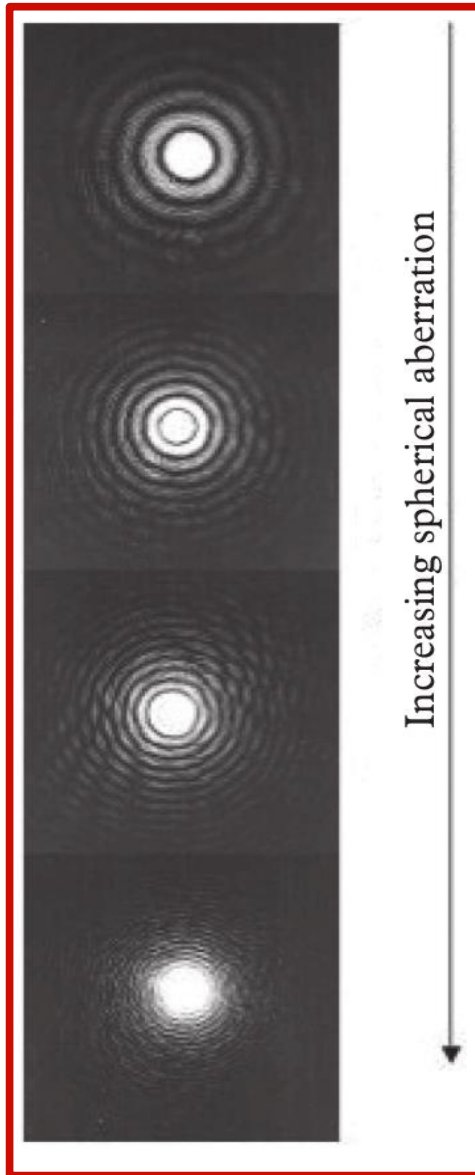
- hodnota Abbého čísla se většinou definuje pro vlnové délky na okrajích viditelného pásma a pro materiály s normální disperzí
- korekce chromatické vady není pro čočku s libovolnými poloměry možná, lze jí ale korigovat kombinací čoček z různých materiálů

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{\nu_1} + \frac{\varphi_2}{\nu_2} = 0$$



Otvorová vada, koma, astigmatismus

obrazy bodového zdroje po průchodu optickým systémem (Airyho disk = difrakčně limitovaný systém)



SHRNUTÍ – Geometrická optika

- zjednodušení řešení některých úloh zavedením paprsku popisujícího postup optické vlny
- klíčovým předpokladem geometrické optiky je oddělení fázové a amplitudové části při šíření
- paprsky se šíří přímočaře (v homogenním prostředí), nerespektují blízkost hrany (materiálových nehomogenit), sousední paprsky jsou nezávislé, paprsky neznají polarizaci, fázi, interferenci, difrakci, atd.
- geometrickou optiku lze postulovat, nebo odvodit z Maxwellových rovnic zavedením eikonálu a předpokladem vlnové délky limitující k nule, resp. pomalé prostorové proměnnosti amplitud pole
- v případě ideálního zobrazení je obrazem bodu bod, přímky přímka a roviny rovina
- v zobrazovacím systému definujeme pojmy jako optická osa, ohnisko a ohnisková rovina, zvětšení příčné, podélné a úhlové, sagitální a meridionální rovina, hlavní osy a roviny
- zobrazení konstruuje pomocí hlavních paprsků procházejících ohniskem
- zobrazovací systémy mohou být fokální a afokální
- reálné systémy realizujeme pomocí refrakčních a reflexních elementů (sférické prvky, tenká čočka, ...)
- reálné systémy nemají vlastnosti obecného ideálního zobrazení
- zobrazení realizujeme v různých přiblíženích – např. paraxiální přiblížení (přiblížení prvního řádu), přiblížení třetího řádu, atd.
- neparaxiální systémy trpí monochromatickými paprskovými aberacemi
- chromatická aberace se projevuje také v paraxiálním prostoru
- monochromatické neparaxiální aberace v prostoru třetího řádu jsou např. otvorová vada, koma, astigmatismus, zklenutí a zkreslení

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5Přechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlnová
- 7Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

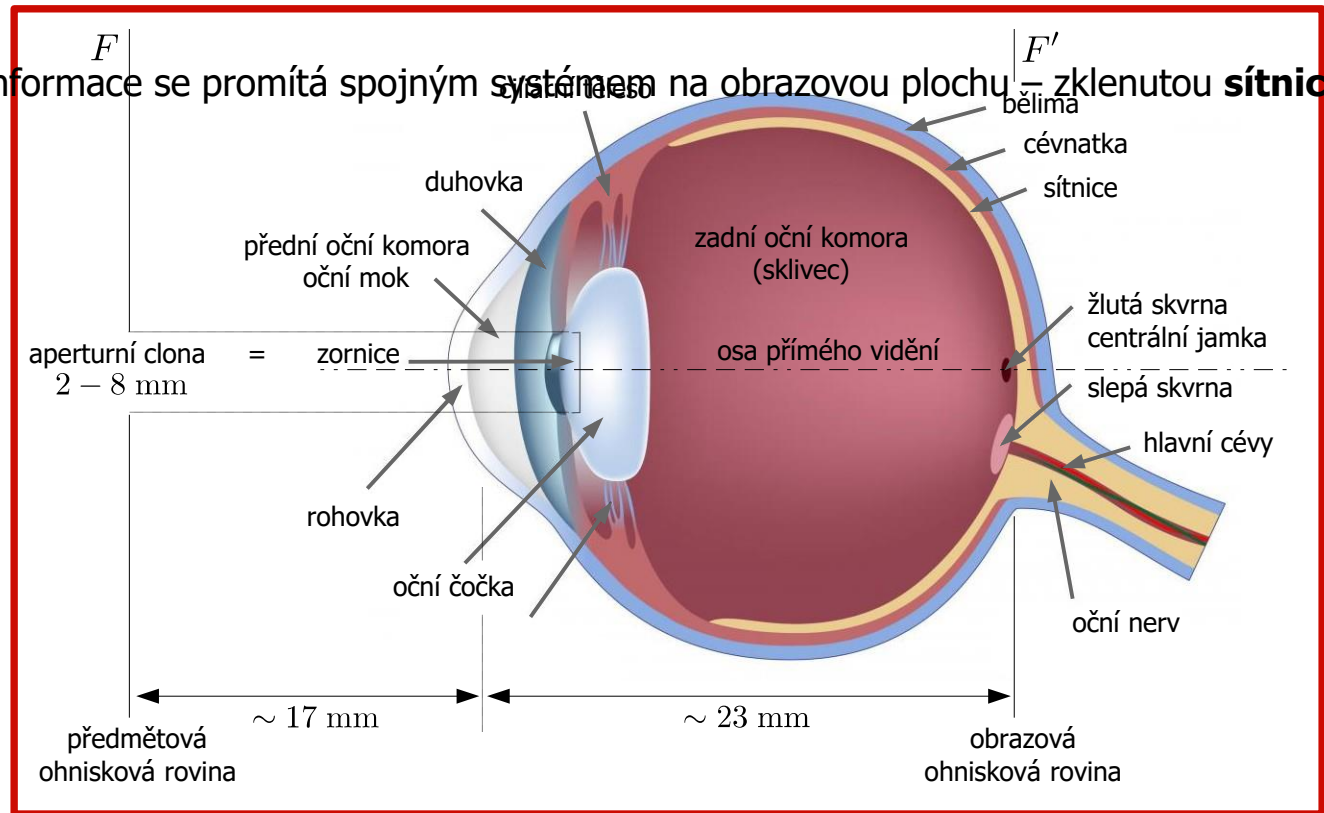
Vidění a metrika světla

- jelikož jeden z nejdůležitějších lidských smyslů – zrak – je založený na zpracování optické informace, je nutné věnovat
- vidění je založeno jednak na anatomických parametrech oka (přístrojová stránka), a také na fyziologických funkcích
- díky vnímání dvěma očima a dalším procesům existuje také prostorové vidění
- z hlediska zrakového vjemu je dále nezbytné kvantifikovat energetické a barevné účinky optických signálů – tzn. zab



Lidské oko – anatomické znaky

- **zobrazení okem** – obrazová informace se promítá spojným systémem na obrazovou plochu – zklenutou **sítnici**, která



- **množství energie** ovlivňuje optická clona – **duhovka**, její průměr je nepřímo úměrný množství světla a stárí
- celková **optická mohutnost** je 54-58 dpt – je složená z mohutnosti čočky (14-18 dpt – adaptovatelných díky akomodaci)
- akomodační schopnost je zajištěna změnou optické mohutnosti gradientní čočky jejím stahováním, potřebný rozsah

$$\frac{1}{s_{blizke}} - \frac{1}{s_{vzdalene}} = \Delta\varphi \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{0.25} - \frac{1}{\infty} = 4\text{dpt}$$

- kde blízký bod je v **konvenční optické vzdálenosti** 25 cm, potřebná akomodace je tedy 4 dpt

Lidské oko – anatomické znaky

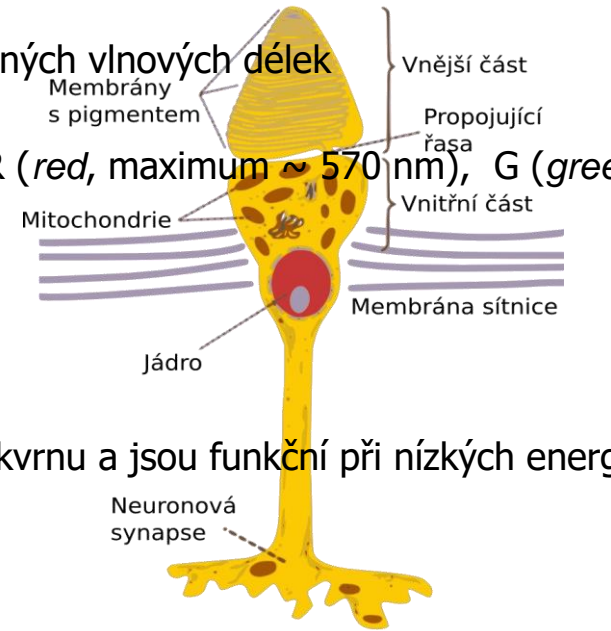
- indexové prostředí – indexové prostředí sklivce je 1.337, předmětové prostředí je vzduch → předmětová a obrazová ohnisková vzdálenost nejsou stejné
- změny optických indexů – všechna indexová rozhraní jsou pozvolná, nedochází k výraznému fresnelovskému odrazu
- úhlová rozlišovací schopnost je daná difrakcí na apertuře (Rayleighovo kritérium – poloha prvního minima při difrakci)

$$\theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \frac{0.570 \times 10^{-3}}{2} = 0.00035 \approx 1.2'$$

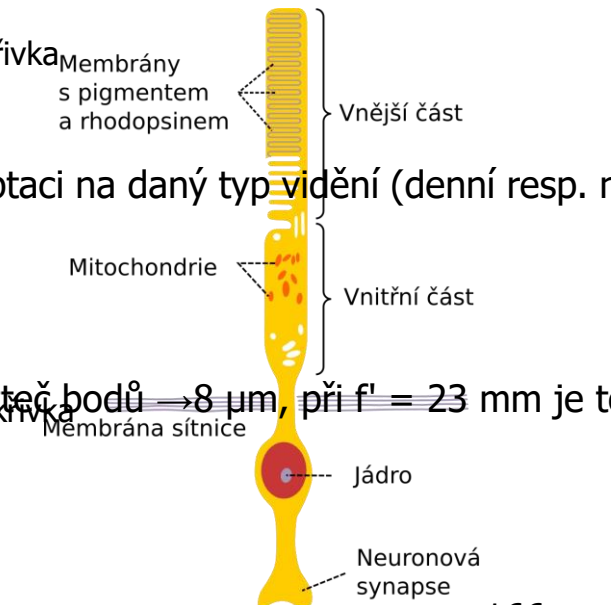
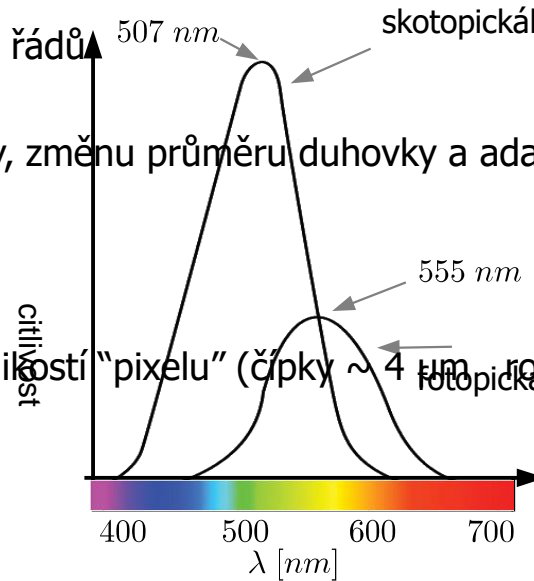
- vady lidského oka – souvisí se stářím (starozrakost – pokles akomodační schopnosti, změna průměru duhovky) a tak
- korekce vad se provádí brýlemi nebo kontaktními čočkami (krátkozrakost – rozptylný systém, dalekozrakost a starozrakost – soustředný systém)
- model oka je podobný u všech obratlovců, rozdíly jsou ve velikosti očí, optické mohutnosti, spektrální citlivosti receptorů

Lidské oko – fyziologické znaky

- podstatným prvkem jsou receptory, které reagují na hustotu výkonu světla různých vlnových délek
- čípky** – zprostředkují barevné "denní" vidění, jsou citlivé ve třech oblastech R (red, maximum $\sim 570 \text{ nm}$), G (green, maximum $\sim 530 \text{ nm}$), B (blue, maximum $\sim 440 \text{ nm}$)
- tyčinky** – zprostředkují černobílé "noční" vidění, jsou umístěny mimo žlutou skvrnu a jsou funkční při nízkých energiích

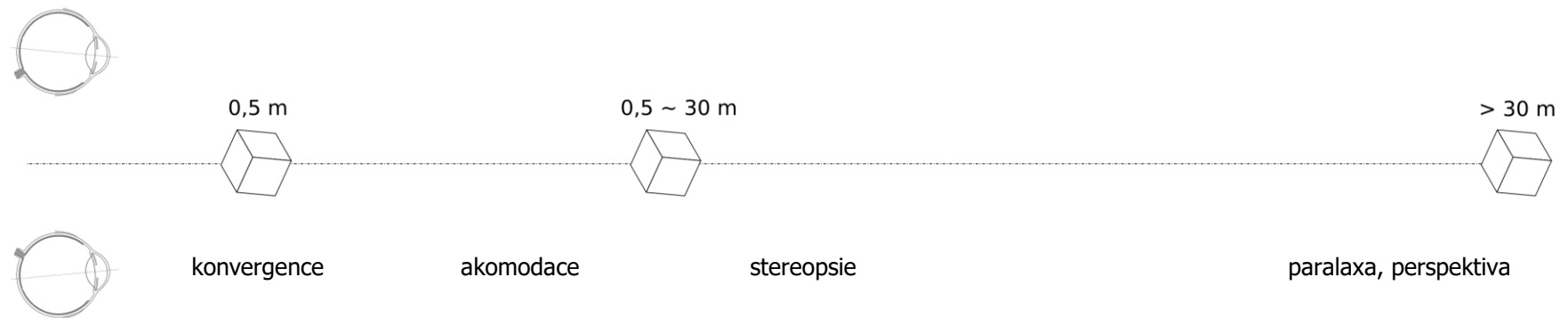


- dynamický rozsah vstupních intenzit je až 12 řádů
- akomodace oka představuje přestřehání čočky, změnu průměru duhovky a adaptaci na daný typ vidění (denní resp. noční)
- časová rozlišovací schopnost je cca 18 Hz
- fyziologická rozlišovací schopnost je daná velikostí "pixelu" (čípky $\sim 4 \mu\text{m}$, rozteč bodů $\rightarrow 8 \mu\text{m}$, při $f' = 23 \text{ mm}$ je to $\sim 1 \text{ min}$)



Stereoskopické vidění

- stereoskopie – prostorové vidění je proces, kdy vnímáme prostorovou vlnoplochu jako směrový intenzitní signál
- 3D vidění je založeno jednak na fyziologických vjemech a jednak na vjemech psychologických
- mezi fyziologické vjemy patří **binokulární disparita** (stereopsie, současná detekce dvou různých signálů, každý je



- nejdůležitějším fyziologickým vjemem je binokulární disparita, kdy mozek vyhodnocuje rozdílnost obrazů vnímaných
- psychologické vjemy jsou založené na zkušenosti, perspektivě, překryvu objektů, stínování, atd.
- mez rozlišení dvou obrazových kanálů je daná rozlišovací schopností oka, pro rozteč očí 65 mm a rozlišovací schopno
- díky některým z uvedených vjemů, které nepotřebují současně vyhodnocovat signál z obou očí, lze vnímat prostor i

Stereoskopické vidění

- existuje řada technik vyvolávajících 3D vjem, které díky výše uvedeným principům a nedokonalostem oka nemusí nutně vyžadovat speciální optiku
- velmi často je snaha generovat **dvoukanálové stereogramy**, kde se jednotlivé techniky liší principem separace kanálů
- mezi nejznámější používané techniky patří:
 - **stereoskop** – jednotlivé kanály jsou promítány přímo do oka pozorovatele a v prostoru se vlastně nepřekrývají, jedná se o nejstarší a nejjednodušší způsob
 - **anaglyf** – barevné multiplexování stereokanálovů, separace kanálů barvou, pozorovatel používá brýle s různým barevným filtrem pro každé oko
 - **polarizační multiplexování stereokanálovů** – jednotlivé prostorové kanály jsou v prostoru překryté, ale jsou nesené vlnami s ortogonální polarizací
 - **časové multiplexování stereokanálovů** – jednotlivé kanály jsou promítány prokládaně v čase, (de-facto) neexistují současně, ale díky rychlosti vnímání jsou vnímány jako současně
 - **multikanálová projekce pomocí lentikulárních rastrů** – čočkový rastr zajišťuje separaci jednotlivých prostorových kanálů, které jsou promítány do prostoru
 - **holografické multikanálové stereogramy** – principiálně podobné lentikulárním rastrům, separace je ale zajišťována difrakční mřížkou
 - **autostereogramy** – vynucené vnímání dvou různých obrazů 2D jako prostorového obrazu, vyžaduje zkušenost pozorovatele
 - **holografie** – komplexní rekonstrukce vlnoplochy, jako jediná skutečně vytváří 3D informaci nezávislou na nedokonalostech lidského oka

Radiometrie a fotometrie

- spektrální hustota energie může být registrována objektivně (jako absolutní energie záření) nebo subjektivně (okem)
- tyto popisy řeší radiometrie (*radiometry*, objektivní popis) resp. fotometrie (*photometry*, subjektivní popis)

Radiometrie

- základní radiometrickou veličinou je **zářivý tok** (radiant energy)

$$\Phi_e = \int_0^{\infty} \Phi_{e\lambda}(\lambda) d\lambda \quad [\text{W}]$$

- prostorovou vyzařovací charakteristiku zdroje v různých místech zdroje vyjadřují další veličiny
- **zářivost** (radiant intensity) vyjadřuje zářivý tok do elementu prostorového úhlu

$$I_e(\Omega) = \frac{d\Phi_e}{d\Omega} \quad [\text{W} \cdot \text{sr}^{-1}]$$

- **ozářenost** (irradiance – flux density) vyjadřuje zářivý tok elementem plochy kolmé k toku světla

$$E_e(\Omega) = \frac{d\Phi_e}{dS} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$$

- **zář** (radiance) popisuje zářivost elementu plochy zdroje kolmé k toku

$$L_e(\Omega) = \frac{dI_e}{dS'} = \frac{dI_e}{dS \cdot \cos \alpha} \quad [\text{W} \cdot \text{sr}^{-1} \text{m}^{-2}]$$

- často používaný kosinový zářič představuje zdroje, pro který je $L_e = \text{konst.}$ resp. $I_e \sim \cos \alpha$

Radiometrie a fotometrie

Fotometrie

- fotometrie je metrikou vnímání světla subjektivně lidským okem, fotometrické veličiny jsou analogií radiometrických
- optický výkon již není veličinou objektivně měřitelnou ve wattech, proto zavádíme speciální jednotky zachycující vliv

$$V(\lambda)$$

- **světelný tok** (luminous energy) je definován jako

$$\Phi = K_m \int_0^{\infty} \Phi_{e\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda \quad [\text{lm} = \text{cd} \cdot \text{sr}] \quad K_m = 683 \text{ lm} \cdot \text{W}^{-1}$$

- jednotkou je lumen (jedná se o odvozenou jednotku, základní jednotkou je kandela)
- **svítivost** (luminous intensity) je světelný tok do elementu prostorového úhlu

$$I(\Omega) = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad [\text{cd}] \Rightarrow [\text{lm} = \text{cd} \cdot \text{sr}]$$

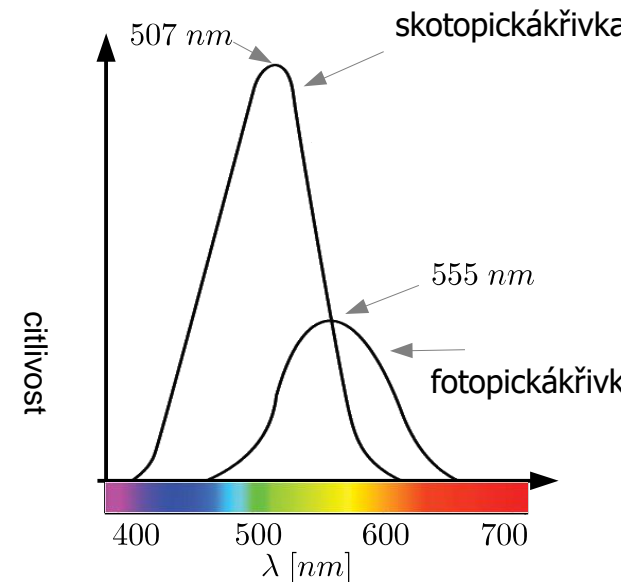
- **osvětlení** (illuminance) je světelný tok jednotkou plochy kolmé na směr toku

$$E(\Omega) = \frac{d\Phi}{dS} \quad [\text{cd} \cdot \text{Sr} \cdot \text{m}^{-2} = \text{lux}]$$

- **jas** (luminance) je svítivost elementu plochy zdroje kolmé k toku

$$L(\Omega) = \frac{dI}{dS'} = \frac{dI}{dS \cdot \cos \alpha} \quad [\text{cd} \cdot \text{m}^{-2} = \text{nit}]$$

- povrch slunce odpovídá 2 000 000 000 nitu, na zemi za jasného počasí 3 000 nitu, zataženo 300 nitu

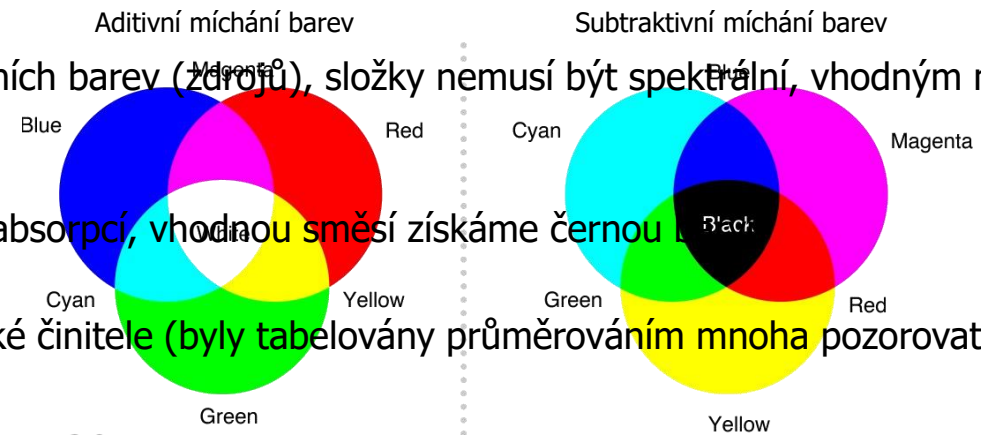


Kolorimetrie

- vnímání barev je možné objektivně popisovat spektrometricky, tento přístup však není vhodný, protože stejný vjem
- zavádíme subjektivní metriku barev (kolorimetrii) barevného (čípkového) vidění
- objektivizace se dosahuje tabelováním hodnot středovaných přes mnoho subjektivních pozorovatelů
- jedna z technik je založena na barevném trojúhelníku mezinárodní komise CIE zavedeném v roce 1931

Míchání barev

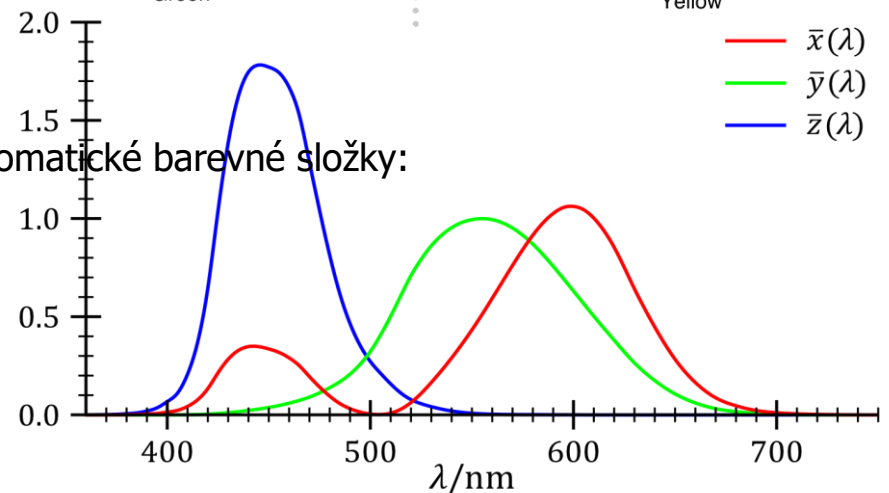
- aditivní míchání – směsná barva vzniká kombinací aktivních barev (zdrojů), složky nemusí být spektrální, vhodným n
- subtraktivní míchání – výsledná barva vzniká selektivní absorpcí, vhodnou směsí získáme černou L
- aditivní barvy lze rozložit na 3 složky – tzv. trichromatické činitele (byly tabelovány průměrováním mnoha pozorovatelů)



- na základě trichromatických činitelů potom počítáme trichromatické barevné složky:

$$X = \int \Phi_{e\lambda}(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \quad Y = \int \Phi_{e\lambda}(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda$$

$$Z = \int \Phi_{e\lambda}(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda$$



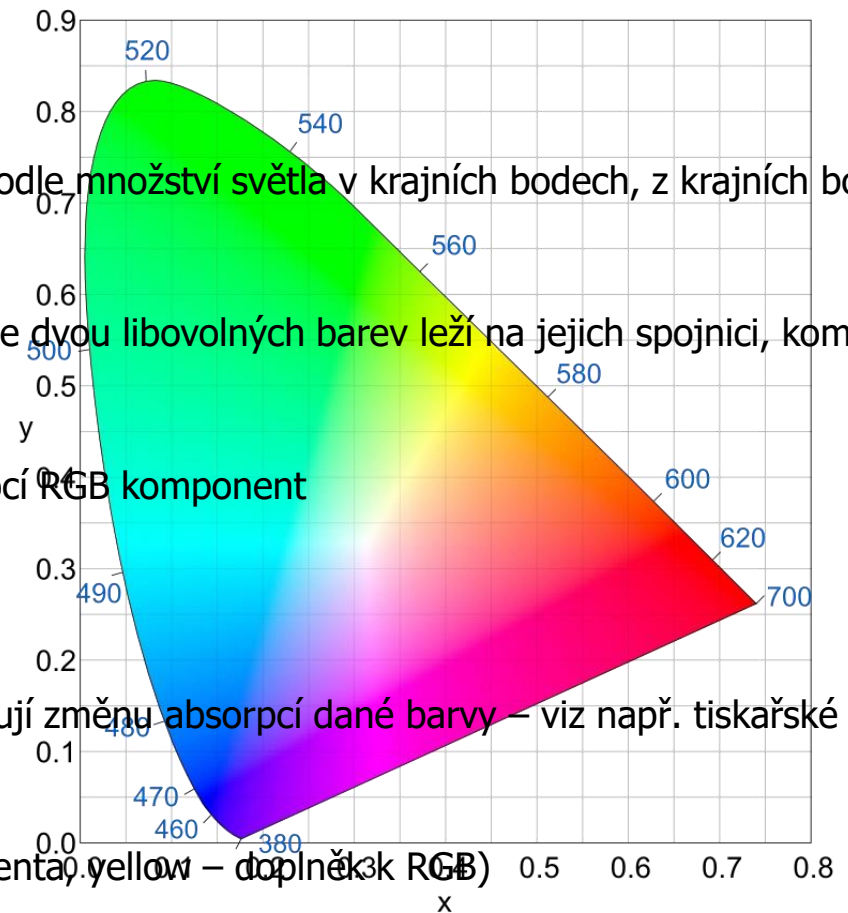
Kolorimetrický trojúhelník

- trichromatické barevné složky je možné zobrazovat ve 3D prostoru, vhodným normováním lze ale přejít ke 2D zobrazení

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z} \quad z = 1 - x - y$$

- k popisu tedy stačí dvě souřadnice, jejich vynesením pro všechny vnímatelné barvy dostaneme tzv. "kolorimetrický trojúhelník"
- spektrální barvy leží na obrysu "podkovy" a lze pro ně psát

$$\Phi_{e\lambda} = \Phi_0 \delta(\lambda - \lambda_0)$$
- lineární spojnice spektrálních barev tvoří novou komponentu podle množství světla v krajních bodech, z krajních bodů
- každá reálná barva tvoří bod v trojúhelníku, všechny kombinace dvou libovolných barev leží na jejich spojnici, kombinace tří
- největší pokrytí celého trojúhelníku zajišťuje aditivní mix pomocí RGB komponent
- bílá barva má souřadnice $x=0.33, y=0.33$
- barvy, na jejichž spojnici leží bílá barva, jsou doplňkové
- doplňkové barvy hrají roli při subtraktivním míchání, kdy popisují změnu absorpcí dané barvy – viz např. tiskařské te
- maximální pokrytí trojúhelníku zajišťují barvy CMY (cyan, magenta, yellow) – doplněk RGB



SHRNUTÍ – Lidské oko a vidění

- vidění lidským okem je založeno na spojném optickém systému zobrazujícím obraz okolního prostředí sítnici
- mohutnost oka 54-58 dpt je tvořena rohovkou a čočkou, která díky proměnné mohutnosti zajišťuje akomodaci oka
- ostré vidění se realizuje pouze v rozmezí 2 stupňů v oblasti žluté skvrny, širší obrazové pole je dosahováno neustálým pohybem oka
- receptory na sítnici jsou dvojího typu, čípky zajišťují denní barevné vidění, tyčinky noční černobílé vidění
- spektrální citlivost čípků a tyčinek popisuje fotonická, resp. skotopická křivka
- rozlišovací schopnost oka daná jeho zobrazovacím systémem je cca 1', tato hodnota koresponduje s rozlišovací schopností danou hustotou receptorů
- prostorové vidění je založeno na několika fyziologických a psychologických vjemech, jako jsou binokularita, konvergence, akomodace a další
- metrika světla může být definována objektivně → radiometrické veličiny, nebo subjektivně → fotometrické veličiny, které berou v úvahu fotonickou křivku
- vnímání barev popisujeme v kolorimetrii opět zavedením subjektivní metriky
- míchání barev může být aditivní nebo subtraktivní
- reálné barvy popisuje kolorimetrický trojúhelník, který je vizualizací trichromatických souřadnic

Seznam přednášek a jejich náplň

- 1Úvod** – formální uspořádání přednášky, podmínky získání zápočtu a zkoušky, návaznosti, předpoklady, motivace, ukázka aplikací, historie optiky, d
- 2Šíření optické vlny a Maxwellovy rovnice** – základní vztahy a zákony elektromagnetického pole, Maxwellovy rovnice, vlnová rovnice, e
- 3Optická vlna v prostředí a základy teorie disperze** – principy šíření optické vlny v materiálovém prostředí, disperzní rovnice, in
- 4Anizotropní a nelineární prostředí** – šíření vlny v anizotropním prostředí, popis polarizace, dvojlom a dvojdraz, motivace, ukázka in
- 5Přechod optické vlny rozhraním dvou prostředí** – optická vlna v nehomogenním prostředí, rozhraní dvou homogenních prostředí, v
- 6Interference světla a interferometrie** – interference dvou optických vln, interferometrie, základní typy interferometrů, vícevlnová
- 7Statistické vlastnosti optické vlny** – koherence optické vlny, prostorová a časová koherence.
- 8Difrakce světla** – základy skalární teorie difrakce, difrakční integrál, Fresnelova a Fraunhoferova difrakce.
- 9Difraktivní struktury a holografie** – difrakce na pravidelné difrakční mřížce, tenká a objemová mřížka, základní principy holografie
- 10Geometrická optika** – přechod od vlnové k paprskové optice, základní postuláty geometrické optiky, ideální a reálné zobrazení, paraxiál
- 11Lidské oko a vidění** – lidské oko, anatomie oka, radiometrie a fotometrie, barevné vidění a kolorimetrie.
- 12Optické přístroje** – základní principy využívané v optických přístrojích, lupa, dalekohled, mikroskop, fotografie.

Optické přístroje a jejich komponenty

- optické přístroje využíváme k různým aplikacím např. pro zlepšení vidění lidským okem (lupa, mikroskop, dalekohled)
- konkrétní aplikace optického zobrazení v optických přístrojích vyžaduje dosažení uspokojivého zobrazení vzhledem k

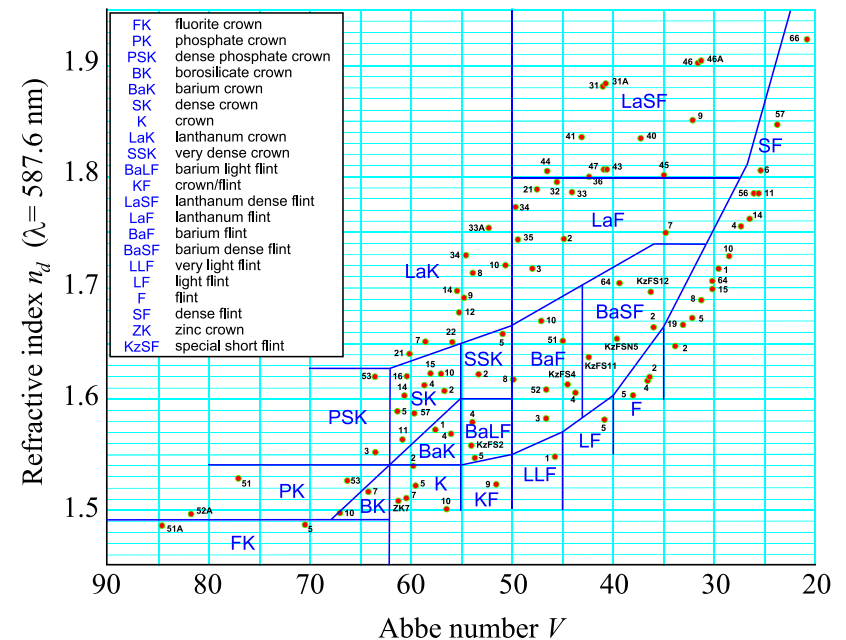
Základní komponenty optických přístrojů

- **hranoly, klíny, planparalelní skla** – používají se jako komponenty pro změnu chodu paprsků, převracející sousta
- **čočky** – jsou základními prvky zobrazujících systémů, kromě geometrických parametrů je charakterizujeme indexem
- **zrcadla** – jsou bezdisperzní prvky s funkcí nezávislou na indexu lomu, u astronomických dalekohledů a objektivů se
- **matnice** – slouží k rozptylu obrazu do většího úhlu, než má původní svazek, mohou být transmisní nebo reflexní, po

Optické materiály

- ke konstrukci vhodných optických komponent je nezbytné využívat různé typy optických materiálů
- vzhledem k častému využití polychromatického světla je nutné charakterizovat spektrální vlastnosti prvků (materiálů)

spektrální čára	vlnová délka [nm]	barva	původ čáry
A'	768.5	tmavočervená	draslík
C	656.3	červená	vodík
D	589.3	žlutá	sodík
d	587.6	žlutá	hélium
e	546.1	zelená	rtuť
F	486.1	modrozelená	vodík
g	435.9	modrá	rtuť
G'	434.1	modrofialová	vodík
H	404.7	fialová	rtuť

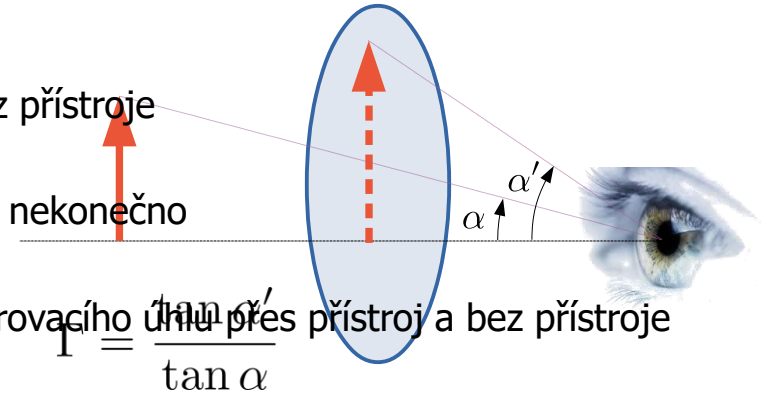


- pro každou čáru určujeme index lomu a Abbého číslo
- kromě disperzního diagramu posuzujeme také spektrální propustnost materiálů, hustotu, roztažnost, pnutí, homogenitu
- nejčastějším materiálem je optické sklo, skla dělíme podle Abbého čísla na skla s malou disperzí (korunová skla, $\nu > 50$) a skla s velkou disperzí (flintová skla, $\nu < 50$)
- disperze běžných skel je kladná (normální), propustnost je ve viditelné a blízké IR oblasti
- kromě skel se často využívají různé krystaly a také plastické hmoty

Základní parametry obecných optických přístrojů

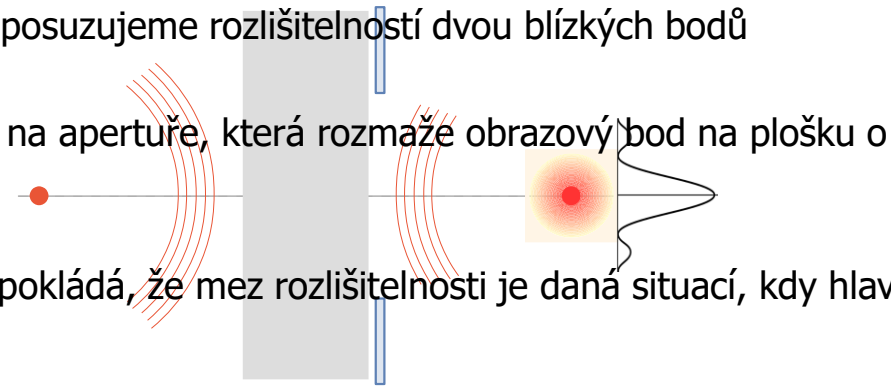
Celkové zvětšení

- zvětšení vztahujeme k pozorování pomocí samotného oka bez přístroje
- v tomto případě považujeme oko za systém akomodovaný na nekonečno
- celkové zvětšení potom definujeme jako poměr tangent pozorovacího úhlu přes přístroj a bez přístroje

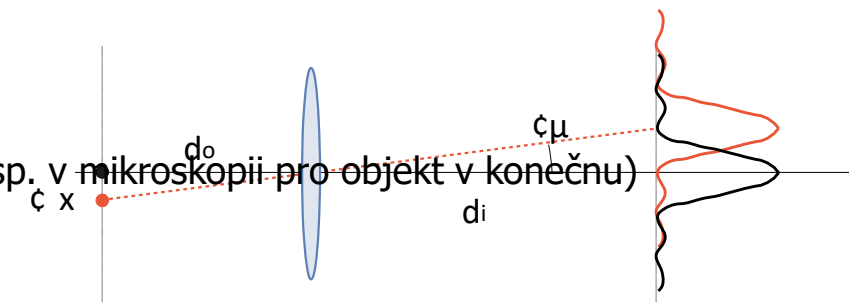


Rozlišovací schopnost optických soustav

- rozlišovací schopnost určuje míru vnímání detailů, většinou ji posuzujeme rozlišitelností dvou blízkých bodů
- u menších apertur (a bezaberačních soustav) je daná difrakcí na apertuře, která rozmaže obrazový bod na plošku o
- velice často uvažujeme tzv. Rayleighovo kritérium, které předpokládá, že mez rozlišitelnosti je daná situací, kdy hlav



- na základě této úvahy potom vychází pro úhlové rozlišení (resp. v mikroskopii pro objekt v konečnu)



$$\Delta\theta = \theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad \Delta x = 0.61 \frac{\lambda}{NA}$$

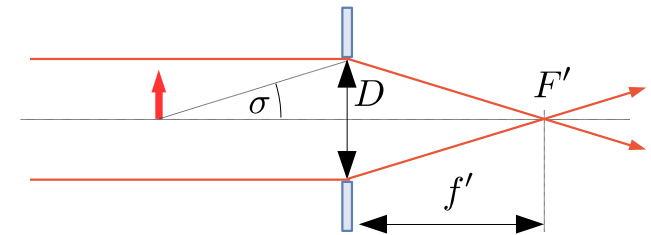
Základní parametry obecných optických přístrojů

Relativní otvor a numerická apertura

- u optických systémů je důležité posoudit energetickou výtěžnost systému (světelnost - poměr osvětlení obrazu k jasotě objektu)
- v případě, že je objekt v nekonečnu, zavádíme pro tento účel tzv. relativní otvor C jako poměr velikosti apertury systému k jeho ohniskové vzdálenosti
- pro objekt v konečnu zavádíme numerickou aperturu NA jako součin indexu lomu předmětového prostoru a sinu maximálního úhlu světelnosti

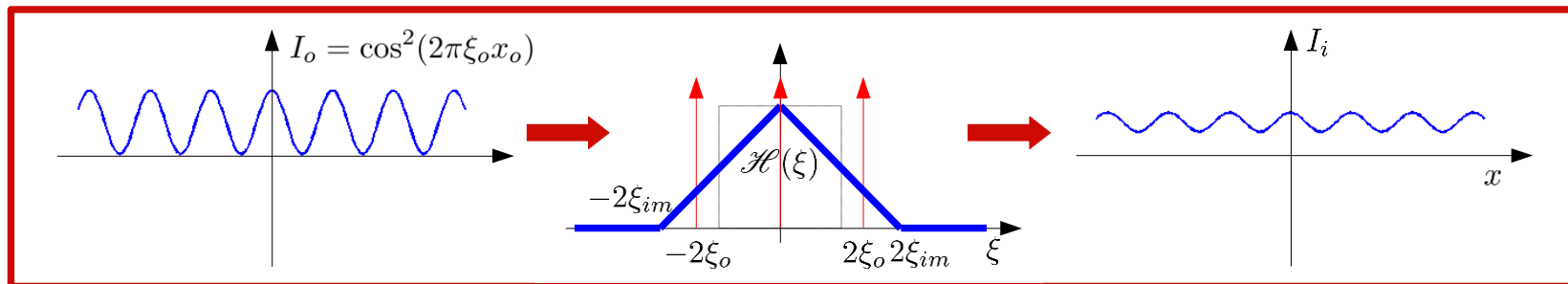
$$C = \frac{D}{f'} \quad NA = n \sin \sigma$$

- skutečná světelnost je potom úměrná kvadrátu těchto veličin

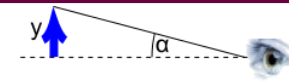


Přenosová funkce

- OTF (optical transfer function) – popisuje vlnově přenos signálu v prostorovém spektru intenzit, zahrnuje veškeré vady systému, nulovost funkce pro danou frekvenci se projeví ztrátou detailů obrazu přenášených na této frekvenci



Přístroje pro lidské oko – lupa a okulár



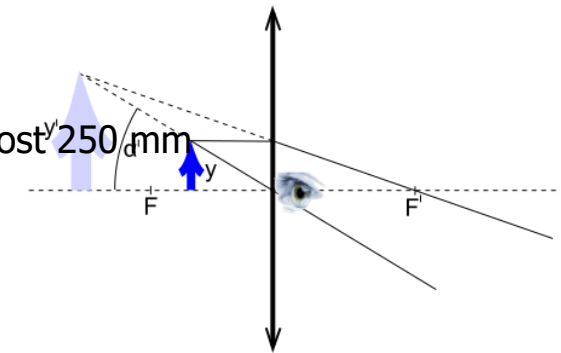
Nechť šipka představuje detail předmětu, který je z konvenční zrakové vzdálenosti pro oko nerozlišitelný. Aby mohlo oko detail uvidět, je třeba se jednat o předmět rozšiřující mozkový obraz předmětu k oku má však určitou mez - na menší vzdálenost nemůže akomodovat. Proto je nutné umístit před oko spojnou čočku, která zobrazí pozorovaný předmět do konvenční zrakové vzdálenosti.

Lupa

- lupa je jednočlenný optický systém určený pro pozorování blízkých předmětů, jelikož se jedná o předmět rozšiřující mozkový obraz
- předmět klademe do předmětové fokální roviny čočky, je na nekonečno
- celkové zvětšení vychází se srovnáním s pozorováním na konvenční vzdálenost 250 mm

$$\Gamma = \frac{\frac{x}{f'}}{\frac{x}{250}} = \frac{250}{f'}$$

- hodnoty zvětšení bývají v rozmezí 3-15 podle požadavků na aberace, rozlišovací schopnost lupy je tedy Γ -krát větší než u oka, je potřebné ale řešit správné nasvětlení objektu



Okulár

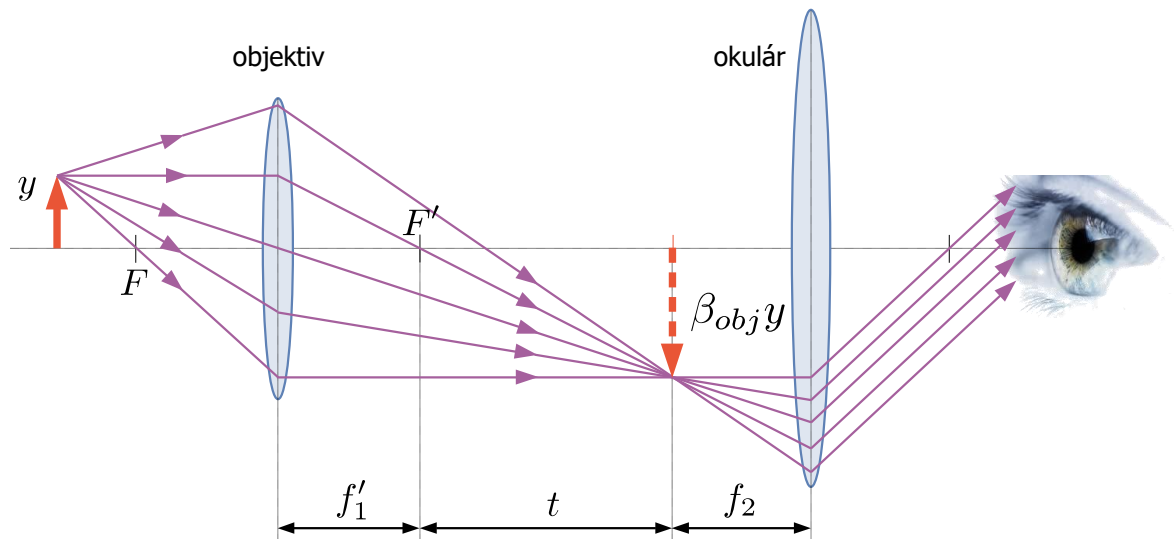
- okulár je zobrazovací dioptrický systém podobný lupě, je ale určený pro použití v dvojčlenných optických soustavách
- na rozdíl od lupy u okuláru:
 - nepotřebujeme řešit dostupnost předmětové fokální roviny, protože pozorovaným objektem je vzdušný obraz (
 - nepotřebujeme řešit osvětlení objektu, protože bylo řešeno osvětlením předmětu při zobrazení objektivem
 - je možné do roviny předmětu umístit další "předmět" (např. stupnici, rastr, záměrný kříž, různé testy), jelikož p
- typické okuláry mají zvětšení v rozmezí 6-20x a většinou obsahují také korekci na zrakovou vadu pozorovatele (typic

Přístroje pro lidské oko – mikroskop

- mikroskop slouží podobně jako lupa k pozorování blízkých objektů, systém je však dvoustupňový: reálný předmět je
- první zvětšení je přístrojové příčné zvětšení, druhé je zvětšením "lupou", pro celkové zvětšení platí

$$\Gamma = \beta_{obj} \times \Gamma_{okul}$$

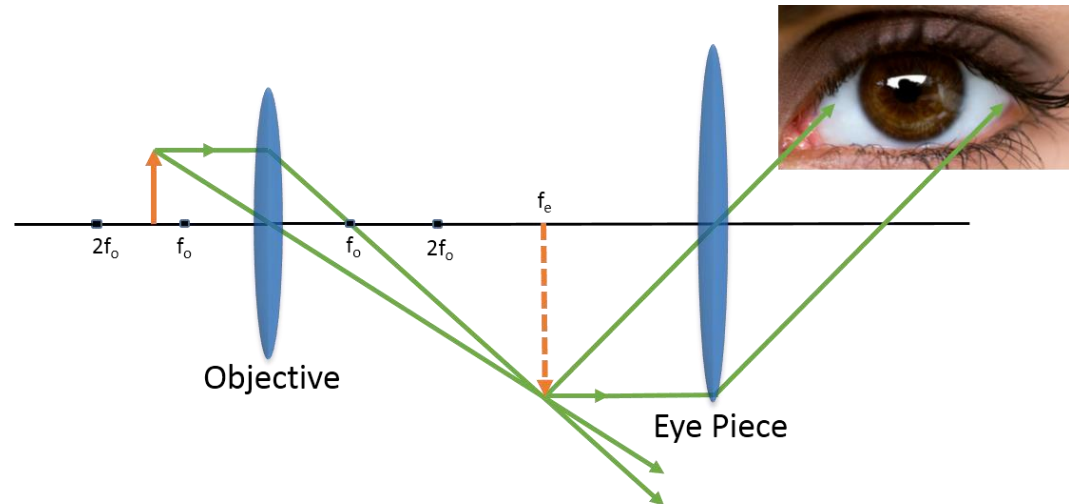
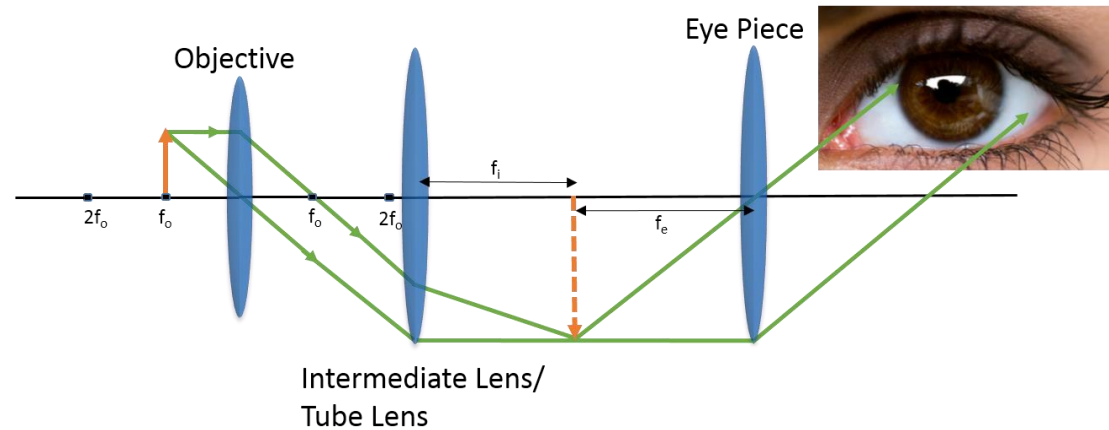
- s ohledem na aberace není poloha předmětu obecná, ale přesně vymezena (minimálně mezi f a $2f$) a objektiv je tak konstruován na definované zvětšení



- vzájemná poloha objektiv-okulár je určena tzv. mechanickou délkou tubusu t (vzdáleností referenčních rovin objektivu a okuláru)
- u starších mikroskopů byla mechanická délka tubusu volena 160 mm

Přístroje pro lidské oko – mikroskop

- u modernějších systémů je tato délka ∞
→ předmět je vždy v předmětové ohniskové rovině objektivu, meziobraz pro okulár je potom nutné vytvořit dalším optickým systémem (jinak by byl v nekonečnu) → tímto systémem je tzv. tubusová čočka (např. s ohniskovou vzdáleností 200 mm apod., liší se podle výrobce)



- mikroskopy se liší podle aplikace, existují např. mikroskopy **biologické** (většinou umožňující pozorování v proslém světle při definované tloušťce krycího skla pozorovaného preparátu), **metalografické** (umožňující pozorovat neprůhledné objekty nasvětlením skrze objektiv), **fluorescenční** (umožňující excitaci v UV oblasti a pozorování v oblasti viditelné), **přímé** nebo **invertované** (podle toho, jestli je vzorek pod nebo nad objektivem), atd.

Přístroje pro lidské oko – mikroskop

- mikroskopový objektiv je relativně sofistikovaný optický systém, jeho nejdůležitější parametry jsou uvedeny na objektivu
- zvětšení objektivů bývá typicky v rozmezí 3x-100x
- zaostřování mikroskopu probíhá kvůli citlivosti na aberace pohybem celého systému objektivu i okuláru (často pohybem celého mikroskopu)
- pracovní vzdálenost bývá zejména u velkých zvětšení s ohledem na dosažení co největší numerické apertury relativně malá
- některé objektivy jsou určeny pro pozorování s imerzní kapalinou – indexovým prostředím umístěným mezi frontálními skly
- rozlišovací schopnost je v podstatě daná numerickou aperturou a je nezávislá na zvětšení
- po zvětšení okulárem by rozlišovací schopnost měla být optimálně rovna rozlišovací schopnosti oka – tento stav definuje tzv. **plané zvětšení**
- zvětšení může být teoreticky zvyšováno dále, ale rozlišovací schopnost oka nemůže být překročena, proto přes vysoká zvětšení se jedná o **plané zvětšení**
- smysluplné zvětšení se v optické oblasti pohybuje do cca 1500x, další nárůst zvětšení, má-li být užitečné, musí být doprovázeno odpovídající změnou optického systému

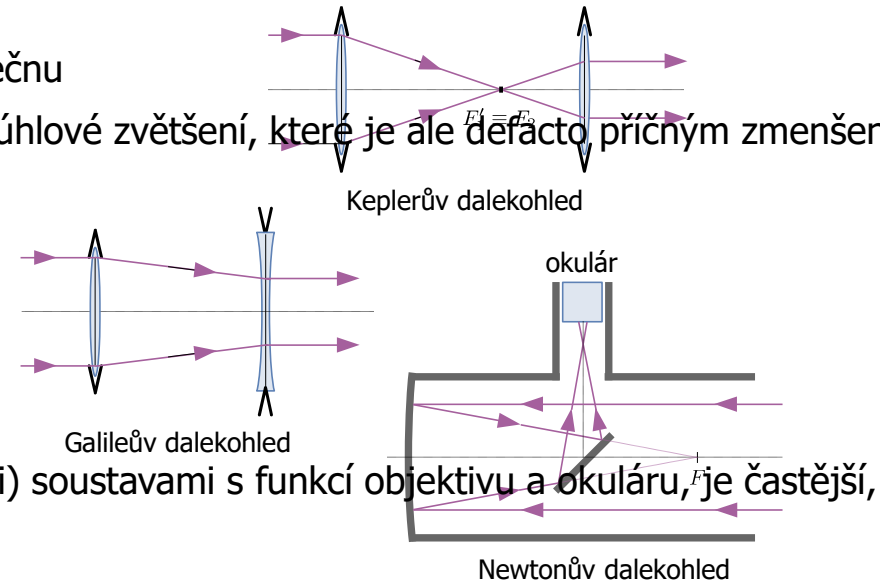


Přístroje pro lidské oko – dalekohled

- dalekohled je zařízení určené pro pozorování objektů v nekonečnu
- při realizaci se volí afokální systémy, kde zvětšení (jedná se o úhlové zvětšení, které je ale de facto příčným zmenšením) je dáno vztahem $\Gamma = \gamma = -\frac{f'_{obj}}{f'_{okul}}$

$$\Gamma = \gamma = -\frac{f'_{obj}}{f'_{okul}}$$

- podle realizace rozlišujeme:
 - Keplerův dalekohled** – tvořen dvěma spojnými (kladnými) soustavami s funkcí objektivu a okuláru, je častější,
 - Galileův dalekohled** – tvořen spojnou a rozptylnou soustavou (systém se záporným okulárem), nepotřebuje převracení obrazu
- v konkrétních aplikacích dalekohledu se využívají různé realizace:
 - astronomie – používá se Keplerův dalekohled bez převracení obrazu, často se využívá zrcadel, která mohou být rovinná nebo klenutá
 - turistické a vojenské aplikace – používá se Keplerův systém s převraceními hranoly, zvětšení bývá do 10 (s ohledem na světelnost)
 - lovecké a geodetické aplikace (teodolit, nivelace) – používá se Keplerův dalekohled, zvětšení je několik jednotek, světelnost je vysoká
- světelnost a rozlišovací schopnost dalekohledu je daná průměrem objektivu – proto se u astronomických přístrojů využívají velké objektivy

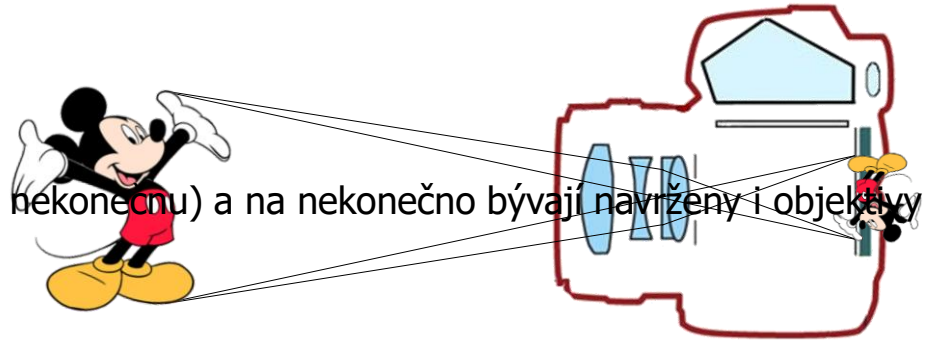


Přístroje pro objektivní sledování – fotografie

- v tomto případě se nejedná o přístroje pro vylepšení vlastností lidského oka, ale o záznam eventuálně reprodukci ob

Fotografický přístroj

- nejběžnější přístroj pro objektivní sledování
- objekt je většinou uvažován ve velké vzdálenosti (v nekonečnu) a na nekonečno bývají navrženy i objektivy (s výjim



- objekt je objektivem zobrazen na záznamové médium (fotografický film nebo digitální CCD resp. CMOS čip)
- za základní ohniskovou vzdálenost se považuje přibližně uhlopříčka záznamového média, to je u většiny dnešních čip
- objektiv obsahuje clonu (regulovatelnou aperturu), která řídí množství světla v systému, čas expozice se reguluje zá
- při zaostřování je důležitý pojem rozptylového kroužku jako povolené míry neostrosti (rozmazání bodu), která je poc

$$|g| = \frac{f'^2}{d_0 c}$$

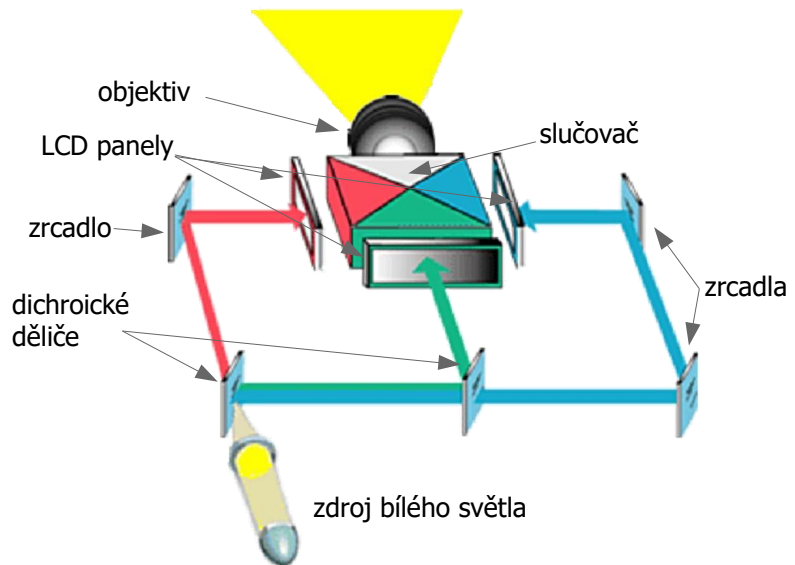
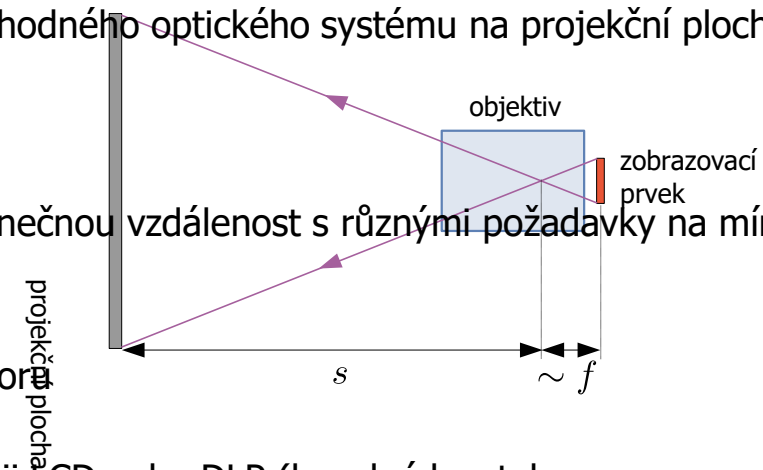
d_0 - je rozptylový kroužek

c - je nejmenší clona – převrácená hodnota nejv

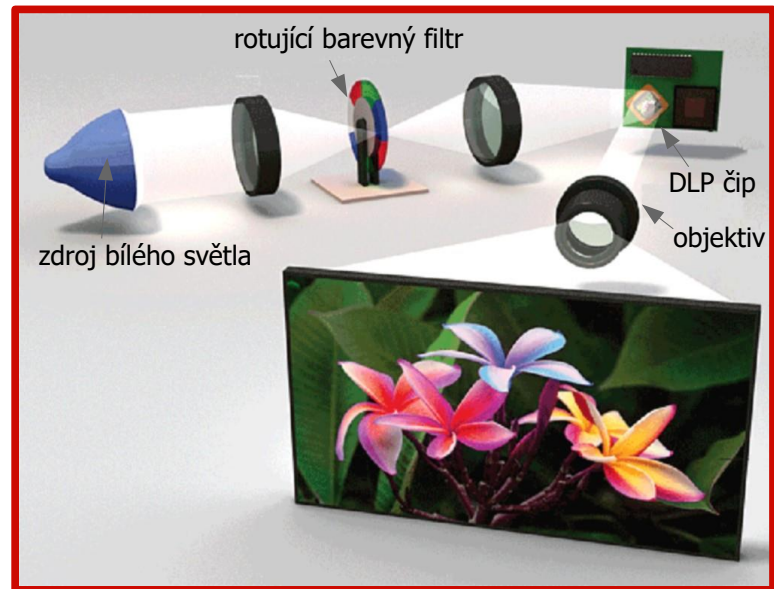
- hyperfokální vzdálenost využívají např. systémy typu fix-focus bez ostření

Přístroje pro objektivní sledování – projektory

- již zaznamenanou obrazovou informaci často promítáme pomocí vhodného optického systému na projekční plochy (
- objektiv je zde poměrně komplikovaný, většinou korigovaný na konečnou vzdálenost s různými požadavky na míru a
- osvětlení je zajištěno speciálním osvětlovacím systémem v projektoru
- drtivá většina digitálních projektorů je dnes založena na technologii LCD nebo DLP (kapalné krystaly resp. deformovatelná mikrozrcátka)



- nejběžnější konfigurace LCD projektoru se třemi LCD prvky



- typická konfigurace DLP projektoru resp. LCD projektoru s je

SHRNUTÍ – Optické přístroje

- optické přístroje využíváme ke zlepšení zobrazovacích vlastností lidského oka, resp. k objektivnímu záznamu a reprodukci obrazové informace
- základními prvky optických přístrojů jsou hranoly, klíny, planparalelní skla, čočky, zrcadla, matnice a další
- důležitou roli při realizaci optických prvků hraje vhodná volba materiálu, podstatnými parametry jsou zejména Abbého číslo popisující disperzi a také spektrální propustnost, mechanické vlastnosti, atd.
- důležitými parametry optických přístrojů jsou zejména celkové zvětšení a rozlišovací schopnost, v jejímž popisu sehrávají podstatnou roli numerická apertura resp. relativní otvor, zobrazovací vlastnosti jsou z hlediska vlnového popisu postižené v optické přenosové funkci
- základními optickými přístroji pro zlepšení vlastností oka jsou lupa (okulár), dalekohled a mikroskop
- nejdůležitějším přístrojem pro objektivní záznam obrazové informace je fotografický přístroj (resp. odvozené kinematografické přístroje), reprodukce zaznamenané informace se často realizuje pomocí projektorů