

12UVP, 12UVPAP: Test pro zápočet č. 4

19. 5. 2025, 16:00

Řešení každé úlohy napište jako skript(y), funkci nebo livescript a pojmenujte např. `uloha1.m`.

Výsledek prosím pošlete dnes do 18:00 na milan.sinor@fjfi.cvut.cz.

Každá úloha bude ohodnocena 0 – 7 body. Úspěšné absolvování testu: 25 bodů (70%).

Příklad 1: Vytvořte funkci `fac(n)`, která bude vracet faktoriál čísla n . Dále vytvořte funkci `comb(n,k)`, která bude pomocí funkce `fac` počítat kombinační čísla podle vztahu

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$$

Nakonec pro $n = 32$ ověřte, že platí

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$

(5 bodů)

Příklad 2: Vyřešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 &= -2 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 &= 1\end{aligned}$$

alespoň dvěma různými metodami. Ve všech případech určete chybu řešení a normu této chyby.

(5 bodů)

Příklad 3: Spočítejte analyticky a numericky integrál

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-3}^3 e^{-x^2/2} dx.$$

Uveďte číselně rozdíl hodnot analytického a numerického výsledku.

(4 body)

Příklad 4: Vyřešte diferenciální rovnici

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + 8 \frac{dy(x)}{dx} + 2y(x) = \cos(x), \quad y(0) = 0.5, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 0$$

na intervalu $0 \leq x \leq 50$

a) v analytické formě, b) numericky.

c) Zpětným dosazením ověřte správnost analytického řešení.

d) Určete L2 normu chyby numerického řešení.

e) Obě řešení zakreslete do jednoho grafu. Přidejte popis os a legendu.

(7 bodů)

Zadání testu pokračuje na druhé straně.

Příklad 5: Rovnice elipsy v polárních souřadnicích je

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 - e \cos(\theta)}$$

kde a je délka hlavní poloosy a e je excentricita. Vykreslete do jednoho obrázku dvě elipsy pro délku hlavní poloosy 2 a hodnoty excentricit 0,5 a 0,9. Připojte legendu. Obrázek nakreslete ve správných proporcích.

(4 body)

Příklad 6: Nahrajte do Matlabu obrázek slon.jpg.

Kopii obrázku zmenšete na polovinu, zrcadlete jej podle svislé osy a intenzitu červené barevné složky zmenšete na jednu polovinu.

Nakonec obrázek zobrazte a uschovejte jej do nového souboru.

(6 bodů)

Příklad 7: Nakreslete prostorový graf funkce $f(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)$ pro $r^2 = x^2 + y^2 < 6$ tak, jak je ilustrováno níže.

(5 bodů)

