

PAS, šk. r. 2022/23, Test k zápočtu, 10. 7. 2023

Pokyny pro vypracování: Řešení všech úloh napište do jednoho “Maple” souboru. Jednotlivé úlohy číslyte a v řešení oddělujte od sebe. Výsledný soubor (.mw/.mws) pošlete jako přílohu na email: milan.sinor@fjfi.cvut.cz tak do dvou hodin.

1. Numericky vyčíslete na 20 platných míst výraz

$$\Re \left(\frac{2\pi \sin(\sqrt{a})}{e^{2+5i}} \right)$$

pro $a \in \{3, 4, 5\}$ a určete, pro které z uvedených hodnot a je výraz větší než 0. Přitom \Re značí reálnou část komplexního čísla, e základ přirozeného logaritmu a i komplexní jednotku.

2. S pomocí knihovny *LinearAlgebra* spočítejte vlastní čísla, vlastní vektory a determinant následující matice

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ -3 & 5 & -3 \\ -6 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

a ověřte, zda platí pro každé vlastní číslo λ a odpovídající vlastní vektor \vec{v} : $\mathbb{A}\vec{v} = \lambda\vec{v}$.

3. Nalezněte a ověřte správnost řešení soustavy rovnic:

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 &= 5 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= -1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= -40 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 98 \end{aligned}$$

4. Definujte funkci $f(x) = 5 \log(x) \cos(x)$ a nakreslete ji modrou barvou v intervalu $x \in (1, 6\pi)$. Poté do stejného grafu, ve stejném intervalu nakreslete zelenou barvou její první derivaci a červenou barvou její druhou derivaci.
5. Definujte funkci $g(x, y) = y^2 + \sin(x^2)$ a nakreslete ji v cylindrických souřadnicích pro $x \in (-\pi, \pi)$ a $y \in (-2, 2)$.
6. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici $y''(x) + y(x) = \sin(x)$ s počátečními podmínkami $y(0) = 0$ a $y'(0) = 1$. Řešení vykreslete na intervalu $\langle 0, 4\pi \rangle$.
7. Vypočítejte plochu ohraničenou křivkami $f(x) = 1,5x^2 - 9x + 11,5$ a $g(x) = -0,2x^2 - 0,4x + 2,8$.