

# 29

## *Magnetické pole*



---

*Budete-li pozorovat za bezměsíčné noci oblohu, nejlépe za polárním kruhem, můžete spatřit nezapomenutelný jev, polární záři. Vypadá jako jemná svítící záclona, která visí dolů z oblohy. Její rozměry jsou obrovské, je několik tisíc kilometrů dlouhá, několik set kilometrů vysoká a tvoří oblouk téměř kilometr široký. Čemu vděčíme za tuto grandiózní podívanou a proč je tak vzácná?*

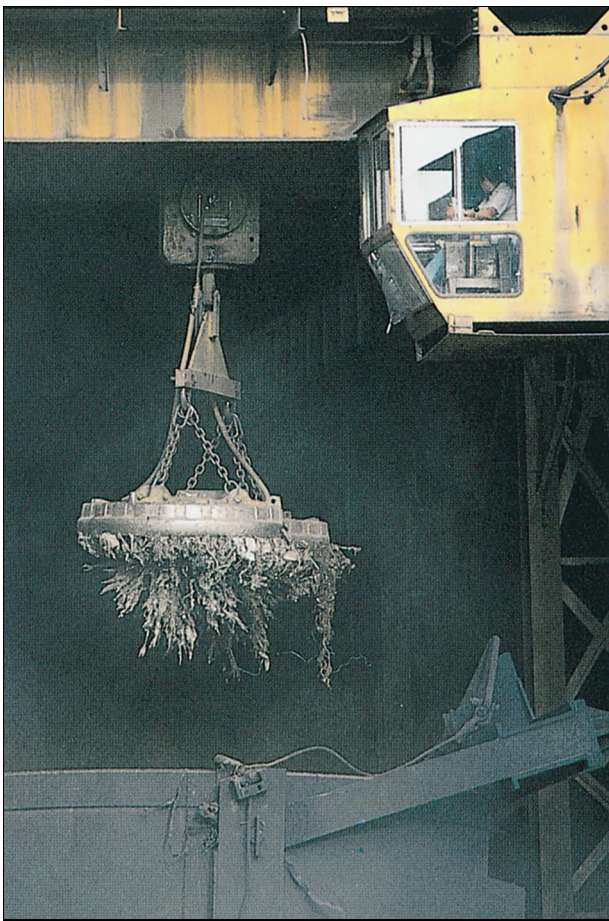
---

## 29.1 MAGNETICKÉ POLE

V kap. 22 jsme se zabývali vznikem a vlastnostmi elektrického pole vytvořeného například nabitou plastikovou tyčí. Toto pole existuje v celém prostoru kolem tyče a můžeme ho popsat vektorem elektrické intenzity  $\mathbf{E}$ . Podobně i magnet vytváří pole v každém bodě prostoru kolem sebe a uvidíme, že ho můžeme popsat vektorovou veličinou  $\mathbf{B}$ , kterou nazýváme **magnetická indukce**. S magnetickým polem se můžeme setkat v běžném životě například tehdy, když přidržujeme papírky se vzkazy na dveřích ledničky malými magnety nebo když náhodou smažeme disketu, přiblížíme-li ji neopatrně k magnetu. Takový magnet, ať už na dveřích ledničky nebo poblíž diskety, působí *prostřednictvím* svého magnetického pole.

Častý typ magnetu je tvořen cívkou navinutou z drátu kolem ocelového jádra, kterou prochází elektrický proud, tzv. elektromagnet. Čím větší je proud, tím silnější je magnetické pole. V průmyslu se takové **elektromagnety** používají ke třídění železného šrotu (obr. 29.1) a v mnoha dalších případech. V každodenním životě jsou ještě běžnější **permanентní magnety** — magnety stejného typu jako na dveřích ledničky. Ty vytvářejí magnetické pole, aniž k tomu potřebují dodávat elektrický proud.

Obr. 29.1 Třídění kovů elektromagnetem v ocelárnách



V kap. 23 jsme objasnili, jak *elektrický náboj* ve svém okolí vytváří elektrické pole, které působí na ostatní elektrické náboje. Bylo by proto přirozené analogicky očekávat, že existuje *magnetický náboj*, který vytváří ve svém okolí magnetické pole působící na jiné magnetické náboje. Ačkoli takové magnetické náboje, zvané *magnetické monopóly*, vystupují v některých teoriích, nebyla jejich existence experimentálně potvrzena. Magnetická pole, s nimiž se běžně setkáváme, tedy vznikají nějak jinak.

Původ kteréhokoli magnetického pole kolem nás můžeme vysvětlit jedním z těchto dvou mechanismů: (1) Pohybující se elektricky nabitě částice, jako jsou nosiče náboje ve vodičích, vytvářejí ve svém okolí magnetické pole. (2) Některé elementární částice (např. elektrony) mají kolem sebe také magnetické pole; toto pole je jejich základní charakteristikou stejně jako hmotnost či elektrický náboj. V kap. 32 si podrobně všimneme toho, že v určitých látkách se skládají magnetická pole elektronů a vytvářejí navenek výrazné magnetické pole. Tak je tomu u látek, z nichž jsou vyrobeny permanentní magnety. V ostatních látkách se magnetická pole všech elektronů vruší a žádné výraznější magnetické pole jako výsledek nevznikne. To platí třeba pro látku, z nichž se skládá lidské tělo.

Experimentálně je potvrzeno, že na nabitou částici (ať už jedinou, nebo jako jednu z mnoha, které vytvářejí elektrický proud v drátu) pohybující se v magnetickém poli, působí pole jistou silou. V této kapitole se soustředíme na vztah mezi magnetickým polem a touto silou.

## 29.2 DEFINICE MAGNETICKÉ INDUKCE

Intenzitu elektrického pole  $\mathbf{E}$  v určitém místě prostoru jsme určili tak, že jsme do tohoto místa vložili testovací částici s nábojem  $Q_0$  a měřili elektrickou sílu  $\mathbf{F}_E$ , která na ni působí. Potom jsme definovali *elektrickou intenzitu*  $\mathbf{E}$  vztahem:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_E}{Q_0}. \quad (29.1)$$

Pokud by existoval magnetický monopól, mohli bychom definovat magnetickou indukci  $\mathbf{B}$  podobně. Poněvadž však žádné monopóly nebyly dosud nalezeny, musíme definovat  $\mathbf{B}$  jinak. Použijeme k tomu magnetickou sílu  $\mathbf{F}_B$ , působící na pohybující se elektricky nabitou částici.

To můžeme v principu udělat tak, že vstřelujeme s různými rychlostmi v různých směrech nabitě částice do místa, kde chceme  $\mathbf{B}$  změřit. Přitom vždy určíme sílu působící na částici v tomto místě. Po mnoha takových zkouškách bychom zjistili, že existuje takový směr rychlosti  $\mathbf{v}_{F=0}$ , že síla  $\mathbf{F}_B$  je nulová. Pro všechny ostatní směry rychlosti  $\mathbf{v}$  je

velikost síly  $\mathbf{F}_B$  vždy úměrná součinu  $v \sin \varphi$ , kde  $\varphi$  je úhel mezi směry  $\mathbf{v}_{F=0}$  a  $\mathbf{v}$ . Kromě toho platí, že směr síly  $\mathbf{F}_B$  je vždy kolmý na směr rychlosti  $\mathbf{v}$ . (Tyto výsledky naznačují, že uvedené veličiny budou mezi sebou vázány vektorovým součinem.)

Definujme proto **magnetickou indukci** jako vektor, který má směr  $\mathbf{v}_{F=0}$ . Pro rychlost  $\mathbf{v}$  kolmou k  $\mathbf{v}_{F=0}$  je  $\varphi = 90^\circ$  a síla působící na částici má maximální velikost  $F_{B,\max}$ . Velikost magnetické indukce  $B$  definujeme pomocí velikosti této síly vztahem

$$B = \frac{F_{B,\max}}{|Q|v},$$

kde  $Q$  je náboj částice.

Všechny dosavadní výsledky můžeme shrnout do jediné vektorové rovnice pro **Lorentzovu sílu**:

$$\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (29.2)$$

Síla  $\mathbf{F}_B$  působící na nabitou částici je tedy rovna součinu jejího náboje  $Q$  a vektorového součinu její rychlosti  $\mathbf{v}$  a magnetické indukce  $\mathbf{B}$ . Použijeme-li rov. (3.20) pro velikost vektorového součinu, můžeme pro velikost Lorentzovy síly  $\mathbf{F}_B$  psát

$$F_B = |Q|vB \sin \varphi, \quad (29.3)$$

kde  $\varphi$  je úhel mezi směry rychlosti  $\mathbf{v}$  a magnetické indukce  $\mathbf{B}$ .

### Určení magnetické (Lorentzovy) síly působící na částici

Rov. (29.3) nám říká, že velikost Lorentzovy síly  $\mathbf{F}_B$ , která působí na částici v magnetickém poli, je úměrná náboji  $Q$  a velikosti rychlosti  $v$  částice. Síla je rovna nule, je-li náboj

nulový nebo je-li částice v klidu. Z tohoto vztahu rovněž plyne, že síla je také rovna nule, jsou-li vektory  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{B}$  rovnoběžné, ať už souhlasně ( $\varphi = 0^\circ$ ) nebo nesouhlasně ( $\varphi = 180^\circ$ ), a je maximální, jsou-li  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{B}$  na sebe kolmé.

Rov. (29.2) určuje navíc i směr  $\mathbf{F}_B$ . Z čl. 3.7 víme, že vektorový součin  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  v rov. (29.2) je kolmý na oba vektory  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{B}$ . Pravidlo pravé ruky (obr. 29.2) nám říká, že vztyčený palec pravé ruky ukazuje směr  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , jestliže zahnuté prsty ukazují směr otáčení vektoru  $\mathbf{v}$  do vektoru  $\mathbf{B}$  přes menší z obou úhlů, které oba vektory svírají.\* Jestliže je náboj  $Q$  kladný, potom podle rov. (29.2) má síla  $\mathbf{F}_B$  stejný směr jako součin  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . To znamená, že pro kladný náboj  $Q$  má  $\mathbf{F}_B$  směr vztyčeného palce, jak je ukázáno na obr. 29.2b. Je-li náboj  $Q$  záporný, mají síla  $\mathbf{F}_B$  a vektorový součin  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  opačná znaménka a tedy i opačný směr. Jinými slovy, pro záporný náboj  $Q$  má  $\mathbf{F}_B$  směr opačný, než ukazuje palec na obr. 29.2c.

Bez ohledu na znaménko náboje však platí:

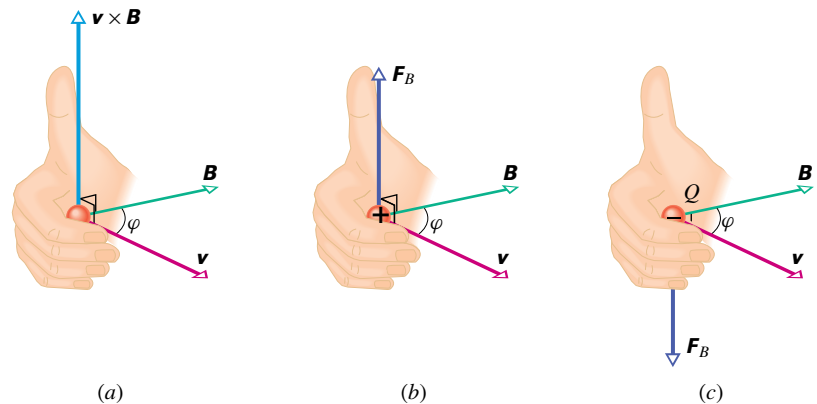
Lorentzova síla  $\mathbf{F}_B$ , která působí na nabitou částici pohybující se rychlostí  $\mathbf{v}$  v magnetickém poli  $\mathbf{B}$ , je *vždy* kolmá na oba vektory  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{B}$ .

Síla  $\mathbf{F}_B$  tedy nemá *nikdy* nenulovou složku do směru vektoru  $\mathbf{v}$  a nemůže tedy měnit velikost rychlosti částice (a tedy ani její kinetickou energii). Může měnit pouze *směr* rychlosti  $\mathbf{v}$  (a tím směr pohybu); jenom v tomto smyslu urychluje síla  $\mathbf{F}_B$  nabitou částici.

Abychom lépe ocenili důležitost rov. (29.2), podívejme se na obr. 29.3, který znázorňuje stopy nabitých částic, pohybujících se v *bublinkové komoře*, umístěné v Lawrenceově laboratoři v Berkeley. Komora, která je naplněna tekutým vodíkem, se nachází v silném homogenním magnetickém poli kolmém na rovinu obrázku a směřujícím k nám. Z levé strany přilétla  $\gamma$ -částice; nezanechala stopu, neboť

\* Místo otáčení můžeme ukázat ukazováčkem  $\mathbf{v}$  a prostředníkem  $\mathbf{B}$ ; palec pak míří ve směr  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ .

**Obr. 29.2** (a) Pravidlo pravé ruky určuje směr vektorového součinu  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  takto: ohnuté prsty pravé ruky orientujeme tak, abychom otočili vektor  $\mathbf{v}$  do směru vektoru  $\mathbf{B}$  o menší z obou možných úhlů, které tyto vektory svírají. Vztyčený palec potom ukazuje směr vektoru  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . (b) Je-li náboj  $Q$  kladný, potom síla  $\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  má směr stejný jako součin  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . (c) Je-li náboj  $Q$  záporný, je směr síly  $\mathbf{F}_B$  opačný než směr součinu  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ .





**Obr. 29.3** Trajektorie dvou elektronů  $e^-$  a pozitronu  $e^+$  v bublinkové komoře umístěné v homogenním magnetickém poli (směr pole je kolmý k rovině obrázku směrem k pozorovateli).

nemá náboj. Poté při srážce vyrazila elektron z vodíkového atomu (dlouhá, jenom mírně zakřivená dráha, označená  $e^-$ ), a sama se přeměnila na dvojici elektron (spirálovitá dráha, označená  $e^-$ ) a pozitron (dráha  $e^+$ ). Za pomoci rov. (29.2) a obr. 29.2 se přesvědčte o tom, že trajektorie obou záporných a jedné kladné částice jsou zakřiveny ve správném směru.

Z rov. (29.2) a (29.3) plyne jednotka magnetické indukce. Nazýváme ji **tesla** (T):

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = \text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{C}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Protože coulomb za sekundu je ampér, platí

$$1 \text{ T} = \text{N} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}. \quad (29.4)$$

Starší jednotkou, která nepatří do soustavy SI, ale dosud se příležitostně užívá, je **gauss** (G). Platí, že

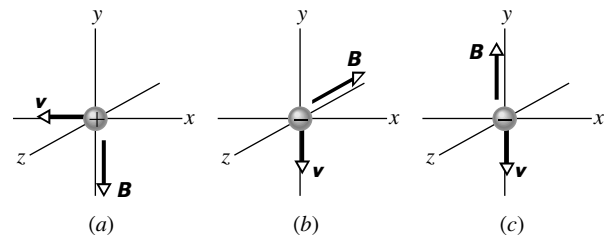
$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}. \quad (29.5)$$

V tab. 29.1 jsou uvedeny velikosti indukci  $B$  některých magnetických polí. Všimněte si, že magnetické pole Země má u zemského povrchu indukci asi  $10^{-4} \text{ T} = 100 \mu\text{T} = 1 \text{ G}$ .

**Tabulka 29.1** Přibližné velikosti magnetických indukci některých polí

Povrch neutronové hvězdy	$10^8 \text{ T}$
Blízko velkého elektromagnetu	$1,5 \text{ T}$
Blízko malého tyčového magnetu	$10^{-2} \text{ T}$
Na povrchu Země	$10^{-4} \text{ T}$
V mezihvězdném prostoru	$10^{-10} \text{ T}$
Nejnižší hodnota v magneticky stíněné místnosti	$10^{-14} \text{ T}$

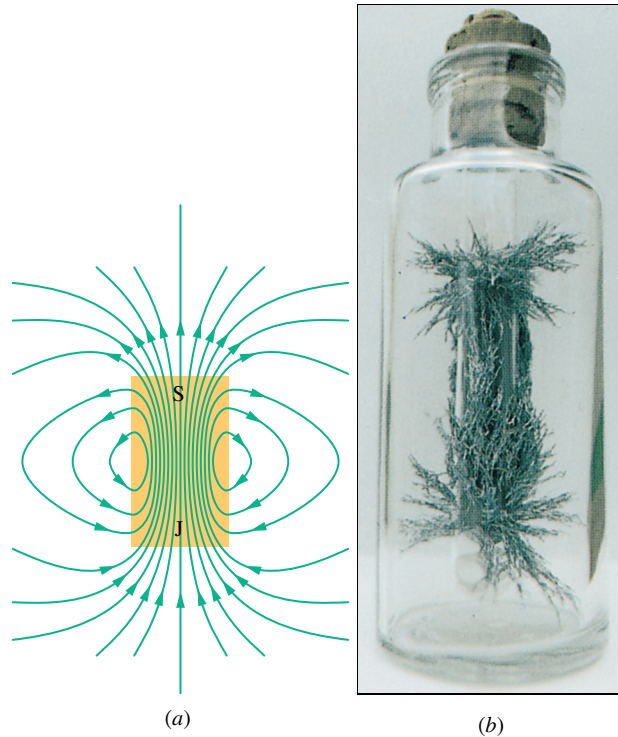
**KONTROLA 1:** Na třech obrázcích se nabitá částice pohybuje rychlostí  $\mathbf{v}$  v homogenním magnetickém poli  $\mathbf{B}$ . Jaký směr má Lorentzova síla  $\mathbf{F}_B$ , která na ni působí?



## Indukční čáry

Podobně jako znázorňujeme elektrické pole pomocí elektrických siločár, znázorňujeme magnetické pole magnetickými indukčními čarami. Vytváříme je obdobně, to znamená, že v každém bodě pole platí, že směr magnetické indukce  $\mathbf{B}$  je určen tečnou k indukční čáře. Velikost vektoru  $\mathbf{B}$  můžeme vystihnout hustotou indukčních čar v dané oblasti.

Obr. 29.4a ukazuje, jak lze znázornit magnetické pole tyčového magnetu (tj. permanentního magnetu ve tvaru tyče) pomocí indukčních čar. Indukční čáry procházející magnetem vytvářejí uzavřené křivky (a to i ty čáry, které na obrázku nejsou zakresleny jako uzavřené). Vnější magnetické pole tyčového magnetu je nejsilnější poblíž jeho konců, kde jsou indukční čáry nejhustší. Experimentálně to lze ověřit pomocí železných pilin, které se nastavují podél indukčních čar a shromažďují se hlavně na koncích magnetu (obr. 29.4b).

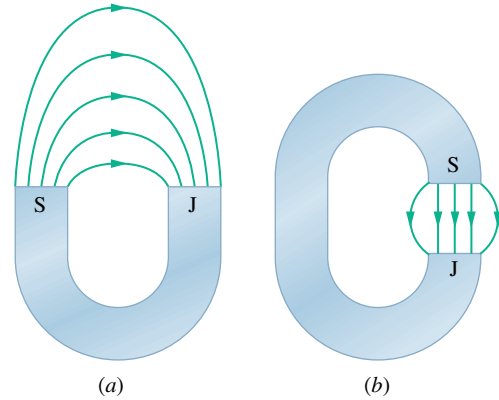


**Obr. 29.4** (a) Indukční čáry tyčového magnetu. (b) „Kravský magnet“: tyčový magnet, který se nechá krávé spolknout, aby zůstal v jejím bachu. Tam pak přitahuje a drží všechny náhodně spolknuté železné předměty (např. hřebíky), aby neporanily další vnitřnosti.

Protože indukční čáry tvoří uzavřené křivky, musí vycházet z jednoho konce magnetu a vcházet do druhého (a pokračovat dál uvnitř magnetu). Ten konec, ze kterého indukční čáry vycházejí, se nazývá *severní pól* magnetu; opačný konec, kde vcházejí do magnetu, se nazývá *jižní pól*. Magnety, kterými si lepíme vzkazy na ledničku nebo oznámení na magnetickou tabuli, mají právě tvar takových krátkých tyčových magnetů. Na obr. 29.5 jsou další dva typické tvary magnetu: *podkovovitý magnet* a *magnet tvaru písmene C*, jehož konce, zvané *čela*, někdy dále upravená *pólovými nástavci*, jsou blízko sebe a jsou navzájem rovnoběžná; magnetické pole mezi nimi je pak silné a přibližně homogenní. Když k sobě magnety přiblížíme, tak bez ohledu na jejich tvar zjistíme:

Opačné póly magnetu se navzájem přitahují, souhlasné se odpuzují.

Země má vlastní magnetické pole, které vzniká v jejím jádře, ale zatím přesně nevíme jak. Na zemském povrchu ho můžeme zjistit kompasem, jehož podstatou je střílka — tenký tyčový magnet, volně otáčivý ve vodorovné rovině. Střílka se otočí, protože její severní pól je přitahován k Ark-



**Obr. 29.5** (a) Podkovovitý magnet a (b) magnet tvaru C (jsou zakresleny pouze některé indukční čáry).

tidě. Tedy *jižní* pól zemského magnetického pole se musí nacházet v oblasti Arktidy a logicky bychom ho potom měli nazývat jižním pólem. Protože však se v Arktidě nachází severní geografický pól, bylo dohodnuto užívat pro tento jižní magnetický pól termín *severní geomagnetický pól*.\*

Tedy na severní polokouli vcházejí magnetické indukční čáry zemského magnetického pole do Země směrem k Arktidě. Naopak na jižní polokouli vycházejí indukční čáry ze Země v oblasti Antarktidy z místa, které nazýváme *jižním geomagnetickým pólem*.

### PŘÍKLAD 29.1

Magnetická indukce homogenního magnetického pole má velikost 1,2 mT a vektor  $\mathbf{B}$  míří svisle vzhůru, takže indukční čáry procházejí celým objemem komůrky měřicího zařízení. Proton s kinetickou energií 5,3 MeV vletí vodorovně do komůrky směrem od jihu k severu. Jaká vychylující síla na něj působí?

**ŘEŠENÍ:** Magnetická vychylující síla závisí na rychlosti protonu, kterou můžeme určit ze vztahu pro kinetickou energii  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ; z něj plyne

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2(5,3 \text{ MeV})(1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV})}{(1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})}} = 3,2 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

\* Magnetické pole Země se pomalu mění. Na rozdíl od geografických pólů, které mají prakticky neměnnou polohu, se poloha magnetických pólů mění. V geologických časových měřítkách ( $10^5$  až  $10^7$  let) dokonce mění magnetické pole Země i svůj směr („přemagnetování“). Viz čl. 32.3.

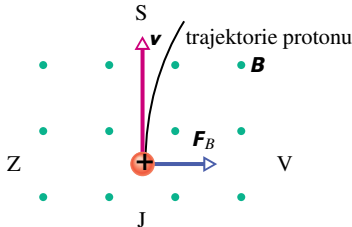
Z rov. (29.3) potom dostaneme

$$\begin{aligned} F_B &= |Q|vB \sin \varphi = \\ &= (1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})(3,2 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) \cdot \\ &\quad \cdot (1,2 \cdot 10^{-3} \text{ T})(\sin 90^\circ) = \\ &= 6,1 \cdot 10^{-15} \text{ N.} \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Tato síla se může zdát velmi malá, ale protože působí na částici s velmi malou hmotností, udělí jí velké zrychlení:

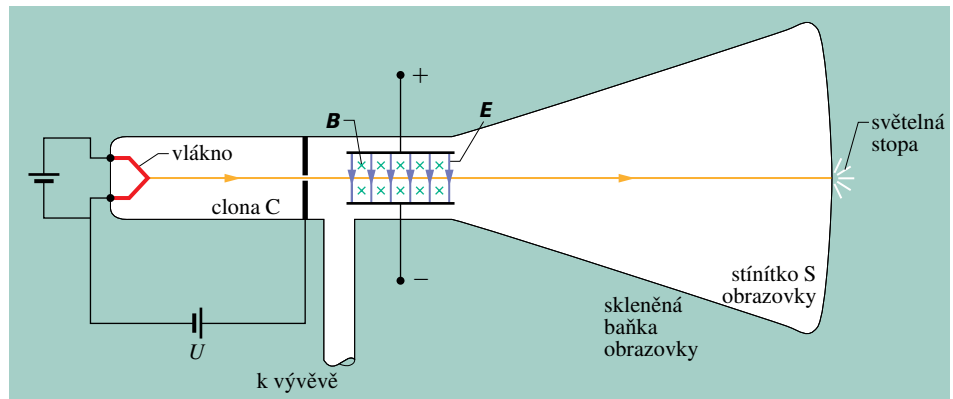
$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{(6,1 \cdot 10^{-15} \text{ N})}{(1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})} = 3,7 \cdot 10^{12} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Zbývá určit směr magnetické síly  $F_B$ . Víme, že rychlost  $\mathbf{v}$  má směr vodorovný z jihu na sever a  $\mathbf{B}$  směřuje svisle vzhůru. Použitím pravidla pravé ruky (obr. 29.2b) určíme, že síla  $F_B$  směřuje vodorovně od západu na východ, jak je vidět na obr. 29.6. (Tečky na obrázku znázorňují magnetické pole kolmé k rovině obrázku směřující k nám. Kdyby měla částice záporný náboj, měla by magnetická síla opačný směr, to znamená od východu na západ. Plyne to přímo z rov. (29.2), dosadíme-li  $-Q$  místo  $Q$ .



**Obr. 29.6** Příklad 29.1. Pohled shora na proton pohybující se z jihu na sever v komůrce měřicího zařízení. Magnetické pole má směr k nám (jak je znázorněno řadou teček, připomínajících špičky šípů letících směrem k nám). Proton je vychylován směrem na východ.

**Obr. 29.7** Moderní verze zařízení, pomocí něhož J. J. Thomson změřil poměr hmotnosti a náboje elektronu. Elektrické pole  $\mathbf{E}$  vytvořil připojením baterie na vodorovné vychylovací destičky. Magnetické pole  $\mathbf{B}$  vytvořil pomocí proudu procházejícího soustavou cívek (na obrázku nejsou zakresleny). Je kolmé k rovině obrázku a směřuje od nás (jak ukazují křížky).



### RADY A NÁMĚTY

**Bod 29.1:** Klasické a relativistické vztahy pro kinetickou energii

V př. 29.1 jsme pro kinetickou energii protonu použili (přibližný) klasický vztah  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$  místo (přesného) relativistického výrazu (7.51). Kritériem pro oprávněnost použití klasického výrazu je podmínka  $E_k \ll mc^2$ , kde  $mc^2$  je klidová energie částice. V našem případě je  $E_k = 5,3 \text{ MeV}$ , zatímco  $mc^2 = 938 \text{ MeV}$ . Proton tedy splňuje výše uvedenou podmínku a můžeme bez obav použít vztah  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ . To však nemůžeme udělat vždy, zejména ne tehdy, jedná-li se o lehké částice s vysokou energií.

## 29.3 OBJEV ELEKTRONU

Může se stát, že na nabitou částici působí současně jak elektrické, tak i magnetické pole. Zajímavý a celkem snadno řešitelný je případ, když jsou obě pole na sebe navzájem kolmá; jde o tzv. zkřížená pole. V dalším zjistíme, co se v takové situaci stane s nabitou částicí, konkrétně s elektronem. Rozebereme to na pokusu, který vedl v roce 1897 k objevu elektronu (J. J. Thomson na Universitě v Cambridgi).

Na obr. 29.7 je znázorněna moderní zjednodušená verze Thomsonova experimentálního zařízení — *katodová trubice* (podobná obrazovce televizního přijímače). Nabitě částice (které nyní nazýváme *elektrony*) jsou emitovány ze žhavého vlákna na konci vyčerpané trubice a jsou urychlovány napětím  $U$ . Průchodem štrbinou ve cloně  $C$  se z nich vymezí úzký svazek. Poté elektrony projdou oblastí zkřížených polí  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  a nakonec dopadnou na fluorescenční stínítko  $S$ , na němž vytvoří světelnou skvrnu (televizní obraz je složen z mnoha takových skvrn). Síly působící na nabitě částice v oblasti zkřížených polí je mohou vychýlit od středu stínítka. Změnou velikostí a směrů obou polí mohl Thomson posunovat světelnou stopu na stínítku. V konkrétním případě zobrazeném na obr. 29.7 jsou

elektrony vychylovány v rovině obrázku směrem nahoru elektrickým polem  $\mathbf{E}$  a směrem dolů magnetickým polem  $\mathbf{B}$ , což znamená, že příslušné síly působí v opačných směrech. Thomson postupoval ve třech krocích:

1. Nastavil  $E = 0$  a  $B = 0$  a označil polohu svítící stopy na stínítku S obrazovky (pro nevychýlený paprsek).
2. Zapnul elektrické pole a změřil výchylku paprsku.
3. Udržoval stálou intenzitu elektrického pole a magnetickou indukci měnil tak dlouho, dokud se paprsek nevrátil do původní, na stínítku označené polohy.

V př. 23.8 jsme počítali výchylku  $y$  nabitě částice pohybující se mezi dvěma rovnoběžnými destičkami (krok 2), mezi nimiž bylo vytvořeno elektrické pole  $\mathbf{E}$ . Zjistili jsme, že je rovna

$$y = \frac{QEL^2}{2mv^2}, \quad (29.6)$$

kde  $L$  je délka destiček a  $v$  velikost rychlosti, s níž částice s hmotností  $m$  a nábojem  $Q$  vletěla do elektrického pole.

Tétož vztahu můžeme použít i pro paprsek elektronů na obr. 29.7: změříme polohu místa dopadu paprsku na obrazovce S a z ní vypočítáme výchylku  $y$  na konci destiček. Poněvadž směr posunutí záleží na znaménku náboje částice, dokázal tím Thomson, že částice, které dopadaly na obrazovku, měly záporný náboj.

Jsou-li obě pole na obr. 29.7 nastavena tak, že se síly, kterými působí na náboj, vyruší (krok 3), dostaneme z rovnic (29.1) a (29.3)

$$|Q|E = |Q|vB \sin 90^\circ$$

a odtud

$$v = \frac{E}{B}. \quad (29.7)$$

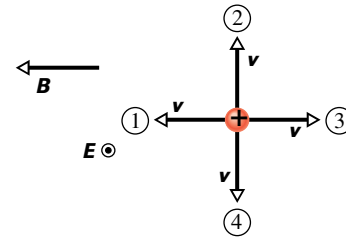
Zkřížená pole nám tedy umožňují změřit rychlost nabitých částic. Dosazením za  $v$  z rov. (29.7) do rov. (29.6) dostaneme po úpravě

$$\frac{Q}{m} = \frac{2yE}{B^2L^2}. \quad (29.8)$$

Všechny veličiny na pravé straně tohoto vztahu můžeme přímo měřit. Uspořádání zkřížených polí nám tedy umožňuje změřit měrný náboj  $Q/m$  částic vylétujících ze žhářového vlákna.

Thomson došel k závěru, že tyto částice — elektrony — se vyskytují v každé látce a že mají hmotnost více než 1 000krát menší než nejlehčí známý atom — vodík. (Přesný poměr hmotností, zjištěný později, je 1 836,15.) Thomsonova měření poměru  $Q/m$  spolu se smělostí jeho dvou tvrzení můžeme považovat za „objev elektronu“.

**KONTROLA 2:** Na obrázku jsou zakresleny čtyři směry rychlosti  $\mathbf{v}$  kladně nabitě částice pohybující se v homogenním elektrickém poli  $\mathbf{E}$  (je kolmé k obrázku a má směr k nám, což je znázorněno tečkou v kroužku) a homogenním magnetickém poli  $\mathbf{B}$ . (a) Seřadte směry 1, 2, 3 a 4 sestupně podle velikosti výsledné síly působící na částici. (b) Pro který z nich je výsledná síla nulová?



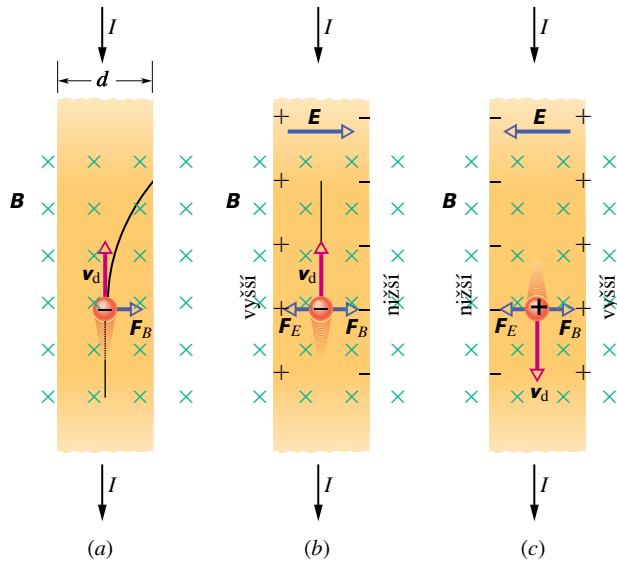
## 29.4 HALLŮV JEV

Jak jsme ukázali, může být paprsek elektronů ve vakuu vychýlen magnetickým polem. Naskytá se otázka: mohou být magnetickým polem vychylovány také vodivostní elektrony pohybující se driftovou rychlostí např. v měděném vodiči? Že to je opravdu možné, ukázal v roce 1879 Edwin H. Hall, v té době 24letý absolvent University Johna Hopkinse. Tento **Hallův jev** umožňuje nejen zjistit, zda náboj nosičů proudu je kladný nebo záporný, ale můžeme s jeho pomocí změřit i počet těchto nosičů v objemové jednotce vodiče.

Na obr. 29.8a je měděný vodič ve tvaru proužku o šířce  $d$ , kterým protéká elektrický proud  $I$  od horní části proužku směrem dolů. Nosiče náboje jsou elektrony, a jak víme, pohybují se (s driftovou rychlostí  $v_d$ ) směrem opačným, tedy od dolní části proužku nahoru. V určitém okamžiku (obr. 29.8a) bylo zapnuto vnější magnetické pole  $\mathbf{B}$ , kolmé k rovině obrázku směřující od nás. Z rov. (29.2) plyne, že magnetická síla  $\mathbf{F}_B$  bude působit na každý elektron pohybující se driftovou rychlostí tak, že ho bude „tlačit“ k pravé straně proužku.

Během jisté doby se elektrony pohybující se doprava nakupí na pravé straně proužku, takže zanechají na levé straně proužku nevykompenzované kladné náboje. Tím vzniká elektrické pole o intenzitě  $\mathbf{E}$  uvnitř proužku. Toto pole má směr zleva doprava (obr. 29.8b), takže elektrická síla  $\mathbf{F}_E$  tlačí každý elektron doleva.

Během velmi krátké doby se ustaví rovnováha: elektrická síla působící na každý elektron poroste tak dlouho, až se vyrovná opačně působící magnetické síle. Tím se



**Obr. 29.8** Měděný proužek, kterým protéká proud  $I$ , je umístěn do magnetického pole  $\mathbf{B}$ . (a) Situace okamžitě po zapnutí magnetického pole. Je zakreslena zakřivená trajektorie, po níž se bude elektron pohybovat. (b) Ustálená situace, která se vytvoří brzy po zapnutí. Všimněte si, že záporné náboje se budou shromažďovat na pravé straně proužku, takže na levé straně zůstane nevykompenzovaný kladný náboj. Levá strana proužku tedy bude mít vyšší elektrický potenciál než strana pravá. (c) Pokud budou mít nosiče nábojů kladné znaménko, budou se shromažďovat na pravé straně proužku a ta bude mít vyšší potenciál než strana levá.

obě síly navzájem vyruší:  $\mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = \mathbf{0}$ . Nadále se elektrony budou pohybovat driftovou rychlostí ve směru délky proužku k jeho hornímu okraji a náboj nahromaděný na pravé straně, a tedy i pole  $\mathbf{E}$  jím vytvořené napříč proužku už více neporostou.

Rozdíl potenciálů  $U_H$  vzniklý podle rov. (25.42) na vzdálenosti  $d$  se nazývá *Hallovo napětí*:

$$U_H = Ed. \quad (29.9)$$

Připojením voltmetru k bočním okrajům proužku můžeme Hallovo napětí přímo změřit. Zjistíme tím také, který z okrajů má vyšší potenciál. V situaci na obr. 29.8b má levá strana proužku vyšší potenciál, což souhlasí s naším předpokladem, že nosiče náboje mají záporné znaménko.

Předpokládejme na chvíli, že nosiče náboje mají kladný náboj (obr. 29.8c). Jestliže by se tyto kladné nosiče náboje pohybovaly od horního konce proužku k dolnímu, byly by tlačeny k pravé straně proužku silou  $\mathbf{F}_B$ , a tedy jeho pravá strana by měla vyšší potenciál. Protože je tento výsledek v protikladu s údaji našeho voltmetru, musí mít nosiče náboje znaménko záporné.

Nyní doplníme naše úvahy kvantitativními výpočty.

Velikost náboje nosiče označíme  $Q$ ; pro elektron je  $Q = -e$ . Je-li elektrická síla v rovnováze se silou magnetickou (obr. 29.8b), dostaneme z rov. (29.1) a (29.3) rovnici

$$QE = Qv_d B. \quad (29.10)$$

Z rov. (27.7) plyne pro driftovou rychlost  $v_d$

$$v_d = \frac{J}{nQ} = \frac{I}{nQS}, \quad (29.11)$$

kde  $J = I/S$  je velikost hustoty proudu v proužku,  $S$  je obsah příčného průřezu proužku a  $n$  je počet nosičů náboje v objemové jednotce vodiče (koncentrace nosičů náboje).

Vyjádříme-li  $n$  z rov. (29.11), dostáváme po dosazení z rov. (29.9) a (29.10) vztah

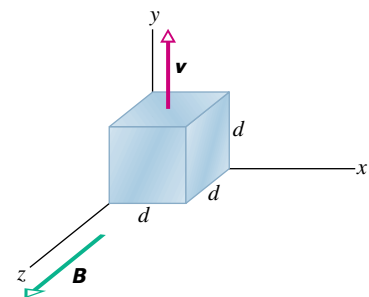
$$n = \frac{BI d}{U_H S Q}. \quad (29.12)$$

Vidíme, že koncentraci  $n$  můžeme vyjádřit pomocí veličin, které lze přímo měřit.

Hallova jevu je také možno využít k přímému měření driftové rychlosti  $v_d$  nosičů náboje, která je, jak jsme již uvedli, řádově centimetry za hodinu. Tento nápaditý experiment je sestaven tak, že se kovový proužek pohybuje v magnetickém poli v opačném směru, než je směr driftové rychlosti nosičů náboje. Rychlost pohybujícího se proužku lze měnit tak, aby Hallovo napětí bylo právě rovno nule. Za tohoto stavu musí být rychlost nosičů náboje vůči magnetickému poli nulová. Rychlost proužku tedy musí být co do velikosti rovna driftové rychlosti nosičů záporného náboje (ale opačně orientovaná).

### PŘÍKLAD 29.2

Na obr. 29.9 je kovová krychlička s délkou hrany  $d = 1,5$  cm, která se pohybuje v kladném směru osy  $y$  konstantní rychlostí  $\mathbf{v}$  o velikosti  $4,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  v homogenním magnetickém poli s indukci  $\mathbf{B}$  o velikosti  $0,050 \text{ T}$  ve směru osy  $z$ .



**Obr. 29.9** Příklad 29.2. Kovová krychlička o délce hrany  $d$  se pohybuje konstantní rychlostí  $\mathbf{v}$  v homogenním magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$ .

(a) Která stěna bude mít díky pohybu krychličky elektrický potenciál vyšší a která nižší?



**ŘEŠENÍ:** Když se krychlička bude pohybovat v magnetickém poli, budou se její vodivostní elektrony pohybovat spolu s ní. Proto na ně bude působit magnetická síla  $\mathbf{F}_B$  daná rov. (29.2). Na obr. 29.9 působí síla  $\mathbf{F}_B$  v záporném směru osy  $x$ . To znamená, že některé elektrony budou vychýleny silou  $\mathbf{F}_B$  k (nezakreslené) levé stěně krychličky, čímž dojde k tomu, že tato stěna bude nabitá záporně, a tedy pravá stěna bude naopak kladná. Tím vznikne elektrické pole  $\mathbf{E}$  směřující od pravé stěny k levé, takže levá stěna bude mít nižší potenciál než stěna pravá.

(b) Určete napětí  $U$  mezi stěnami s vyšším a nižším potenciálem.

**ŘEŠENÍ:** Elektrické pole o intenzitě  $\mathbf{E}$ , které takto vzniklo, způsobí, že na elektrony bude působit elektrická síla  $\mathbf{F}_E$  orientovaná k pravé stěně krychličky (tedy opačně než magnetická síla  $\mathbf{F}_B$ ). Rovnováhy, při níž  $F_E = F_B$ , bude dosaženo rychle poté, co se krychlička začne pohybovat v magnetickém poli. Z rov. (29.1) a (29.3) dostaneme

$$eE = evB.$$

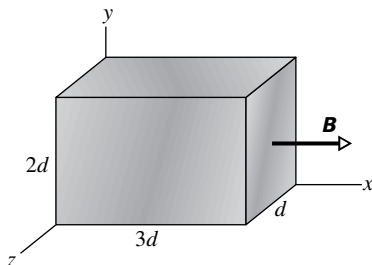
Po dosazení za  $E$  z rov. (29.9) ( $U = Ed$ ) dostaneme

$$U = dvB. \quad (29.13)$$

Dosazením dostaneme výsledek

$$\begin{aligned} U &= (0,015 \text{ m})(4,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})(0,050 \text{ T}) = \\ &= 0,0030 \text{ V} = 3,0 \text{ mV}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

**KONTROLA 3:** Na obrázku je kovový kvádr, který se pohybuje rychlostí o velikosti  $v$  v homogenním magnetickém poli  $\mathbf{B}$ . Jeho rozměry jsou celistvé násobky délky  $d$ , jak je vidět z obrázku. Máte šest možností pro výběr směru rychlosti kvádrů: může být rovnoběžná s osami  $x$ ,  $y$ , nebo  $z$ , a mířit buď v jejich kladném, nebo záporném směru. (a) Seřadte sestupně oněch šest možností podle velikosti napětí, které vznikne mezi protilehlými stěnami. (b) Ve kterém případě má čelní stěna nižší potenciál?



## 29.5 POHYB NABITÉ ČÁSTICE PO KRUŽNICI

Pohybuje-li se částice rovnoměrně po kružnici, pak výsledná síla, která na ni působí, musí mít stálou velikost a musí být orientována do středu kružnice. Je tedy stále kolmá k rychlosti  $\mathbf{v}$  částice. Představme si kámen, upevněný na vlákně a obíhající rovnoměrně po kružnici ve vodorovné rovině, nebo družici, pohybující se po kruhové trajektorii kolem Země. V prvním případě vytváří tuto dostředivou sílu tah vlákna; ve druhém případě je to gravitační přitažlivá síla mezi Zemí a družicí.

Na obr. 29.10 je ukázán jiný příklad: svazek elektronů je vstřelován *elektronovým dělem* (ED) do měřicí komůrky. Elektrony do ní vlétají v rovině obrázku rychlostí  $\mathbf{v}$  a dostávají se do oblasti homogenního magnetického pole o indukci  $\mathbf{B}$ , která je kolmá k rovině obrázku a má směr k nám. Výsledkem je, že magnetická síla  $\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  stále vychyluje elektrony, a protože vektory  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{B}$  jsou na sebe stále kolmé, budou se elektrony pohybovat po kružnici. Stopu elektronů vidíme na fotografii, neboť atomy plynu v komůrce vyzářují světlo, kdykoli se s nimi některý z letících elektronů srazí.

Nyní určíme parametry, které charakterizují kruhový pohyb elektronů (nebo jakýchkoli jiných částic s nábojem o velikosti  $Q$  a hmotností  $m$ ) pohybujících se kolmo ke směru homogenního magnetického pole  $\mathbf{B}$  rychlostí o velikosti  $v$ . Podle rov. (29.3) má síla působící na částici velikost  $QvB$ . Pro rovnoměrný pohyb po kružnici (rov. (6.20)) platí podle druhého Newtonova zákona

$$F = ma = \frac{mv^2}{r}, \quad (29.14)$$

odkud po dosazení za  $F = QvB$  dostáváme

$$QvB = \frac{mv^2}{r}. \quad (29.15)$$

Z této rovnice můžeme vyjádřit poloměr kružnice, po níž se částice pohybuje:

$$r = \frac{mv}{QB} \quad (\text{poloměr}). \quad (29.16)$$

Perioda  $T$  (tj. doba, potřebná pro jeden oběh) je rovna obvodu kružnice dělenému rychlostí částice, takže

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{QB} = \frac{2\pi m}{QB} \quad (\text{perioda}). \quad (29.17)$$

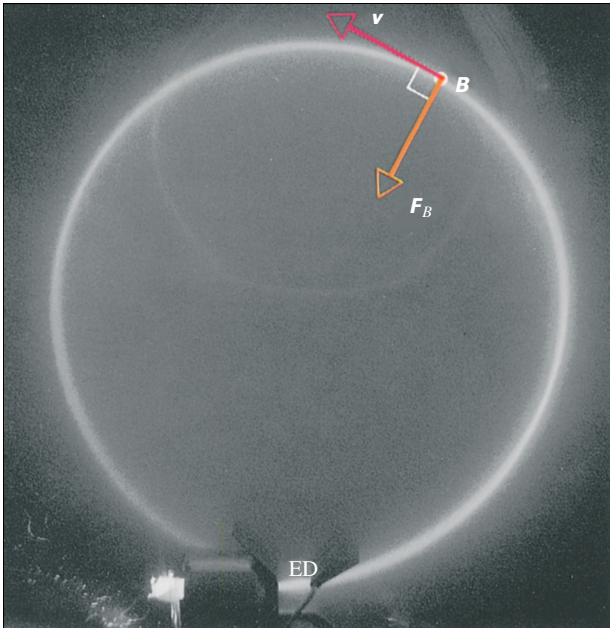
Frekvence  $f$  je

$$f = \frac{1}{T} = \frac{QB}{2\pi m} \quad (\text{frekvence}). \quad (29.18)$$

Úhlová frekvence  $\omega$  je tedy

$$\omega = 2\pi f = \frac{QB}{m} \quad (\text{úhlová frekvence}). \quad (29.19)$$

Vidíme, že veličiny  $T$ ,  $f$  a  $\omega$  nezávisí na velikosti rychlosti částice (za předpokladu, že její rychlost je mnohem menší, než je rychlost světla). Rychlé, resp. pomalé částice se pohybují po kružnicích o velkém, resp. malém poloměru, ale všechny částice se stejným poměrem  $Q/m$  potřebují stejnou dobu  $T$  (periodu) k vykonání jednoho oběhu. S využitím rov. (29.2) se můžeme přesvědčit o tom, že díváme-li se ve směru indukce  $\mathbf{B}$ , obíhá kladná částice vždycky v kladném smyslu (tj. proti směru otáčení hodinových ručiček), zatímco částice se záporným nábojem obíhá ve směru opačném.



**Obr. 29.10** Elektrony obíhají v komůrce obsahující plyn za nízkého tlaku (stopa elektronů je kruhová). Magnetické pole  $\mathbf{B}$ , které je kolmé k rovině obrázku a směřuje k nám, je homogenní v celém objemu komůrky. Všimněte si radiálně působící magnetické síly  $\mathbf{F}_B$ : protože se částice pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici, síla  $\mathbf{F}_B$  míří stále do jejího středu. Použijte pravidla pravé ruky a přesvědčete se, že síla  $\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  má příslušný směr.

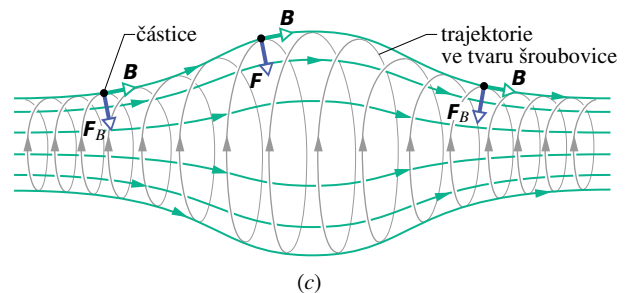
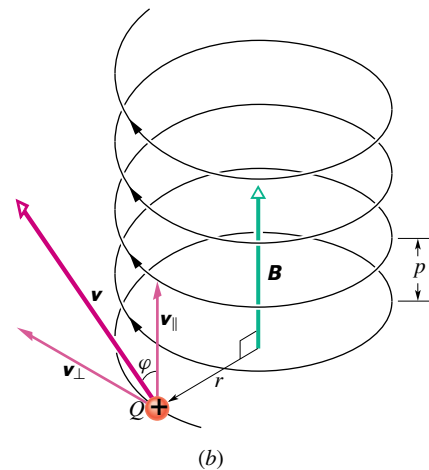
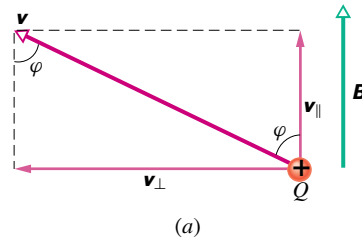
### Trajektorie ve tvaru šroubovice

Ukážeme, že má-li nabitá částice letící v homogenním magnetickém poli  $\mathbf{B}$  nenulovou složku rychlosti ve směru  $\mathbf{B}$ , bude se pohybovat po šroubovici s osou ve směru pole. Na obr. 29.11a je vektor rychlosti částice  $\mathbf{v}$  rozložen vzhledem ke směru  $\mathbf{B}$  do dvou průmětů — rovnoběžného  $\mathbf{v}_{\parallel}$  a kol-

mého  $\mathbf{v}_{\perp}$  a platí

$$v_{\parallel} = v \cos \varphi \quad \text{a} \quad v_{\perp} = v \sin \varphi. \quad (29.20)$$

Rovnoběžná složka  $v_{\parallel}$  určuje *stoupání*  $p$  šroubovice, což je vzdálenost mezi dvěma sousedními závity (obr. 29.11b), a je rovno vzdálenosti, o kterou se částice posune za dobu jedné periody (jedné otočky) ve směru magnetické indukce  $\mathbf{B}$ . Kolmá složka  $v_{\perp}$  určuje poloměr šroubovice a je právě tou veličinou, kterou musíme dosadit do rov. (29.16) za  $v$ .

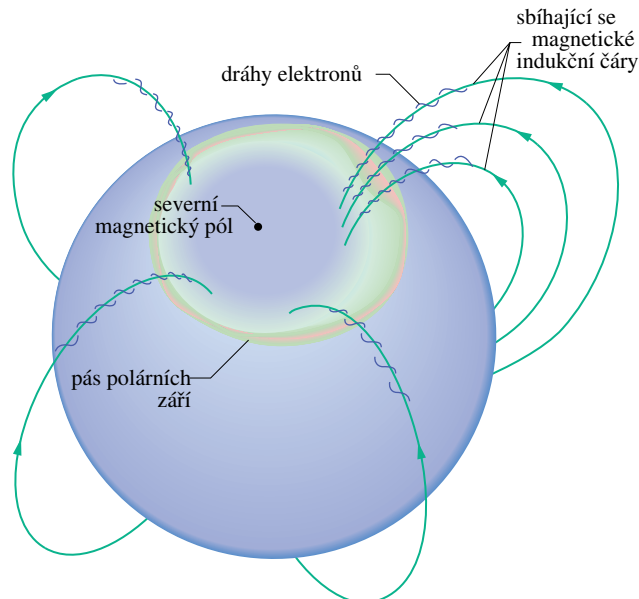


**Obr. 29.11** (a) Nabitá částice se pohybuje v magnetickém poli tak, že její rychlost svírá úhel  $\varphi$  s vektorem magnetické indukce. (b) Částice se pohybuje po šroubovici, která má poloměr  $r$  a stoupání  $p$ . (c) Nabitá částice se pohybuje po šroubovici v nehomogenním magnetickém poli. (Létá tam a zpátky mezi konci, v nichž je magnetické pole dostatečně silné.) Všimněte si, že vektory magnetické síly na obou stranách magnetické pasti mají složku směřující do středu pasti.

Na obr. 29.11c je znázorněna nabitá částice pohybující se po šroubovici v nehomogenním magnetickém poli. Z větší hustoty indukčních čar na obou krajích je vidět, že magnetické pole je zde silnější. Je-li magnetické pole na konci trubice dostatečně silné, částice se od něj odrazí. Odráží-li se částice od obou konců, říkáme, že je zachycena v *magnetické pasti*, případně v *magnetické nádobě*.

Magnetické pole Země takto zachytává elektrony a protony, a tak se vytvářejí *Van Allenovy radiační pásy* nad hranicí atmosféry mezi severním a jižním geomagnetickým pólem Země. Zachycené částice se odrážejí tam a zpět mezi oběma konci této magnetické pasti (trvá jim to zhruba několik sekund).

Když mohutná sluneční erupce vymrští velké množství elektronů a protonů s vysokými energiemi a ty doletí do Van Allenových radiačních pásů, vznikne v místech, kde se elektrony odrážejí, elektrické pole. Toto pole ruší odraz a žene elektrony dolů do atmosféry, kde se srážejí s atomy a molekulami kyslíku a dusíku a tím vyvolávají jejich záření. Tak vzniká *polární záře* — jev, připomínající svítící záclonu, která visí dolů a sahá až do výšky asi 100 km nad Zemí. Zelené světlo je emitováno atomy kyslíku a růžové světlo molekulami dusíku. Často je však světlo tak mdlé, že je vnímáme pouze jako bílé.



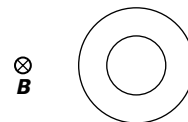
**Obr. 29.12** Pás polárních září obklopující zemský magnetický severní pól (nachází se nyní na Kanadském ostrově Bathurst). Indukční čáry magnetického pole Země se sbíhají k tomuto pólu. Elektrony pohybující se směrem k Zemi jsou zachyceny a pohybují se po šroubovicích podél indukčních čar a ve vysokých výškách vstupují do zemské atmosféry vytvářejí polární září (uvnitř prstence).

Polární záře se vyskytuje v určité oblasti — v prstenci obepínajícím Zemi, který nazýváme *pásem polárních září* (obr. 29.12 a 29.13). Ačkoli je tato oblast velmi dlouhá, nepřesahuje její tloušťka 1 km (od severu k jihu), protože dráhy elektronů, které ji vytvářejí, se sbíhají. Elektrony se totiž pohybují dolů po zužujících se šroubovicích navinutých na sbíhající se magnetické indukční čáry.



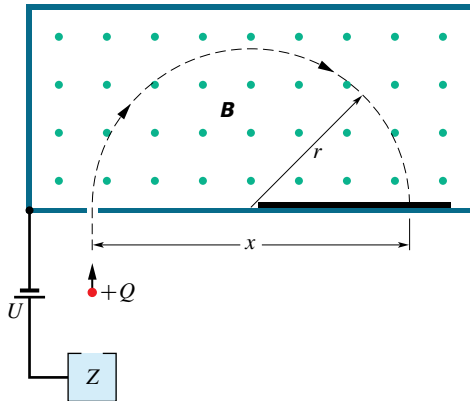
**Obr. 29.13** Obrázek polární záře uvnitř severního pásu polárních září pořídila družice *Dynamic Explorer*, která využívá ultrafialového světla, emitovaného kyslíkovými atomy, jež jsou vybudeny v oblasti polární záře (obrázek je v „umělých barvách“). Sluneční světlo dopadající na Zemi tvoří půlměsíc v levé části obrázku.

**KONTROLA 4:** Na obrázku jsou kruhové stopy dvou částic pohybujících se stejně velkou rychlostí v homogenním magnetickém poli, jehož indukce  $\mathbf{B}$  je kolmá k rovině obrázku a směřuje od nás. Jednou z částic je proton a druhou elektron. (a) Která částice se pohybuje po kružnici s menším poloměrem? (b) Bude se tato částice pohybovat proti, nebo po směru otáčení hodinových ručiček?



## PŘÍKLAD 29.3

Na obr. 29.14 je schematicky znázorněn princip *hmotnostního spektrometru*, který slouží k měření hmotností iontů: iont o hmotnosti  $m$  (která má být změřena) s nábojem  $Q$  vzniká ve zdroji  $Z$  a poté je urychlen elektrickým polem vytvořeným napětím  $U$ . Iont opustí zdroj  $Z$  a vlétá štěrbinou do separační komory, ve které na něj působí homogenní magnetické pole  $\mathbf{B}$ , kolmé k jeho rychlosti ( $\mathbf{B}$  je kolmé k rovině obrázku a směřuje k nám). Magnetické pole způsobí, že se iont bude pohybovat po půlkružnici, dopadne na fotografickou desku ve vzdálenosti  $x$  od štěrbinu a exponuje ji tam. Nechť  $B = 80,000 \text{ mT}$ ,  $U = 1\,000,0 \text{ V}$  a  $Q = +1,602\,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Iont dopadne ve vzdálenosti  $x = 1,625\,4 \text{ m}$  od štěrbinu. Jaká je jeho hmotnost  $m$ , vyjádřená pomocí atomové hmotnostní jednotky ( $u = 1,660\,5 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ )?



**Obr. 29.14** Příklad 29.3. Podstata hmotnostního spektrometru. Kladný iont je emitován zdrojem  $Z$  a po urychlení napětím  $U$  vlétá do komory nacházející se v homogenním magnetickém poli s indukci  $\mathbf{B}$ . Iont se bude vlivem magnetické síly pohybovat po půlkružnici o poloměru  $r$  a dopadne na fotografickou desku ve vzdálenosti  $x$  od štěrbinu, kterou do komory vlétl.

**ŘEŠENÍ:** Nejdříve bude užitečné najít vztah mezi hmotností  $m$  iontu a naměřenou vzdáleností  $x$ . Z obr. 29.14 je patrné, že  $x = 2r$ , kde  $r$  je poloměr půlkružnice, po níž se pohybuje iont. Mezi poloměrem  $r$  a hmotností  $m$  platí jednoduchý vztah (29.16):  $r = mv/QB$ .

Dále je třeba zjistit souvislost mezi velikostí rychlosti  $v$  iontu a urychlujícím napětím  $U$ . Můžeme k tomu využít zákona zachování energie pro iont: jeho kinetická energie na konci procesu urychlování je rovna jeho potenciální energii  $QU$  na začátku urychlování. Tedy:

$$\frac{mv^2}{2} = QU$$

a

$$v = \sqrt{\frac{2QU}{m}}. \quad (29.21)$$

Dosadíme-li vypočtenou hodnotu  $v$  do rov. (29.16), dostaneme

$$r = \frac{mv}{QB} = \frac{m}{QB} \sqrt{\frac{2QU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{Q}},$$

tedy

$$x = 2r = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mU}{Q}}.$$

Odtud získáme hledanou hmotnost iontu:

$$\begin{aligned} m &= \frac{B^2 Q x^2}{8U} = \\ &= \frac{(0,080\,000 \text{ T})^2 (1,602\,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}) (1,625\,4 \text{ m})^2}{8(1\,000,0 \text{ V})} = \\ &= 3,386\,3 \cdot 10^{-25} \text{ kg} = 203,93 \text{ u}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

## PŘÍKLAD 29.4

Elektron s kinetickou energií  $22,5 \text{ eV}$  vlétá do oblasti magnetického pole o velikosti  $B = 4,55 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ . Úhel mezi indukcí  $\mathbf{B}$  a rychlostí elektronu  $\mathbf{v}$  je  $65,5^\circ$ . Jaké bude stoupání šroubovice, po níž se pohybuje elektron?

**ŘEŠENÍ:** Jak jsme již uvedli, je stoupání  $p$  vzdálenost, o kterou se elektron posune za dobu jedné periody  $T$  ve směru vektoru magnetické indukce  $\mathbf{B}$ . Tato vzdálenost je  $v_{\parallel} T$ , kde  $v_{\parallel}$  je složka rychlosti elektronu do směru  $\mathbf{B}$ . Vydeme-li z rov. (29.20) a (29.17), dostaneme

$$p = v_{\parallel} T = v \cos \varphi \frac{2\pi m}{QB}. \quad (29.22)$$

Velikost rychlosti elektronu  $v$  můžeme vypočítat z jeho kinetické energie stejně jako v případě protonu (příklad 29.1). (Kinetická energie  $22,5 \text{ eV}$  je mnohem menší než klidová energie elektronu, která je  $5,11 \cdot 10^5 \text{ eV}$ , takže nemusíme použít relativistického vzorce pro kinetickou energii elektronu.) Vypočteme, že  $v = 2,81 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , a po dosazení do rov. (29.22) dostaneme

$$\begin{aligned} p &= (2,81 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}) (\cos 65,5^\circ) \cdot \\ &\cdot \frac{2\pi (9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})}{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}) (4,55 \cdot 10^{-4} \text{ T})} = \\ &= 9,16 \text{ cm}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

## 29.6 CYKLOTRONY A SYNCHROTRONY

Otázka struktury hmoty zajímala fyziky odedávna. Jeden ze způsobů, jak získat odpověď na tuto otázku, spočívá

v tom, že necháme urychlenou nabitou částici (např. proton) dopadnout na pevný terčik. Ještě výhodnější je sestavit experiment tak, aby se mohly dva velmi urychlené protony čelně srazit. Potom můžeme z rozboru zbytků po takových srážkách poznávat vlastnosti subatomových částic hmoty. Nobelovy ceny za fyziku v roce 1976 a 1984 byly uděleny právě za takové studie.

Jak můžeme udělit protonu dostatečnou kinetickou energii? Přímý a nejjednodušší způsob spočívá v tom, že necháme částici (např. proton) s nábojem  $Q$  prolétnout mezi místy s potenciálovým rozdílem  $U$ , což zvýší její kinetickou energii o hodnotu  $QU$ . Chceme-li však získávat stále větší energii, čekají nás stále větší těžkosti při vytváření potřebného napětí  $U$ .

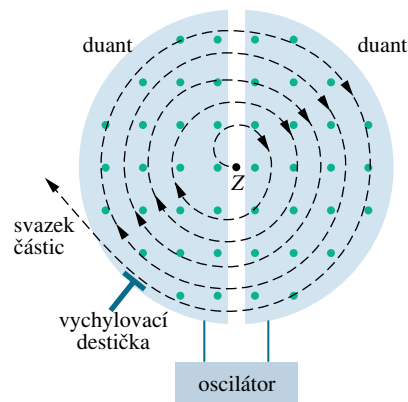
Lépe je sestavit experiment tak, aby proton obíhal po kružnici v magnetickém poli, a dodávat mu elektrickým polem malý impulz („postrčení“) při každé otočce. Otočí-li se například proton stokrát v magnetickém poli a získá-li přírůstek energie 100 keV při každém oběhu, bude končit svoje urychlování s kinetickou energií 10 MeV. Na tomto principu jsou založena dvě velmi užitečná zařízení.

## Cyklotron

Obr. 29.15 znázorňuje pohled shora na **cyklotron**, ve kterém obíhají nabitě částice (například protony). Dva duté půlválce ve tvaru písmene D, otevřené na rovné straně, jsou vyrobeny z neferomagnetického, elektricky vodivého materiálu (např. měděných plechů) a nacházejí se v ploché vakuové komoře. Tyto tzv. duanty jsou části elektrického oscilátoru, který vytváří střídavé napětí ve štěrbině mezi nimi. Celá komora i s duanty se nachází mezi rozsáhlými póly (o průměru až několika metrů) silného elektromagnetu (např.  $B = 1,5$  T). Na obr. 29.15 je pole kolmé k rovině obrázku a má směr k nám.

Předpokládejme, že proton, který vylétl ze zdroje  $Z$  ve středu cyklotronu, se počátku pohybuje směrem k záporně nabitému levému duantu. Jeho pohyb bude zrychlený. Když ale vletí dovnitř, nebude na něj působit elektrické pole, neboť prostor v duantu je proti elektrickému poli stíněn. Magnetické pole však není duantem odstíněno, neboť měď je diamagnetická (viz kap. 32), takže proton se bude v duantu pohybovat po kruhové trajektorii, jejíž poloměr (závislý na rychlosti) je dán rov. (29.16), tj. má velikost  $r = mv/QB$ .

Během doby, kdy proton letí uvnitř levého duantu, změníme polaritu napětí mezi oběma duanty. Proton tedy bude mít *opět* před sebou záporně nabitý duant a bude znovu urychlován. Tento proces pokračuje, obíhající proton stále drží krok s oscilacemi napětí mezi duanty, dokud se nedostane po spirálovité trajektorii k okraji duantu a nevyletí ven z cyklotronu.



**Obr. 29.15** Schematické znázornění cyklotronu se zdrojem částic  $Z$  a oběma duanty. Homogenní magnetické pole je kolmé k rovině obrázku a směřuje k nám. Protony obíhají po spirálovité trajektorii a získávají energii pokaždé, když procházejí štěrbinou mezi duanty.

Aby cyklotron takto úspěšně urychloval protony, musí být frekvence  $f$ , se kterou proton obíhá v magnetickém poli (a která podle rov. (29.18) *nezávisí* na jeho rychlosti), rovna frekvenci  $f_{osc}$  elektrického oscilátoru, čili musí platit

$$f = f_{osc} \quad (\text{rezonanční podmínka}). \quad (29.23)$$

Má-li totiž energie obíhajícího protonu vzrůstat, musí být frekvence  $f_{osc}$  jednotlivých „postrčení“ rovna frekvenci, se kterou proton obíhá v magnetickém poli.

Zkombinujeme-li rov. (29.18) a (29.23), můžeme napsat rezonanční podmínku ve tvaru

$$QB = 2\pi m f_{osc}. \quad (29.24)$$

Náboj  $Q$  je vždy konstantní. V nerelativistickém případě je konstantní i hmotnost  $m$  částice. Oscilátor pracuje na jediné pevné frekvenci  $f_{osc}$ . Cyklotron potom ladíme pomocí změny  $B$ , dokud není splněna rov. (29.24) a neobjeví se svazek urychlených protonů.

## Protonový synchrotron

Pokud mají protony energii vyšší než cca 50 MeV, začínají klasické cyklotrony selhávat z principiálních důvodů. Základním předpokladem pro činnost cyklotronu je totiž nezávislost frekvence obíhání nabitě částice na její rychlosti. To ale platí pouze pro rychlosti mnohem menší, než je rychlost světla. Pokud částice dosahují velkých rychlostí, musíme považovat problém za relativistický.

Z teorie relativity plyne, že obíhající nabitě částice, jejíž rychlost se blíží rychlosti světla, má hmotnost větší, než když byla v klidu. Podle rov. (29.24) tedy potřebuje stále

delší dobu k vykonání jednoho oběhu a její frekvence obíhání postupně klesá. Velmi rychlé protony tedy „vypadnou z rytmu“ frekvence cyklotronového oscilátoru (která je, jak již bylo uvedeno, konstantní). Nakonec přestane energie urychlovaného protonu růst.

Existuje však ještě další problém. Chceme-li například, aby proton získal energii 500 GeV v magnetickém poli o indukci 1,5 T, musel by se pohybovat po kruhové dráze o poloměru 1,1 km. Magnet konvenčního cyklotronu, který by protony urychloval na tuto energii, by byl neúnosně drahý, plocha jeho pólových nástavců by musela být velmi rozsáhlá, asi  $4 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ .

*Protonový synchrotron* je založen na principu, který odstraňuje obě tyto nevýhody. Velikost indukce  $B$  magnetického pole ani frekvence oscilátoru  $f_{\text{osc}}$  nejsou v tomto případě konstantní, jako tomu je u konvenčního cyklotronu. Synchrotron je navržen tak, aby se obě veličiny mohly během urychlovacího cyklu s časem měnit, což způsobí, že (1) frekvence obíhajícího protonu zůstává v rezonanci s oscilátorem po celou dobu urychlování, (2) protony se pohybují po kruhové trajektorii (a nikoli po spirále, jako tomu bylo v případě cyklotronu). Potom stačí, aby se magnetické pole nacházelo pouze podél této kružnice a nikoli na celé ploše kruhu (o obsahu např.  $4 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ ). Kružnice však musí mít velký poloměr, má-li být dosaženo vysokých energií. Protonový synchrotron ve Fermiho národní laboratoři urychlovačů (Fermilab) v Illinois (obr. 29.16) má obvod 6,3 km a může produkovat protony s energií přibližně  $1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$ .



Obr. 29.16 Letecký pohled na Fermilab

### PŘÍKLAD 29.5

Předpokládejme, že cyklotron pracuje s frekvencí oscilátoru 12 MHz a má poloměr duantu  $R = 53 \text{ cm}$ .

(a) Jak silné magnetické pole je potřeba k tomu, aby mohly být v tomto cyklotronu urychlovány deuterony?

**ŘEŠENÍ:** Deuteron má stejný náboj jako proton, ale asi dvakrát větší hmotnost ( $m \doteq 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ). Na základě rov. (29.24) můžeme psát

$$B = 2\pi m \frac{f_{\text{osc}}}{Q} = \frac{2\pi(3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg})(12 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1})}{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})} = 1,57 \text{ T} \doteq 1,6 \text{ T}. \quad (\text{Odpověď})$$

Všimněte si, že chceme-li urychlit protony, musí být magnetická indukce asi dvakrát menší při téže frekvenci oscilátoru 12 MHz.

(b) Jaká je výsledná kinetická energie deuteronu?

**ŘEŠENÍ:** Z rov. (29.16) vypočteme rychlost deuteronu na kruhové dráze o poloměru  $R$ :

$$v = \frac{RQB}{m} = \frac{(0,53 \text{ m})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1,57 \text{ T})}{(3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg})} = 3,99 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Této rychlosti odpovídá kinetická energie

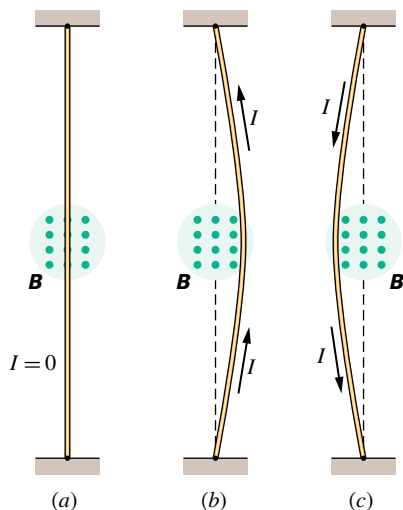
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg})(3,99 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 \cdot \left( \frac{1 \text{ MeV}}{1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J}} \right) = 16,6 \text{ MeV} \doteq 17 \text{ MeV}. \quad (\text{Odpověď})$$

## 29.7 AMPÉROVA SÍLA

Při výkladu Hallova jevu jsme ukázali, že magnetické pole působí „boční“ silou na pohybující se elektrony ve vodiči. Protože vodivostní elektrony nemohou vodič opustit, přenáší se tato síla na samotný vodič.

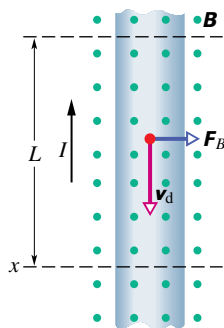
Na obr. 29.17a je svisle umístěný ohebný vodič, jímž protéká elektrický proud. Vodič je na obou koncích upevněn a nachází se mezi pólovými nástavci magnetu, jehož magnetické pole je kolmé k rovině obrázku a směřuje k nám. Na obr. 29.17b protéká proud vodičem směrem nahoru: vodič je vychylován směrem doprava. Na obr. 29.17c je obrácen směr proudu a vodič se vychyluje doleva.

Na obr. 29.18 je znázorněn malý úsek vodičů z obrázku 29.17. Sledujme jeden z vodivostních elektronů, pohybující se driftovou rychlostí  $v_d$  směrem dolů. Podle



**Obr. 29.17** Na obrázku je ohebný vodič, umístěný mezi pólovými nastavci magnetu. (a) Neprotéká-li vodičem proud, je vodič rovný. (b) Teče-li vodičem proud směrem nahoru, prohne se doprava. (c) Teče-li vodičem proud směrem dolů, prohne se doleva. Kontakty pro přívod proudu na obou koncích vodiče nejsou zakresleny.

rov. (29.3) pro  $\varphi = 90^\circ$  zjistíme, že na něj bude působit síla  $F_B$  o velikosti  $Qv_dB$ . Z rov. (29.2) plyne, že tato síla směřuje doprava, takže můžeme očekávat, že na vodič jako celek bude působit síla směrem doprava (v souladu s obr. 29.17b).



**Obr. 29.18** Detailnější pohled na úsek vodiče z obr. 29.17b. Elektrický proud teče směrem nahoru, což znamená, že elektrony se pohybují driftovým pohybem směrem dolů. Magnetické pole, kolmé na rovinu obrázku, má směr k nám a způsobuje, že elektrony i s vodičem jsou vychylovány směrem doprava.

Jestliže bychom na obr. 29.18 obrátili *buď* směr magnetického pole, *nebo* směr elektrického proudu, změnil by se směr síly působící na vodič a ta by směřovala nyní doleva. Všimněte si, že výsledek nezáleží na tom, zda uvažujeme záporné náboje, pohybující se ve vodiči směrem dolů (případ demonstrováný na obrázku), nebo kladné náboje,

pohybující se směrem nahoru. Směr vychylující síly, působící na vodič, je týž. Neuděláme tedy chybu, budeme-li se držet dohodnutého směru proudu, který odpovídá pohybu kladných nosičů náboje.

Uvažujme úsek přímého vodiče na obr. 29.18. Vodičtovní elektrony v tomto úseku vodiče se budou pohybovat driftovou rychlostí dolů kolmo k řezu  $x$  po dobu  $t = L/v_d$ . Za tuto dobu projde řezem náboj

$$Q = It = \frac{IL}{v_d}.$$

Dosadíme-li tento výsledek do rov. (29.3), dostaneme

$$\begin{aligned} F_B &= Qv_dB \sin \varphi = \\ &= \frac{IL}{v_d} v_d B \sin 90^\circ, \end{aligned}$$

odkud

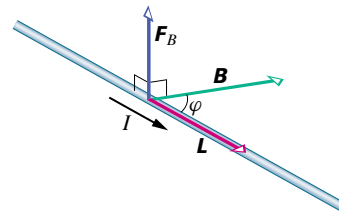
$$F_B = ILB. \quad (29.25)$$

Tato rovnice určuje sílu, kterou působí magnetické pole o indukci  $B$  na úsek přímého vodiče délky  $L$  protéčený proudem  $I$  a ležícím v rovině kolmé k  $B$ .

Jestliže magnetické pole není kolmé k vodiči (obrázek 29.19), bude magnetická síla dána zobecněním rovnice (29.25). S užitím vektorů dostáváme vztah

$$\mathbf{F}_B = I\mathbf{L} \times \mathbf{B} \quad (\text{síla působící na vodič protékaný proudem}), \quad (29.26)$$

ktej je v souladu s rov. (29.2). Vektor délky  $L$  má směr totožný se směrem proudu. Rov. (29.26) je ekvivalentní s rov. (29.2) v tom smyslu, že kterákoli z nich může být chápána jako definiční vztah pro indukci magnetického pole  $B$ . V normě a v metrologii však definujeme magnetickou indukci  $B$  pomocí rov. (29.26), neboť je mnohem snadnější měřit magnetickou sílu působící na vodič s proudem než sílu působící na osamělou pohybující se nabitou částici.



**Obr. 29.19** Přímým vodičem délky  $L$  protéká proud  $I$ . Vodiči přiřadíme vektor  $L$  ve směru proudu. Svírá-li  $L$  úhel  $\varphi$  se směrem magnetické indukce  $B$ , pak na vodič působí Ampérova síla  $F_B = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$ .

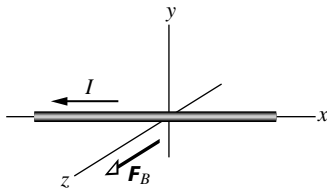
Není-li vodič přímý, můžeme jej myšleně rozdělit na infinitezimální délkové elementy  $d\mathbf{s}$  a použít rov. (29.26)

pro každý z nich:

$$d\mathbf{F}_B = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}. \quad (29.27)$$

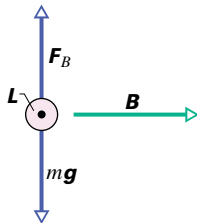
Výslednou sílu působící na proudovodič libovolného tvaru, můžeme získat integrací rov. (29.27). Sílu vyjádřenou rov. (29.26), resp. (29.27) nazýváme *Ampérova síla*.

**KONTROLA 5:** Na obrázku je zakreslen vodič protékáný proudem  $I$ , nacházející se v magnetickém poli  $\mathbf{B}$ , a Ampérova síla  $\mathbf{F}_B$  působící na vodič. Magnetické pole je orientováno tak, že síla je maximální. Jaký směr má magnetická indukce?



### PŘÍKLAD 29.6

Přímým vodorovným měděným vodičem protéká proud  $I = 28$  A. Určete magnetickou indukci  $\mathbf{B}$ , jejíž velikost bude mít minimální hodnotu potřebnou k tomu, aby se vodič vznášel, tj. k tomu, aby tíhová síla byla vykompenzována Ampérovou silou? Délková hustota vodiče je  $46,6 \text{ g}\cdot\text{m}^{-1}$ .



**Obr. 29.20** Příklad 29.6. Vodič protékáný proudem (znázorněn průřez) se může vznášet — „levitovat“ — v magnetickém poli. Proud ve vodiči je kolmý k rovině obrázku a teče směrem k nám; magnetická indukce má směr doprava.

**ŘEŠENÍ:** Na obr. 29.20 je znázorněna situace pro úsek vodiče délky  $L$ , kterým protéká proud kolmo k rovině obrázku směrem k nám. Zadání splňuje vektor magnetické indukce, který leží ve vodorovné rovině, je kolmý k vodiči a míří doprava.

Aby byla Ampérova síla v rovnováze s tíhovou silou působící na úsek vodiče, musí platit  $F_B = mg$ , kde  $m$  je hmotnost tohoto úseku. Po dosazení za  $F_B$  z rov. (29.25) dostaneme

$$ILB = mg$$

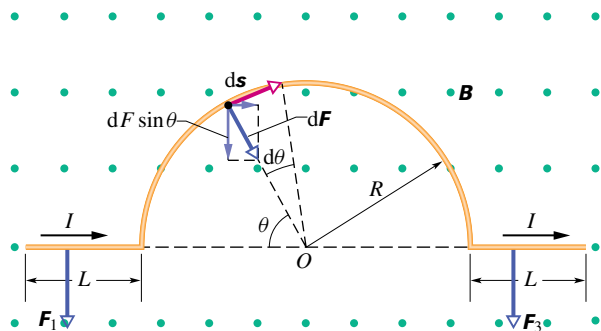
a odtud

$$B = \frac{(m/L)g}{I} = \frac{(46,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1})(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})}{(28 \text{ A})} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ T}. \quad (\text{Odpověď})$$

Tato hodnota je asi 160krát větší než velikost indukce magnetického pole Země.

### PŘÍKLAD 29.7

Na obr. 29.21 je vodič, jehož střední část má tvar půlkružnice. Celý vodič se nachází v homogenním magnetickém poli  $\mathbf{B}$ , které je kolmé k rovině obrázku a míří k nám. Jaká výsledná Ampérova síla  $\mathbf{F}$  působí na tento vodič, protéká-li jím proud  $I$ ?



**Obr. 29.21** Příklad 29.7. Úsek vodiče s proudem  $I$  se nachází v magnetickém poli. Výsledná Ampérova síla, která na něj působí, směřuje dolů.

**ŘEŠENÍ:** Síla, která působí na každý ze dvou přímých úseků vodiče, má velikost danou rov. (29.25)

$$F_1 = F_3 = ILB$$

a směřuje dolů, jak ukazují vektory sil  $\mathbf{F}_1$  a  $\mathbf{F}_3$  na obr. 29.21.

Na infinitezimální délkový element  $d\mathbf{s}$  centrálního oblouku působí podle rov. (29.27) síla  $d\mathbf{F}$ , jejíž velikost je

$$dF = IB ds = IB(R d\theta)$$

a která směřuje radiálně k bodu  $O$ , tj. ke středu oblouku. Ve výsledné síle se projeví pouze složka síly  $dF \sin \varphi$  působící dolů. Vodorovná složka této síly se vyruší s vodorovnou složkou síly, která působí na element oblouku symetricky položený (vzhledem k ose symetrie půlkružnice).

Celková síla působící na půlkružnici směřuje dolů a má velikost

$$\begin{aligned} F_2 &= \int_0^\pi dF \sin \theta = \int_0^\pi (IBR d\theta) \sin \theta = \\ &= IBR \int_0^\pi \sin \theta d\theta = 2IBR. \end{aligned}$$

Výsledná síla působící na celý vodič, je potom

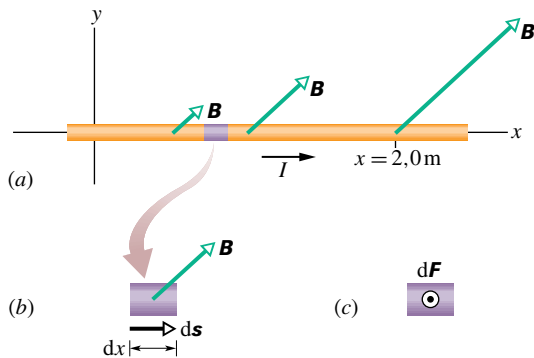
$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 + F_3 = ILB + 2IBR + ILB = \\ &= 2IB(L + R). \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$



Všimněte si, že tato síla je rovna síle, která by působila na přímý vodič délky  $2(L + R)$ . Lze dokázat, že to platí bez ohledu na to, jaký tvar má střední část vodiče.

### PŘÍKLAD 29.8

Na obr. 29.22a je vodič, kterým protéká proud  $I = 6,0 \text{ A}$  v kladném směru osy  $x$ . Vodič se nachází v nehomogenním magnetickém poli charakterizovaném vektorem magnetické indukce  $\mathbf{B} = (2,0x\mathbf{i} + 2,0x\mathbf{j}) \text{ T}\cdot\text{m}^{-1}$ , kde  $\mathbf{B}$  i  $x$  jsou vyjádřeny v jednotkách SI. Určete Ampérovu sílu  $\mathbf{F}_B$  působící na úsek vodiče ohraničený souřadnicemi  $x = 0$  a  $x = 2,0 \text{ m}$ .



**Obr. 29.22** Příklad 29.8. (a) Vodič protékáný proudem  $I$  se nachází v nehomogenním magnetickém poli  $\mathbf{B}$ . (b) Infinitesimální délkový element  $d\mathbf{s}$  o velikosti  $dx$ . (c) Síla  $d\mathbf{F}$  působící na element definovaný v (b) způsobená magnetickým polem. Tato síla je kolmá k rovině obrázku a má směr k nám.

**ŘEŠENÍ:** Poněvadž magnetické pole podél vodiče je nehomogenní, musíme rozdělit vodič na infinitesimální úseky a potom použít rov. (29.27) k určení síly  $d\mathbf{F}_B$ , která působí na každý takový úsek. Nakonec sečteme (integraci) síly  $d\mathbf{F}_B$  a najdeme tím celkovou Ampérovu sílu  $\mathbf{F}_B$  působící na celý úsek vodiče.

Na obr. 29.22b je infinitesimální délkový element  $d\mathbf{s}$  vodiče. Tento vektor má délku  $dx$  a směr elektrického proudu (tj. kladný směr osy  $x$ ). Můžeme ho tedy napsat ve tvaru

$$d\mathbf{s} = dx\mathbf{i}. \quad (29.28)$$

Podle rov. (29.27) je síla  $d\mathbf{F}_B$  působící na element  $dx$  vodiče rovna

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_B &= I d\mathbf{s} \times \mathbf{B} = \\ &= I(dx\mathbf{i}) \times (2,0x\mathbf{i} + 2,0x\mathbf{j}) = \\ &= I dx(2,0x(\mathbf{i} \times \mathbf{i}) + 2,0x(\mathbf{i} \times \mathbf{j})) = \\ &= I dx(0 + 2,0x\mathbf{k}) = 2,0Ix dx\mathbf{k}, \end{aligned} \quad (29.29)$$

kde konstantě 2,0 přísluší jednotka tesla na metr. Z tohoto výsledku vidíme, že magnetická síla nezávisí na  $x$ -ové složce

vektoru  $\mathbf{B}$  (neboť tato složka má stejný směr jako proud). Rovněž vidíme, že magnetická síla  $d\mathbf{F}_B$ , působící na element  $dx$  vodiče, má směr rovnoběžný s kladným směrem osy  $z$  (na obr. 29.22c směrem k nám) a její velikost je  $dF_B = (2,0Ix dx) \text{ T}\cdot\text{m}^{-1}$ .

Poněvadž směr síly  $d\mathbf{F}_B$  je stejný pro všechny elementy  $dx$  vodiče, můžeme najít velikost celkové síly sečtením velikostí všech sil  $dF_B$  od  $x = 0$  po  $x = 2,0 \text{ m}$ :

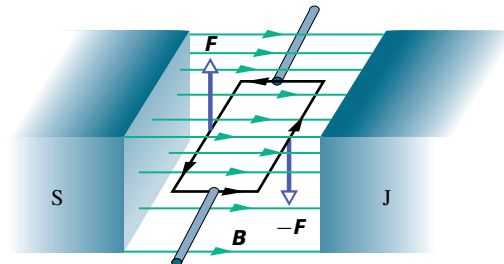
$$\begin{aligned} F_B &= \int dF_B = \int_0^{2,0} (2,0 \text{ T}\cdot\text{m}^{-1})Ix dx = \\ &= (2,0 \text{ T}\cdot\text{m}^{-1})I \left[ \frac{1}{2}x^2 \right]_0^{2,0} = \\ &= (2,0 \text{ T}\cdot\text{m}^{-1})(6,0 \text{ A})\left(\frac{1}{2}\right)(2,0 \text{ m})^2 = 24(\text{T}\cdot\text{A}\cdot\text{m}) = \\ &= 24 \text{ N}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Tato síla má směr kladné osy  $z$ .

## 29.8 MOMENT SÍLY PŮSOBÍCÍ NA PROUDOVOU SMYČKU

Průmysl všech zemí světa využívá práci elektrických motorů. Síly, které konají tuto práci, jsou síly, kterými magnetické pole působí na vodič protékáný proudem, které jsme studovali v předcházejícím odstavci.

Na obr. 29.23 je znázorněn princip jednoduchého elektromotoru, skládajícího se ze smyčky protékáné proudem (proudové smyčky) umístěné v magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$ . Na smyčce působí dvě magnetické síly  $\mathbf{F}$  a  $-\mathbf{F}$  tak, že vytvářejí silový moment, který způsobí otáčení smyčky. Třebaže jsme vynechali mnoho podstatných konstrukčních detailů, vysvětluje obrázek dostatečně dobře působení magnetického pole na proudovou smyčku. Rozeberme je podrobněji.



**Obr. 29.23** Základní prvky elektrického motoru. Pravoúhlá smyčka protékáná proudem, volně otáčivá kolem pevné osy, se nachází v magnetickém poli. Komutátor (není zakreslen) mění směr proudu každou polovinu otáčky, takže silový moment má vždy tentýž směr.

Na obr. 29.24a je (nedeforovatelná) obdélníková smyčka se stranami  $a$  a  $b$ , kterou protéká proud  $I$  a která se nachází v homogenním magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$ . Umístíme ji tak, že její delší strany, označené 1 a 3, jsou vždy kolmé ke směru pole (které je kolmé k rovině obrázku a směřuje od nás), na rozdíl od krátkých stran, označených 2 a 4, které v obecné poloze nejsou k poli kolmé. Vodiče, přivádějící proud do smyčky a ven z ní, jsou ovšem nutné, ale pro přehlednost nejsou na obrázku zakresleny.

Abychom mohli popsat orientaci smyčky v magnetickém poli, zavádíme vektor normály  $\mathbf{n}$ , který je kolmý k ploše smyčky. Obr. 29.24b ukazuje použití pravidla pravé ruky k určení směru  $\mathbf{n}$ : orientujeme-li ohnuté prsty pravé ruky ve směru elektrického proudu ve smyčce, ukáže vztyčený palec potom směr vektoru  $\mathbf{n}$ .

Nechť vektor  $\mathbf{n}$  smyčky svírá úhel  $\theta$  s vektorem magnetické indukce  $\mathbf{B}$  (obr. 29.24c). Nalezneme celkovou sílu a celkový moment sil působících na smyčku v této poloze.

Výsledná síla je rovna vektorovému součtu sil působících na každou ze čtyř stran smyčky. V případě strany 2 má vektor  $\mathbf{L}$ , vystupující v rov. (29.26), směr proudu a jeho velikost je  $b$ . Úhel mezi vektory  $\mathbf{L}$  a  $\mathbf{B}$  pro stranu 2 je  $90^\circ - \theta$  (obr. 29.24c). Velikost síly působící na tuto stranu je

$$F_2 = IbB \sin(90^\circ - \theta) = IbB \cos \theta. \quad (29.30)$$

Snadno se přesvědčíme o tom, že síla  $\mathbf{F}_4$ , působící na stranu 4, má stejnou velikost jako síla  $\mathbf{F}_2$ , ale opačný směr. Síly  $\mathbf{F}_2$  a  $\mathbf{F}_4$  se tedy vyruší. Jejich výslednice je nulová. A protože spojnice jejich působišť leží v ose smyčky, bude jejich výsledný silový moment rovněž nulový.

Situace je odlišná pro strany 1 a 3. Pro ně je velikost obou sil  $\mathbf{F}_1$  a  $\mathbf{F}_3$  rovna  $IaB$ , směry však mají opačné, takže nemohou uvést smyčku do posuvného pohybu

nahoru nebo dolů. Avšak, jak je ukázáno na obr. 29.24c, *neleží* tyto dvě síly na společné přímce, takže vytvářejí nenulový výsledný moment sil. Tento moment se snaží otočit smyčku tak, aby normálový vektor  $\mathbf{n}$  měl směr magnetické indukce  $\mathbf{B}$ . Rameno každé ze sil vůči ose otáčení je  $(b/2) \sin \theta$ , a tedy velikost výsledného momentu  $M'$  obou sil  $\mathbf{F}_1$  a  $\mathbf{F}_3$  je (obr. 29.24c)

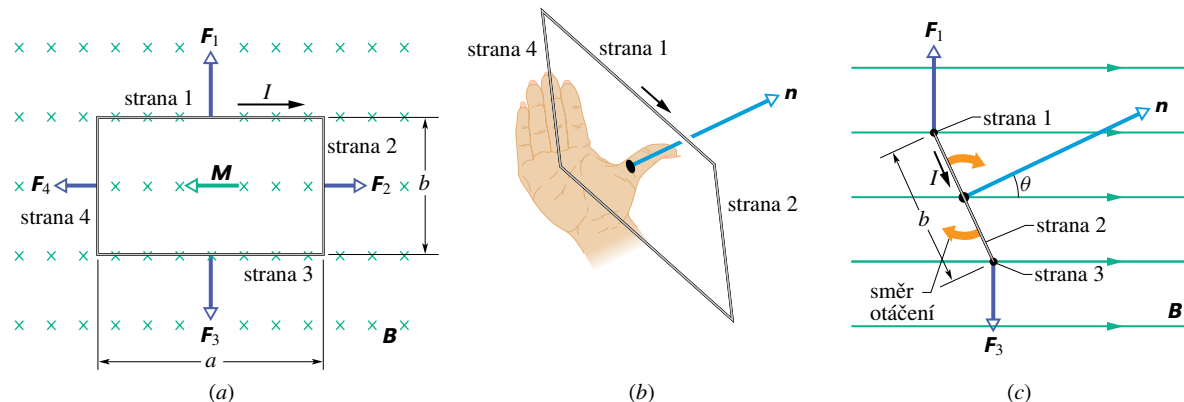
$$\begin{aligned} M' &= \left( IaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) + \left( IaB \frac{b}{2} \sin \theta \right) = \\ &= IabB \sin \theta. \end{aligned}$$

Nyní nahradíme jednu smyčku *cívkou*, složenou z  $N$  smyček neboli *závitů*. Dále předpokládáme, že závity jsou vinuty dostatečně těsně k sobě, takže je můžeme chápat tak, jako by měly tentýž rozměr a ležely v jedné rovině. Potom říkáme, že tvoří *plochou cívku*. Na každý ze závitů působí moment  $M'$ , takže celkový moment působící na plochou cívku je

$$M = NM' = NIabB \sin \theta = (NIS)B \sin \theta, \quad (29.31)$$

kde  $S = ab$  je obsah plochy ohraničené jedním závitkem cívky. Veličiny v závorkách ( $NIS$ ) jsme záměrně zařadili k sobě, neboť všechny charakterizují vlastnosti cívky; je to počet závitů, proud tekoucí cívkou a obsah plochy jednoho závitu. Dá se ukázat, že rov. (29.31) platí pro všechny ploché cívky bez ohledu na jejich tvar za předpokladu, že magnetické pole je homogenní.

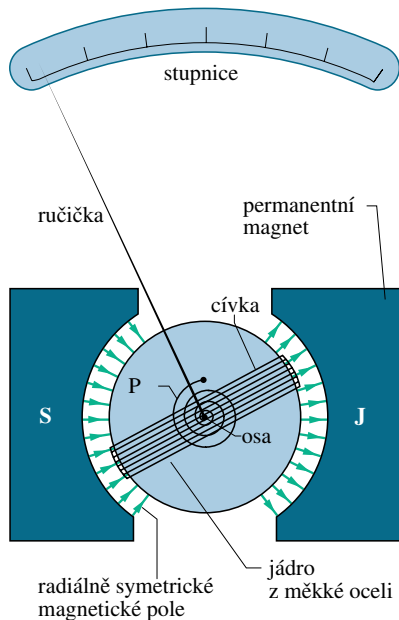
Zajímavé je sledovat pohyb vektoru  $\mathbf{n}$ , který má podle pravidla pravé ruky směr normály k rovině cívky. Z rov. (29.31) plyne, že magnetické pole bude plochou cívku protékanou proudem stáčet do polohy, ve které bude vektor  $\mathbf{n}$  souhlasně rovnoběžný se směrem magnetické indukce pole.



**Obr. 29.24** Obdélníková smyčka o délce  $a$  a šířce  $b$ , kterou protéká proud  $I$ , se nachází v homogenním magnetickém poli. Moment síly  $\mathbf{M}$  se snaží otočit normálový vektor  $\mathbf{n}$  do směru magnetického pole. (a) Smyčka, jak ji vidíme ze směru magnetického pole. (b) Pohled na smyčku z perspektivy. Je ukázáno použití pravidla pravé ruky, pomocí něhož lze stanovit směr  $\mathbf{n}$ : je kolmý na plochu smyčky. (c) Boční pohled na smyčku. Smyčka rotuje tak, jak je ukázáno na obrázku.

## PŘÍKLAD 29.9

Analogové voltmetry a ampérmetry pracují tak, že měří silový moment, kterým působí magnetické pole na cívku protékanou proudem. Ručička přístroje ukazuje na stupnici výsledek. Na obr. 29.25 je znázorněna podstata *galvanometru*, který je základem většiny analogových ampérmetrů a voltmetrů. Uvažovaná cívka je 2,1 cm vysoká a 1,2 cm široká, má 250 závitů a může se otáčet kolem osy kolmé k rovině obrázku v magnetickém poli o velikosti  $B = 0,23 \text{ T}$ , které je v rovině obrázku radiálně symetrické. Díky jádru je magnetické pole ve šterbině kolmé k normálovému vektoru roviny cívky, ať je cívka natočena jakkoli. Pružina P působí silou, jejíž moment vyrovnává moment magnetické síly, takže stejnosměrnému proudu  $I$  v cívce odpovídá jednoznačně určitá úhlová výchylka  $\varphi$ . Nechť proud  $100 \mu\text{A}$  způsobí úhlovou výchylku  $28^\circ$ . Jaká musí být torzní tuhost  $k_t$  pružiny, vystupující v rov. (16.24) ( $M = -k_t\varphi$ )?



**Obr. 29.25** Příklad 29.9. Základní součásti, z nichž se skládá galvanometr. Podle potřeby jej lze konstrukčně upravit na ampérmetr nebo voltmetr.

**ŘEŠENÍ:** Položíme-li velikost momentu magnetické síly z rov. (29.31) rovnu velikosti silového momentu vyvolaného pružinou, dostaneme

$$NISB \sin \theta = k_t \varphi, \quad (29.32)$$

ve kterém je  $\varphi$  úhlová výchylka cívky, resp. ručičky, a  $S = 2,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  je průřez cívky. Protože výsledné magnetické pole procházející cívkou je vždy kolmé k normálovému vektoru cívky, je  $\theta = 90^\circ$ .

Z rov. (29.32) dostaneme

$$\begin{aligned} k_t &= NISB \frac{\sin \theta}{\varphi} = \\ &= (250)(100 \cdot 10^{-6} \text{ A})(2,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot \\ &\quad \cdot \frac{(0,23 \text{ T})(\sin 90^\circ)}{(28^\circ)(2\pi/360^\circ)} = \\ &= 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

Moderní ampérmetry a voltmetry jsou ovšem většinou přístroje digitální s přímým čtením hodnoty měřené veličiny a pracují na jiném principu, který nepoužívá otáčivé cívky.

## 29.9 MAGNETICKÝ DIPÓL

Cívku protékanou proudem, s níž jsme se setkali v předcházejícím článku, můžeme charakterizovat pomocí jejího **magnetického dipólového momentu**  $\mu$ . Směr  $\mu$  je stejný jako je směr normálového vektoru  $\mathbf{n}$  k ploše cívky (obr. 29.24c). Velikost  $\mu$  definujeme vztahem:

$$\mu = NIS \quad (\text{magnetický dipólový moment}). \quad (29.33)$$

Rov. (29.31) pak můžeme zapsat ve tvaru

$$M = \mu B \sin \theta, \quad (29.34)$$

kde  $\theta$  je úhel mezi vektory  $\mu$  a  $\mathbf{B}$ .

To vše lze vystihnout vektorovým zápisem

$$\mathbf{M} = \mu \times \mathbf{B}, \quad (29.35)$$

což velmi připomíná podobný vztah pro moment síly, kterým působí *elektrické* pole na *elektrický* dipól, tj. rov. (23.34):

$$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}.$$

Obecně lze říci, že silový moment způsobený vnějším polem — ať už elektrickým nebo magnetickým — je roven vektorovému součinu příslušného dipólového momentu  $\mathbf{p}$ , resp.  $\mu$  s vektorem  $\mathbf{E}$ , resp.  $\mathbf{B}$ , charakterizujícím odpovídající pole.

Protože magnetické pole působí na magnetický dipól (jakým je cívka, kterou protéká proud) momentem síly, koná se při otáčení dipólu práce. Magnetický dipól má tedy určitou **potenciální energii**, která závisí na jeho orientaci vůči poli. Pro elektrické dipóly jsme ukázali (rov. (23.38)), že

$$E_p(\theta) = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}.$$

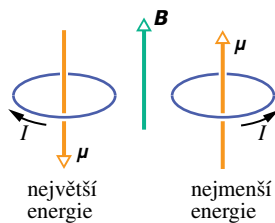
Analogicky platí pro případ magnetického pole

$$E_p(\theta) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \quad (\text{potenciální energie magnetického dipólu}). \quad (29.36)$$

Magnetický dipól má nejmenší potenciální energii  $E_{p,\min} = -\boldsymbol{\mu} B \cdot \cos 0^\circ = -\boldsymbol{\mu} B$ , když je jeho dipólový moment  $\boldsymbol{\mu}$  rovnoběžný se směrem magnetického pole (obr. 29.26). Jeho největší energie  $E_{p,\max} = -\boldsymbol{\mu} B \cos 180^\circ = +\boldsymbol{\mu} B$  odpovídá případu, že  $\boldsymbol{\mu}$  má opačný směr než vektor pole. Rozdíl energií mezi těmito dvěma orientacemi magnetického dipólu je

$$\Delta E_p = (+\boldsymbol{\mu} B) - (-\boldsymbol{\mu} B) = 2\boldsymbol{\mu} B. \quad (29.37)$$

Takovou práci musí vykonat vnější síla při otočení magnetického dipólu o  $180^\circ$  z počáteční polohy, v níž má dipól souhlasný směr s magnetickým polem.



**Obr. 29.26** Orientace odpovídající největší a nejmenší energii magnetického dipólu ve vnějším magnetickém poli  $\mathbf{B}$ . Směr magnetického dipólového momentu  $\boldsymbol{\mu}$  je určen směrem proudu  $I$  pomocí pravidla pravé ruky, názorně ukázaného na obr. 29.24b.

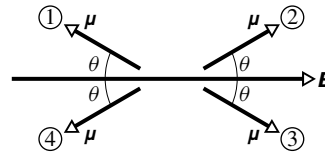
Dosud jsme se zabývali pouze cívkou jako konkrétní realizací magnetického dipólu. Avšak i jednoduchý tyčový magnet je magnetickým dipólem stejně jako rotující nabitá koule. I samotnou planetu Zemi můžeme pokládat za magnetický dipól. Také většina elementárních částic včetně elektronu, protonu a neutronu má svůj magnetický dipólový moment. Pro srovnání uvádíme velikosti některých magnetických dipólových momentů (tab. 29.2):

**Tabulka 29.2** Některé magnetické dipólové momenty

Malý tyčový magnet	$5 \text{ A}\cdot\text{m}^2$
Země	$8,0 \cdot 10^{22} \text{ A}\cdot\text{m}^2$
Proton	$1,4 \cdot 10^{-26} \text{ A}\cdot\text{m}^2$
Elektron	$9,3 \cdot 10^{-24} \text{ A}\cdot\text{m}^2$

**KONTROLA 6:** Na obrázku jsou čtyři orientace magnetického dipólového momentu  $\boldsymbol{\mu}$  charakterizované úhlem  $\theta$ , který svírá magnetický moment se směrem magnetické indukce  $\mathbf{B}$  vnějšího magnetického pole. Seřadte sestupně tyto orientace (a) podle velikosti momentu

působícího na dipól a (b) podle potenciální energie dipólu.



### PŘÍKLAD 29.10

(a) Jaký je magnetický dipólový moment cívky (př. 29.9), když jí protéká proud  $100 \mu\text{A}$ ?

**ŘEŠENÍ:** Velikost magnetického dipólového momentu cívky o příčném průřezu  $S = 2,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , je

$$\begin{aligned} \mu &= NIS = \\ &= (250)(100 \cdot 10^{-6} \text{ A})(2,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) = \\ &= 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ A}\cdot\text{m}^2 = 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

(Dokažte, že použité dvojí vyjádření jednotky je identické. Druhá z těchto jednotek plyne ihned z rov. (29.36).)

Směr  $\boldsymbol{\mu}$ , jak plyne z obr. 29.25, je totožný se směrem ručičky přístroje. Lze to ověřit následující úvahou: Budeme-li předpokládat, že  $\boldsymbol{\mu}$  má směr této ručičky, bude moment síly vyjádřený rov. (29.35) takový, že se ručička přístroje bude skutečně pohybovat ve směru otáčení hodinových ručiček podél stupnice přístroje.

(b) Nechť má magnetický dipólový moment cívky galvanometru stejný směr jako vnější magnetické pole, jehož indukce je  $0,85 \text{ T}$ . Jak velké práce je potřeba na otočení cívky o  $180^\circ$ ?

**ŘEŠENÍ:** Potřebná práce je rovna přírůstku potenciální energie magnetického dipólu. Z rov. (29.37) dostaneme

$$\begin{aligned} W_{\text{ext}} &= E_p(180^\circ) - E_p(0^\circ) = \Delta E_p = 2\boldsymbol{\mu} B = \\ &= 2(6,3 \cdot 10^{-6} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1})(0,85 \text{ T}) = \\ &= 10,7 \cdot 10^{-6} \text{ J} \doteq 11 \mu\text{J}, \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

což je přibližně rovno práci potřebné k vyzvednutí tabletky acylpyrinu do výšky  $3 \text{ mm}$ .

(c) Jaká je velikost maximálního momentu síly  $\mathbf{M}$ , kterým vnější magnetické pole o indukci  $\mathbf{B}$  působí na uvedenou cívku?

**ŘEŠENÍ:** Z rov. (29.34) plyne, že moment síly je maximální v případě, že  $\sin \theta = 1$ . Pak platí

$$\begin{aligned} M &= \boldsymbol{\mu} B \sin \theta = \\ &= (6,3 \cdot 10^{-6} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1})(0,85 \text{ T})(1) = \\ &= 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ J}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

## PŘEHLED & SHRNU TÍ

### Magnetická indukce

Magnetická indukce  $\mathbf{B}$  je definována pomocí síly  $\mathbf{F}_B$  působící na zkušební částici s nábojem  $Q$ , která se pohybuje rychlostí  $\mathbf{v}$  v magnetickém poli:

$$\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (29.2)$$

Jednotkou  $\mathbf{B}$  v soustavě SI je *tesla* (T):  $1 \text{ T} = 1 \text{ N} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ .

### Hallův jev

Umístíme-li do magnetického pole  $\mathbf{B}$  vodivý proužek průřezu  $S$  a šířky  $d$ , kterým protéká elektrický proud  $I$ , usadí se část nosičů náboje (z nichž každý má náboj o velikosti  $Q$ ) na bočních stranách vodiče a tím se vytvoří napětí  $U_H$ . Polaritu  $U_H$  určuje znaménko nosičů náboje; počet nosičů náboje v objemové jednotce vodiče (koncentrace nosičů náboje) lze vypočítat ze vztahu

$$n = \frac{BI d}{U_H S Q}. \quad (29.12)$$

### Nabitá částice pohybující se v magnetickém poli

Nabitá částice o hmotnosti  $m$  s nábojem  $Q$ , která se pohybuje rychlostí  $\mathbf{v}$  kolmo na indukci homogenního magnetického pole  $\mathbf{B}$ , koná rovnoměrný pohyb po kružnici. Použijeme-li Newtonova zákona na případ rovnoměrného pohybu po kružnici, dostaneme

$$QvB = \frac{mv^2}{r}. \quad (29.15)$$

Odtud můžeme určit poloměr  $r$  kružnice:

$$r = \frac{mv}{QB}. \quad (29.16)$$

Frekvence  $f$ , úhlová frekvence  $\omega$  a perioda  $T$  pohybu jsou spojeny vztahy

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{QB}{2\pi m}. \quad (29.19, 29.18, 29.17)$$

### Cyklotrony a synchrotrony

Cyklotron je urychlovač částic, ve kterém se využívá magnetické pole k udržení nabitě částice na kruhové dráze o postupně

vzrůstajícím poloměru tak, že nevelký urychlující elektrický potenciál může působit na částici opakovaně, a tím jí dodat vysokou energii. Poněvadž při rychlosti srovnatelné s rychlostí světla obíhající částice vypadne z rytmu frekvence oscilátoru cyklotronu, je energie dosažitelná cyklotronem omezena (tím více, čím je částice lehčí). Tyto těžkosti odstraní synchrotron, u kterého se jak velikost magnetické indukce  $B$ , tak i frekvence oscilátoru  $f_{\text{osc}}$  cyklicky mění, takže částice může dosáhnout nejen velké energie, ale může ji dosáhnout na dráze o konstantním poloměru.

### Ampérova síla

Na přímý vodič délky  $L$  s proudem  $I$ , nacházející se v homogenním magnetickém poli  $\mathbf{B}$ , působí síla

$$\mathbf{F}_B = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}. \quad (29.26)$$

Síla, kterou působí magnetické pole o indukci  $\mathbf{B}$  na element  $d\mathbf{s}$  vodiče protékaného proudem  $I$ , je

$$d\mathbf{F}_B = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}. \quad (29.27)$$

Směr vektoru  $\mathbf{L}$ , resp.  $d\mathbf{s}$ , je souhlasný se směrem proudu  $I$ .

### Moment síly působící na cívku s proudem

Na cívku protékanou proudem  $I$  působí magnetické pole o indukci  $\mathbf{B}$  momentem síly  $\mathbf{M}$ :

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}. \quad (29.35)$$

Zde  $\boldsymbol{\mu}$  je **magnetický dipólový moment** cívky; jeho směr je dán pravidlem pravé ruky a velikost je  $\mu = NIS$ , kde  $N$  je počet závitů cívky a  $S$  obsah plochy jednoho závitu.

### Potenciální energie magnetického dipólu

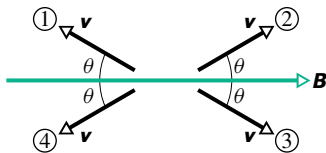
Magnetický dipól s momentem  $\boldsymbol{\mu}$  má v magnetickém poli  $\mathbf{B}$  potenciální energii  $E_p$ , která závisí na orientaci  $\boldsymbol{\mu}$  vůči  $\mathbf{B}$ :

$$E_p(\theta) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}, \quad (29.36)$$

kde  $\theta$  je úhel sevřený vektory  $\boldsymbol{\mu}$  a  $\mathbf{B}$ .

## OTÁZKY

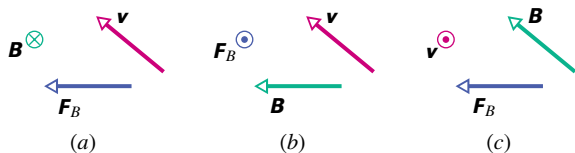
1. Na obr. 29.27 jsou znázorněny čtyři směry vektoru rychlosti  $\mathbf{v}$  záporně nabitě částice pohybující se pod úhlem  $\theta$  vzhledem ke směru homogenního magnetického pole. (a) Seřadte v sestupném pořadí tyto směry podle velikosti magnetické síly působící na částici. (b) Pro který z vektorů je tato síla kolmá k rovině obrázku a míří k nám?



Obr. 29.27 Otázka 1

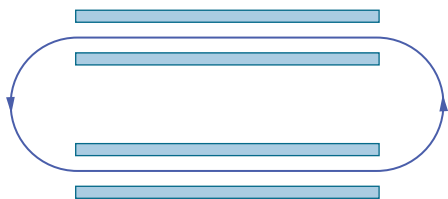
2. Mějme čtyři situace, které charakterizují pohyb protonu pohybujícího se rychlostí  $\mathbf{v}$  v homogenním magnetickém poli  $\mathbf{B}$ : (a)  $\mathbf{v} = (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a  $\mathbf{B} = 4\mathbf{k} \text{ T}$ , (b)  $\mathbf{v} = (3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a  $\mathbf{B} = -4\mathbf{k} \text{ T}$ , (c)  $\mathbf{v} = (3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a  $\mathbf{B} = 4\mathbf{i} \text{ T}$ , (d)  $\mathbf{v} = 20\mathbf{i} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a  $\mathbf{B} = -4\mathbf{i} \text{ T}$ . Seřadte v sestupném pořadí tyto situace podle velikosti magnetické síly působící na proton (výpočty proveďte z paměti).

3. Na obr. 29.28 jsou ukázány tři různé situace, ve kterých se kladná částice pohybuje rychlostí  $\mathbf{v}$  v homogenním magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$  a působí na ni magnetická síla  $\mathbf{F}_B$ . Pro každou situaci určete, zda orientace vektorů jsou z fyzikálního hlediska správně zakresleny.



Obr. 29.28 Otázka 3

4. Na obr. 29.29 je znázorněna dráha\* elektronu pohybujícího se v magnetickém poli. Dráha se skládá ze dvou přímkových a dvou půlkruhových částí. Přímkové části se nacházejí v oblastech homogenních elektrických polí, vytvořených pomocí elektricky nabitých rovnoběžných desek. Která z desek (a) horního, (b) dolního páru má vyšší potenciál? (c) Jaký směr má magnetická indukce?



Obr. 29.29 Otázka 4

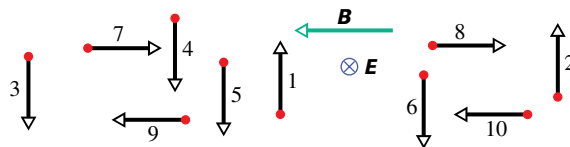
\* V částicové fyzice (a také v nebeské mechanice) se často užívá termín „dráha“ ve smyslu „trajektorie“.

5. V čl. 29.3 jsme se zabývali pohybem nabitě částice ve zkřížených polích, ve kterých síla elektrická  $\mathbf{F}_E$  a magnetická  $\mathbf{F}_B$  působí proti sobě. Zjistili jsme, že částice se v takovém případě pohybuje po přímce a její rychlost je dána rov. (29.7) ( $v = E/B$ ). Která z obou sil je větší, jestliže (a)  $v < E/B$ , (b)  $v > E/B$ ?

6. Na obr. 29.30 jsou zkrácená homogenní pole, elektrické s intenzitou  $\mathbf{E}$  a magnetické o indukci  $\mathbf{B}$ . Do oblasti, kde obě pole působí, vletá 10 různých nabitých částic (vektory jejich rychlostí nejsou zakresleny ve správném měřítku). V tab. 29.3 jsou uvedena znaménka nábojů a to, zda je jejich rychlost menší, nebo větší než poměr  $E/B$  (srov. otázku 5). Které částice se budou pohybovat kolmo k rovině obrázku směrem k nám v okamžiku, kdy situace v uspořádání částic a polí odpovídá obr. 29.30?

Tabulka 29.3 Otázka 6

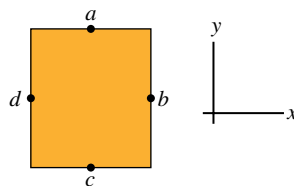
ČÁSTICE	NÁBOJ	RYCHLOST	ČÁSTICE	NÁBOJ	RYCHLOST
1	+	menší	6	-	větší
2	+	větší	7	+	menší
3	+	menší	8	+	větší
4	+	větší	9	-	menší
5	-	menší	10	-	větší



Obr. 29.30 Otázka 6

7. Letadlo letí směrem na západ od Brna, kde míří indukce  $\mathbf{B}$  magnetického pole Země k severu a je odkloněna dolů. (a) Na kterém křídle letadla, levém, nebo pravém, se budou pohybovat elektrony ve směru ke špičce křídla v důsledku působení magnetického pole? (b) Ke které špičce křídla, pravé, nebo levé, se budou pohybovat vodivostní elektrony, poletí-li letadlo směrem na východ?

8. Na obr. 29.31 je průřez vodičem, kterým protéká proud kolmo k rovině obrázku směrem od nás. (a) Kterou dvojici svorek ze

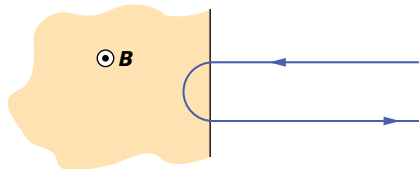


Obr. 29.31 Otázka 8

čtyř možných, označených ( $a, b, c, d$ ), použijete k měření Hallova napětí, jestliže magnetické pole působí v kladném směru osy  $x$ ? Nosiče náboje mají záporné znaménko a pohybují se kolmo k rovině obrázku směrem od nás. Která svorka z této vybrané

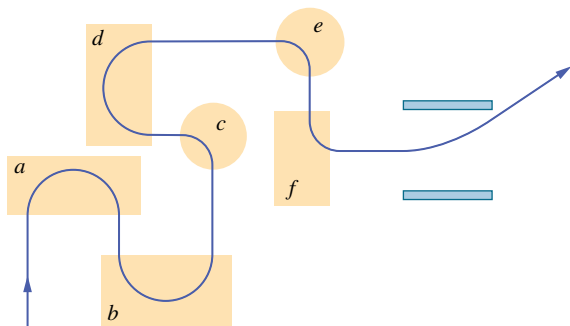
dvojice má vyšší potenciál? (b) Opakujte totéž pro magnetické pole působící v záporném směru osy  $y$ , mají-li tentokrát nosiče náboje kladné znaménko a pohybují-li se směrem k nám. (c) Proveďte stejný rozbor pro situaci, kdy má magnetická indukce směr rovnoběžný s kladným směrem osy  $z$ .

9. Na obr. 29.32 je znázorněna situace, kdy nabitá částice vletá s rychlostí o velikosti  $v_0$  do homogenního magnetického pole o indukci  $\mathbf{B}$ , pohybuje se v něm po půlkružnici po dobu  $T_0$  a poté je opustí. (a) Má částice kladný, nebo záporný náboj? (b) Je konečná velikost rychlosti částice větší, menší, nebo rovna  $v_0$ ? (c) Jestliže počáteční rychlost bude  $0,5v_0$ , bude doba, po kterou se částice pohybuje v magnetickém poli, větší, menší, nebo rovna  $T_0$ ? (d) Bude trajektorie částice opět půlkružnice?



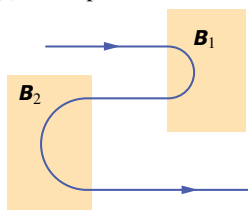
Obr. 29.32 Otázka 9

10. Na obr. 29.33 je dráha částice prolétající šesti oblastmi homogenního magnetického pole. Dráha v nich má tvar buď půlkružnice, nebo čtvrtkružnice. Po opuštění poslední oblasti se částice pohybuje mezi dvěma rovnoběžnými nabitými destičkami a je vychýlena směrem k destičce s vyšším potenciálem. Jaký je směr vektoru magnetické indukce v jednotlivých oblastech?



Obr. 29.33 Otázka 10

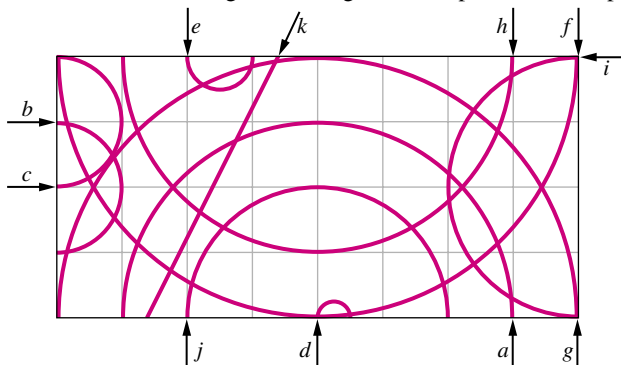
11. Na obr. 29.34 je stopa elektronu, který prolétá dvěma oblastmi homogenního magnetického pole s magnetickými indukcemi o velikostech  $B_1$  a  $B_2$ . Jeho dráha má v každé z oblastí tvar půlkružnice. (a) Které pole má větší magnetickou indukci?



Obr. 29.34 Otázka 11

(b) Jaký je směr polí v obou oblastech? (c) Je doba, po kterou se elektron pohybuje v oblasti s indukcí  $B_1$  větší, nebo rovna době, po kterou se pohybuje v oblasti s indukcí  $B_2$ ?

12. Částicový „autodrom“. Na obr. 29.35 je zakresleno 11 stop částic v oblasti homogenního magnetického pole. Jedna stopa



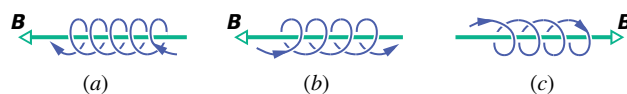
Obr. 29.35 Otázka 12

má tvar přímky, ostatní mají tvar půlkružnic. V tab. 29.4. jsou uvedeny hmotnosti, náboje a velikosti rychlosti těchto částic z obrázku. Přiřaďte stopy jednotlivým částicím.

Tabulka 29.4 Otázka 12

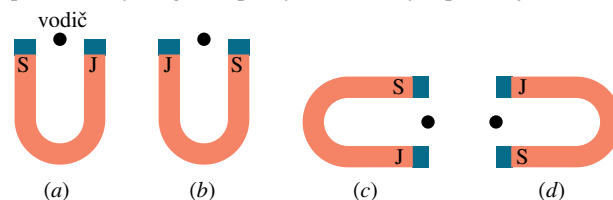
ČÁSTICE	HMOTNOST	NÁBOJ	RYCHLOST
1	$2m$	$Q$	$v$
2	$m$	$2Q$	$v$
3	$m/2$	$Q$	$2v$
4	$3m$	$3Q$	$3v$
5	$2m$	$Q$	$2v$
6	$m$	$-Q$	$2v$
7	$m$	$-4Q$	$v$
8	$m$	$-Q$	$v$
9	$2m$	$-2Q$	$3v$
10	$m$	$-2Q$	$8v$
11	$3m$	$0$	$3v$

13. Na obr. 29.36 jsou tři nabitě částice pohybující se po spirále v homogenním magnetickém poli. Který případ odpovídá záporně nabitě částici?



Obr. 29.36 Otázka 13

14. Na obr. 29.37 jsou nakresleny 4 situace, v nichž se nacházejí podkovovitý magnet a přímý vodič, kterým protékají elektrony



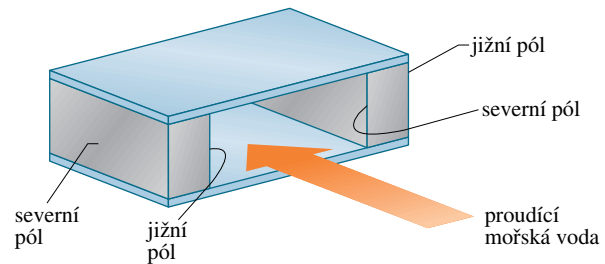
Obr. 29.37 Otázka 14

kolmo k obrázku směrem k nám. Ve kterém případě bude Amperova síla působící na vodič směřovat k horní části obrázku?

**15.** Vodičem, nacházejícím se v magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$ , protéká proud  $I$  v záporném směru osy  $x$ . Bez písemného výpočtu seřadte v sestupném pořadí velikosti sil, kterými působí magnetické pole na vodič:  $\mathbf{B}_1 = (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$  T,  $\mathbf{B}_2 = (4\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$  T,  $\mathbf{B}_3 = (6\mathbf{i} + 3\mathbf{k})$  T a  $\mathbf{B}_4 = (-8\mathbf{i} - 3\mathbf{k})$  T.

**16.** Tichý „housesnkový pohon“ ponorek, známý z některých filmů, je založen na principu *magnetohydrodynamického* (MHD) pohonu: pohybuje-li se ponorka kupředu, protéká mořská voda několika kanály, umístěnými ve speciální konstrukci na zadní části trupu. Na obr. 29.38 je schematicky ukázán takový kanál. Magnety, nacházející se na protilehlých stěnách kanálu, mají opačné póly nastavené proti sobě, takže vytvářejí uvnitř kanálu homogenní magnetické pole. Elektrody (nejsou zakresleny) vytvářejí elektrické pole ve směru napříč kanálem. To způsobí příčný elektrický proud iontů ve vodě a magnetická síla na ně působící žene vodu směrem k zádi kanálu, a tedy pohání ponorku kupředu. Musí být elektrické pole působící na ionty (obr. 29.38)

orientováno nahoru, dolů, doleva, doprava, dopředu, nebo dozadu?



Obr. 29.38 Otázka 16

**17.** (a) Vraťme se ke kontrole 6, kde se magnetický dipólový moment  $\boldsymbol{\mu}$  otočí z orientace 1 do orientace 2. Bude práce, kterou vykoná magnetické pole při tomto otočení dipólu, kladná, záporná, nebo nulová? (b) Vypočítejte práci, kterou vykoná magnetické pole při otočení dipólu z orientace 1 do ( $\alpha$ ) orientace 2, ( $\beta$ ) orientace 3, ( $\gamma$ ) orientace 4. Seřadte je sestupně od největší po nejmenší.

## CVIČENÍ & ÚLOHY

### ODST. 29.2 Definice magnetické indukce

**1C.** Vyjádřete jednotku magnetické indukce  $\mathbf{B}$  pomocí základních jednotek soustavy SI.

**2C.** Částice  $\alpha$  se pohybuje rychlostí  $\mathbf{v}$  o velikosti  $550 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  v homogenním magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$ , jejíž velikost je  $0,045 \text{ T}$ . (Částice  $\alpha$  má náboj  $+3,2\cdot 10^{-19} \text{ C}$  a hmotnost  $6,6\cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .) Úhel mezi vektory  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{B}$  je  $52^\circ$ . Jaká je velikost (a) magnetické síly  $\mathbf{F}_B$ , kterou působí na částici magnetické pole, a (b) zrychlení částice způsobené silou  $\mathbf{F}_B$ ? (c) Změní se velikost rychlosti částice?

**3C.** Elektron v televizní obrazovce letí rychlostí  $7,20\cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  v magnetickém poli o indukci  $83,0 \text{ mT}$ . (a) Co můžete říci o největší a nejmenší velikosti síly, kterou působí magnetické pole na elektron, aniž známe směr tohoto pole? (b) V určitém místě je zrychlení elektronu  $4,90\cdot 10^{14} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Jaký úhel svírá vektor rychlosti elektronu s vektorem magnetické indukce?

**4C.** Proton se pohybuje ve směru, který svírá úhel  $23,0^\circ$  se směrem magnetické indukce, jejíž velikost je  $2,60 \text{ mT}$ . Magnetické pole působí na proton silou o velikosti  $6,50\cdot 10^{-17} \text{ N}$ . Určete: (a) rychlost protonu a (b) kinetickou energii protonu v jednotkách eV.

**5Ú.** Každý z elektronů, nacházejících se v elektronovém paprsku v televizní trubici, má kinetickou energii  $12,0 \text{ keV}$ . Trubice je orientována tak, že se v ní elektrony pohybují vodorovně směrem od jižního geomagnetického pólu k severnímu. Vertikální složka zemského magnetického pole směřuje dolů a má velikost  $55,0 \mu\text{T}$ . (a) Kterým směrem se bude paprsek ohýbat? (b) Jaké je zrychlení každého z elektronů způsobené tímto magnetickým

polem? (c) O jakou vzdálenost  $d$  se paprsek odchýlí v příčném směru na konci trubice o délce  $20,0 \text{ cm}$ ?

**6Ú.** Elektron se pohybuje magnetickým polem o indukci  $\mathbf{B} = (0,030\mathbf{i} - 0,15\mathbf{j}) \text{ T}$  rychlostí  $\mathbf{v} = (2,0\cdot 10^6\mathbf{i} + 3,0\cdot 10^6\mathbf{j}) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (a) Určete magnetickou sílu, která na něj působí. (b) Proveďte stejný výpočet pro proton, který má tutéž rychlost.

**7Ú.** Elektron pohybující se v homogenním magnetickém poli má rychlost  $\mathbf{v} = (40\mathbf{i} + 35\mathbf{j}) \text{ km/s}$ , když na něj začne působit magnetické pole silou  $\mathbf{F} = (-4,2\mathbf{i} + 4,8\mathbf{j}) \text{ fN}$ . Určete magnetickou indukci  $\mathbf{B}$ , víte-li, že  $B_x = 0$ .

### ODST. 29.3 Objev elektronu

**8C.** Proton se pohybuje v elektrickém a magnetickém poli. Obě pole jsou homogenní. Magnetická indukce je  $\mathbf{B} = -2,5\mathbf{i} \text{ mT}$ . V určitém okamžiku je rychlost protonu  $\mathbf{v} = 2\,000\mathbf{j} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Jaká je v tomto okamžiku velikost celkové síly, působící na proton, je-li  $\mathbf{E}$  (a)  $4,0\mathbf{k} \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ , (b)  $-4,0\mathbf{k} \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$  (c)  $4,0\mathbf{i} \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ ?

**9C.** Elektron s kinetickou energií  $2,5 \text{ keV}$  vletěl vodorovně do oblasti, ve které působí směrem dolů elektrické pole o velikosti  $10 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$ . (a) Jaký je směr a (nejmenší) velikost magnetické indukce pole, které způsobí, že elektron bude pokračovat v pohybu ve vodorovném směru (nevychýlen)? Zanedbejte gravitační sílu, je malá ve srovnání s ostatními silami. (b) Je možné, aby se proton pohyboval touto konfigurací polí, aniž by byl vychýlen? Jestliže ano, za jakých okolností?

**10C.** Elektrické pole o velikosti intenzity  $1,50 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$  a magnetické pole o velikosti indukce  $0,400 \text{ T}$  působí současně na pohybující se elektron, přičemž výslednice těchto dvou sil je



rovna nule. (a) Určete minimální velikost rychlosti elektronu. (b) Nakreslete vektory  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  a  $\mathbf{v}$ .

**11Ú.** Elektron má počáteční rychlost  $(12,0\mathbf{j} + 15,0\mathbf{k}) \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$  a konstantní zrychlení  $(2,00 \cdot 10^{12}\mathbf{i}) \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  v oblasti, kde na něj působí homogenní magnetické pole. Určete intenzitu elektrického pole  $\mathbf{E}$ , víte-li, že magnetická indukce  $\mathbf{B} = 400\mathbf{i} \mu\text{T}$ .

**12Ú.** Elektron je urychlen napětím 1,0 kV a vletí mezi dvě rovnoběžné desky vzdálené od sebe 20 mm. Rozdíl potenciálů mezi deskami je 100 V a elektron se pohybuje kolmo k siločarám elektrického pole. Jak velkou magnetickou indukci musí mít magnetické pole kolmé jak k vektoru rychlosti elektronu, tak i k vektoru intenzity elektrického pole, aby se elektron pohyboval po přímce? (Vektory  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  tedy tvoří trojici ortogonálních vektorů.)

**13Ú.** Každý iont  ${}^6\text{Li}$  (hmotnost 6,0 u) má náboj  $+e$  a je vychylován napětím 10 kV. Svazek takových iontů vlétá ve vodorovném směru do oblasti homogenního magnetického pole o indukci  $B = 1,2 \text{ T}$ . Vypočítejte nejmenší velikost intenzity elektrického pole, které musí působit v této oblasti, aby ionty  ${}^6\text{Li}$  z ní vylétly nevychýleny.

#### ODST. 29.4 Hallův jev

**14C.** Měděný proužek široký 150  $\mu\text{m}$  se nachází v homogenním magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$ , jejíž velikost je 0,65 T;  $\mathbf{B}$  je kolmé k ploše proužku. Jestliže proužkem protéká elektrický proud  $I = 23 \text{ A}$ , naměříme na jeho šířce Hallovo napětí  $U_{\text{H}}$ . Určete jeho velikost, víte-li, že počet elektronů v objemové jednotce měděného vodiče je  $8,47 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ .

**15C.** Dokažte, že počet nosičů náboje v objemové jednotce vodiče lze vyjádřit pomocí intenzity Hallova elektrického pole  $E_{\text{H}}$  a proudové hustoty  $J$  vztahem  $n = JB/(eE_{\text{H}})$ .

**16Ú.** Při experimentu s Hallovy jevem protéká vodivým proužkem v podélném směru elektrický proud 3,0 A. Proužek je dlouhý 4,0 cm, široký 1,0 cm a tlustý 10  $\mu\text{m}$ . Magnetické pole o indukci 1,5 T je kolmé k ploše proužku (ve směru tloušťky) a na jeho šířce bylo naměřeno Hallovo napětí 10  $\mu\text{V}$ . Z uvedených údajů určete (a) driftovou rychlost nosičů náboje a (b) počet nosičů náboje v objemové jednotce vodiče. (c) Na náčrtku ukažte polaritu Hallova napětí s předpokládaným směrem elektrického proudu a magnetického pole. Nosiče náboje jsou elektrony.

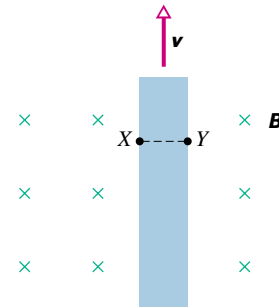
**17Ú.** (a) Dokažte (obr. 29.8), že poměr intenzity Hallova elektrického pole  $E_{\text{H}}$  a elektrického pole  $E$  způsobujícího pohyb elektronů podél proužku je

$$\frac{E_{\text{H}}}{E} = \frac{B}{neq},$$

kde  $\rho$  je rezistivita materiálu a  $n$  je počet elektronů v objemové jednotce vodiče. (b) Vypočítejte tento poměr pro hodnoty ze cvič. 14 (viz tab. 27.1).

**18Ú.** Kovový proužek dlouhý 6,50 cm, široký 0,850 cm a tlustý 0,760 mm se pohybuje konstantní rychlostí  $\mathbf{v}$  v magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$ , která je kolmá k ploše proužku

a má velikost 1,20 mT (obr. 29.39). Hallovo napětí měříme mezi body X a Y napříč proužkem. Vypočítejte velikost rychlosti  $v$ .



Obr. 29.39 Úloha 18

#### ODST. 29.5 Pohyb nabitě částice po kružnici

**19C.** Elektron je urychlován z klidu napětím 350 V. Poté vletí do homogenního magnetického pole o indukci 200 mT kolmo k vektoru magnetické indukce. Vypočítejte: (a) velikost rychlosti elektronu a (b) poloměr jeho dráhy v magnetickém poli.

**20C.** Jakou velikost musí mít magnetická indukce homogenního magnetického pole působícího na paprsek elektronů, které letí rychlostí  $1,3 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , aby se pohybovaly po kružnici o poloměru 0,35 m?

**21C.** (a) V magnetickém poli o indukci 0,50 T obíhá po kružnici elektron rychlostí rovnou 10 % rychlosti světla. Určete poloměr kružnice, po níž se pohybuje. (b) Jaká je kinetická energie elektronu (v jednotkách eV)? Relativistické efekty jsou při takové rychlosti ještě zanedbatelné.

**22C.** Jak velká indukce homogenního magnetického pole by udržela elektron letící rychlostí  $1,0 \cdot 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  na kružnici velikosti zemského rovníku?

**23C.** Elektron má kinetickou energii 1,20 keV a pohybuje se po kružnici v rovině kolmé k vektoru magnetické indukce  $\mathbf{B}$ . Poloměr této kružnice je 25,0 cm. Určete: (a) velikost rychlosti elektronu, (b) velikost magnetické indukce pole, (c) frekvenci otáčení a (d) periodu otáčení.

**24C.** Holandský fyzik S. A. Goudsmit vyvinul přesnou metodu měření hmotností těžkých iontů pomocí měření period jejich oběhů v magnetickém poli o známé magnetické indukci. Jednou ionizované ionty jodu oběhnou 7,00krát v poli o indukci 45,0 mT za 1,29 ms. Vypočítejte jejich hmotnost a vyjádřete ji v atomové hmotnostní jednotce 1 u. (Hmotnosti iontů nyní měříme mnohem přesněji, než naznačuje náš příklad.)

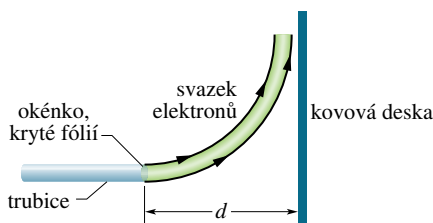
**25C.** Částice  $\alpha$  ( $Q = +2e, m = 4,00 \text{ u}$ ) se pohybuje po kružnici o poloměru 4,50 cm v magnetickém poli o indukci velikosti  $B = 1,20 \text{ T}$ . Vypočítejte: (a) velikost její rychlosti, (b) periodu jejího oběhu, (c) její kinetickou energii (v jednotkách eV) a (d) napětí, kterým musí být urychlena z klidu, aby dosáhla této energie.

**26C.** (a) Určete frekvenci oběhu elektronu s energií 100 eV v magnetickém poli o indukci 35,0  $\mu\text{T}$ . (b) Vypočítejte poloměr dráhy tohoto elektronu, jestliže má rychlost kolmou ke směru magnetické indukce.

**27C.** Elektrony s kinetickou energií  $E_k$  vylétají z „okénka“ tvořeného tenkou fólií na konci trubice urychlovače. Ve vzdálenosti  $d$  od tohoto okénka se nachází kovová destička umístěná kolmo ke svazku vylétajících elektronů (obr. 29.40). Dokažte, že můžeme zabránit tomu, aby svazek dopadl na destičku, jestliže ho odchýlíme magnetickým polem  $\mathbf{B}$  o velikosti

$$B \geq \sqrt{\frac{2mE_k}{e^2d^2}}.$$

Zde  $m$  a  $e$  jsou hmotnost a velikost náboje elektronu. Jak musí být vektor magnetické indukce  $\mathbf{B}$  orientován?



Obr. 29.40 Cvičení 27

**28Ú.** Zdroj emituje elektrony s rychlostí o velikosti  $v = 1,5 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , které vlétají v bodě  $P$  do homogenního magnetického pole o magnetické indukci velikosti  $B = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ . Vektor rychlosti elektronu svírá úhel  $\theta = 10^\circ$  s vektorem magnetické indukce. Určete vzdálenost bodu  $P$  od místa, kde elektron znovu protne indukční čáru, která prochází tímto bodem.

**29Ú.** V nukleárním experimentu se proton s kinetickou energií 1,0 MeV pohybuje po kružnici v homogenním magnetickém poli. Jakou energii musí mít (a)  $\alpha$ -částice ( $Q = +2e$ ,  $m = 4,0 \text{ u}$ ) a (b) deutron ( $Q = +e$ ,  $m = 2,0 \text{ u}$ ), aby obíhaly po kružnici o stejném poloměru jako proton?

**30Ú.** Proton, deutron a  $\alpha$ -částice (viz úloha 29) jsou urychleny stejným napětím a vletí do homogenního magnetického pole o indukci  $\mathbf{B}$  ve směru k ní kolmém. (a) Porovnejte kinetické energie těchto částic. Jaký bude poloměr kruhové dráhy (b) deutronu, (c)  $\alpha$ -částice, je-li poloměr kruhové dráhy protonu 10 cm?

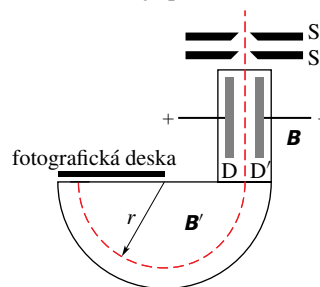
**31Ú.** Proton, deutron a  $\alpha$ -částice (viz úloha 29) mají stejnou kinetickou energii a vlétají do oblasti homogenního magnetického pole kolmo ke směru vektoru  $\mathbf{B}$ . Porovnejte poloměry kruhových drah, po nichž tyto částice obíhají.

**32Ú.** Proton s nábojem  $+e$  a hmotností  $m$  vlétá do homogenního magnetického pole s vektorem indukce  $\mathbf{B} = B\mathbf{i}$  s počáteční rychlostí  $\mathbf{v}_0 = v_{0x}\mathbf{i} + v_{0y}\mathbf{j}$ . Napište obecný výraz pro rychlost protonu.

**33Ú.** Dva izotopy jedenkrát ionizovaného atomu mají stejný náboj  $Q$ , ale jejich hmotnosti se liší o malou hodnotu  $\Delta m$ . Jsou vstřelovány do hmotnostního spektrometru popsaného v př. 29.3. (a) Vyjádřete tento rozdíl hmotností pomocí proměnných  $U$ ,  $Q$ ,  $B$  a  $m$  (kteréhokoliv z izotopů) a vzdálenosti  $\Delta x$  mezi stopami obou izotopů na fotografické desce. (b) Vypočtěte  $\Delta x$  pro svazek jedenkrát ionizovaných atomů chloru o hmotnostech 35 u a 37 u, jestliže  $U = 7,3 \text{ kV}$  a  $B = 0,50 \text{ T}$ .

**34Ú.** V komerčních hmotnostních spektrometrech (viz př. 29.3) jsou uranové ionty s hmotností  $3,92 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  a nábojem  $3,20 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  separovány od atomů, jejichž fyzikální charakteristiky jsou velmi blízké. Ionty jsou urychleny napětím 100 kV a poté dopadají do oblasti homogenního magnetického pole, kde se pohybují po půlkruhové dráze o poloměru 1,00 m. Na jejím konci proletí štěrbinou šířky 1,00 mm a výšky 1,00 cm a dopadají do speciální nádoby. (a) Jakou velikost musí mít indukce magnetického pole v separátoru? Je-li použit přístroj, který separuje 100 mg materiálu za hodinu, vypočtěte (b) proud iontů v přístroji a (c) teplo, které se vyvine v nádobce za 1,00 h.

**35Ú.** Bainbridgeův hmotnostní spektrometr, znázorněný na obrázku 29.41, separuje ionty, které mají tutéž rychlost, ale mírně odlišnou hmotnost. Ionty po průchodu štěrbinami  $S_1$  a  $S_2$  projdou selektorem rychlostí, ve kterém je elektrické pole  $\mathbf{E}$  tvořené nabitými deskami  $D$  a  $D'$  a magnetické pole  $\mathbf{B}$  kolmé k  $\mathbf{E}$  i k trajektorii iontů. Ionty, které projdou selektorem nevychýleny, budou mít stejnou velkou rychlost  $v$ . Poté vniknou do oblasti, kde na ně působí jiné homogenní magnetické pole o indukci  $\mathbf{B}'$ , a to způsobí, že poletí po kružnici. Dopad iontů je registrován pomocí fotografické desky. Dokažte, že pro tyto ionty platí vztah  $Q/m = E/(rBB')$ , kde  $r$  je poloměr kružnice.



Obr. 29.41 Úloha 35

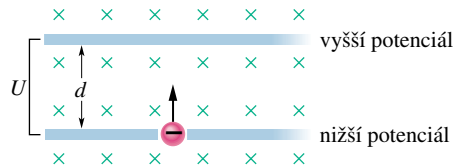
**36Ú.** Pozitron s kinetickou energií 2,0 keV vlétá do homogenního magnetického pole o indukci  $\mathbf{B}$ , jejíž velikost je 0,10 T. Vektor rychlosti částice svírá úhel  $89^\circ$  s vektorem  $\mathbf{B}$ . Určete (a) periodu  $T$ , (b) stoupání  $p$  a (c) poloměr šroubovice, po níž se částice pohybuje.

**37Ú.** Neutrální částice je v klidu v homogenním magnetickém poli. V čase  $t = 0$  se rozpadne na dvě nabitě částice, z nichž každá má hmotnost  $m$ . (a) Jestliže náboj jedné z nich je  $+Q$ , jaký náboj bude mít druhá částice? (b) Obě částice se pohybují dále po různých dráhách, přičemž obě dráhy leží v rovině kolmé k vektoru  $\mathbf{B}$ . Později se obě částice navzájem srazí. Vyjádřete pomocí veličin  $m$ ,  $B$  a  $Q$  dobu, která uplyne mezi rozpadem a srážkou obou částic.

**38Ú.** (a) Jak velkou rychlost by potřeboval proton, aby po kruhové dráze obletěl Zemi podél rovníku za předpokladu, že zemské magnetické pole má všude vodorovný směr rovnoběžný s poledníky? Úlohu je třeba počítat relativisticky. Velikost magnetické indukce na rovníku položte rovnu  $0,41 \mu\text{T}$ . (Tip: Hybnost  $mv$  v rov. (29.16) nahraďte relativistickou hybností z rov. (9.24)).

(b) Nakreslete vektory rychlosti a magnetické indukce odpovídající této situaci.

**39Ú.** Podle obr. 29.42 elektron o hmotnosti  $m$  s nábojem  $-e$  vletá se zanedbatelnou rychlostí do prostoru mezi dvěma deskami, mezi nimiž je napětí  $U$  a mají vzdálenost  $d$ . Elektron vletá do této oblasti ve směru kolmém ke kladné horní desce. Homogenní magnetické pole je kolmé k rovině obrázku. Určete minimální velikost  $B$ , při které elektron nedopadne na horní desku.



Obr. 29.42 Úloha 39

### ODST. 29.6 Cyklotrony a synchrotrony

**40C.** Proton se pohybuje v cyklotronu po kružnici o poloměru 0,50 m. Velikost magnetické indukce zakřivující dráhu protonu je 1,2 T. (a) Určete cyklotronovou frekvenci. (b) Jaká je kinetická energie protonu v jednotkách eV?

**41C.** Konstruktor má za úkol navrhnout cyklotron pro urychlování protonů na rychlost rovnou 1/10 rychlosti světla. Magnet, který bude součástí přístroje, bude vytvářet magnetické pole o indukci 1,4 T. Vypočítejte (a) poloměr cyklotronu, (b) odpovídající frekvenci oscilátoru. Relativistické efekty jsou při této rychlosti ještě zanedbatelné.

**42Ú.** Frekvence oscilátoru cyklotronu v př. 29.5 byla navržena tak, aby cyklotron urychloval deuterony. Nyní budeme chtít místo deuteronů urychlovat protony. (a) Na jakou kinetickou energii budou urychleny, nezměníme-li frekvenci oscilátoru? (b) Jak velké magnetické indukce k tomu bude potřeba? (c) Jakou kinetickou energii budou mít urychlené protony, jestliže magnetická indukce pole bude udržována na hodnotě, používané pro deuterony? (d) Na jakou hodnotu potom musíme naladit frekvenci oscilátoru? (e) Odpovězte na tytéž otázky pro případ urychlování  $\alpha$ -částic ( $Q = +2e$ ,  $m = 4,0 u$ ).

**43Ú.** Na deutron pohybující se v cyklotronu po kruhové dráze o poloměru 50 cm působí homogenní magnetické pole, jehož indukce má velikost  $B = 1,5 T$ . Po lehké srážce s terčíkem se deutron rozpadne se zanedbatelnou ztrátou kinetické energie na proton a neutron. Popište následující pohyb každé z obou částic. Předpokládejte, že energie deuteronu se rozdělí stejným dílem na obě vzniklé částice.

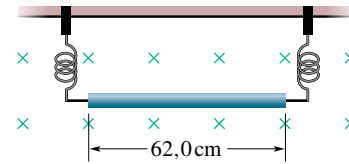
**44Ú.** Odhadněte celkovou délku dráhy deuteronu pohybujícího se v cyklotronu (př. 29.5) během procesu jeho urychlování. Předpokládejte, že urychlovací potenciálový rozdíl mezi duanty cyklotronu je 80 kV.

### ODST. 29.7 Ampérova síla

**45C.** Vodorovným vodičem dálkového elektrického vedení protéká proud 5 000 A ve směru z jihu na sever. Zemské magnetické

pole má indukci  $60,0 \mu T$ ; ta směřuje na sever, přičemž její vektor svírá úhel  $70^\circ$  s vodorovnou rovinou. Určete velikost a směr magnetické síly, která působí na každých 100 m délky vodiče v magnetickém poli Země.

**46C.** Vodič délky 62,0 cm má hmotnost 13,0 g a je zavěšen na dvou vodivých pružinách. Umístíme jej do magnetického pole o indukci 0,440 T (obr. 29.43). Jaká musí být velikost a směr elektrického proudu protékajícího vodičem, aby v pružinách nevzniklo žádné mechanické napětí?

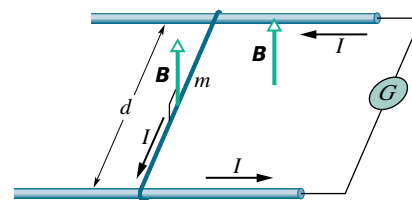


Obr. 29.43 Cvičení 46

**47C.** Vodičem délky 1,80 m, který svírá úhel  $35^\circ$  se směrem homogenního magnetického pole o indukci 1,50 T, protéká elektrický proud 13,0 A. Určete Ampérovu sílu působící na vodič.

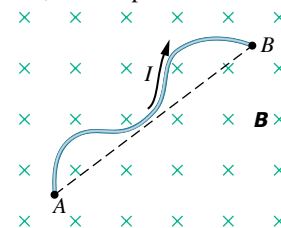
**48Ú.** Vodičem dlouhým 50 cm a rovnoběžným s osou  $x$  protéká proud 0,50 A v kladném směru osy  $x$ . Vodič se nachází v magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B} = (0,0030\mathbf{j} + 0,010\mathbf{k}) T$ . Určete Ampérovu sílu působící na vodič.

**49Ú.** Kovový vodič má hmotnost  $m$  a klouže bez tření po dvou vodorovných kolejnicích s rozchodem  $d$ , jak je ukázáno na obr. 29.44. Celá soustava se nachází ve svislém magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$ . Stejnoseměrný elektrický proud  $I$ , dodávaný generátorem G, protéká první kolejnicí, vodičem a druhou kolejnicí, kterou se vrací zpět. Určete velikost rychlosti a směr pohybu vodiče jako funkci času za předpokladu, že v čase  $t = 0$  byl v klidu.



Obr. 29.44 Úloha 49

**50Ú.** Na obr. 29.45 je schematicky nakreslen vodič obecného tvaru, kterým protéká elektrický proud  $I$  mezi body A a B. Vodič leží v rovině kolmé na směr homogenního magnetického pole  $\mathbf{B}$ . (a) Dokažte, že síla působící na vodič je stejně velká



Obr. 29.45 Úloha 50

jako síla působící na přímý vodič s proudem  $I$ , který teče přímo z  $A$  do  $B$ . (Tip: Nahraďte vodič lomenou čarou s úseky kolnými a rovnoběžnými s úsečkou  $AB$ .) (b) Dokažte, že síla, působící na vodič je nulová, když body  $A$  a  $B$  jsou uspořádány tak, že vytvářejí uzavřenou smyčku, jejíž plocha je kolná k magnetické indukci  $\mathbf{B}$ .

**51Ú.** Dlouhým pevným vodičem ležícím v ose  $x$  protéká elektrický proud  $5,0\text{ A}$  v záporném směru této osy. Magnetická indukce pole  $\mathbf{B}$  je dána vztahem  $\mathbf{B} = 3,0i + 8,0x^2j$ , kde  $x$  je vyjádřeno v metrech a  $\mathbf{B}$  v mT. Vypočítejte Ampérovu sílu působící na  $2,0\text{ m}$  dlouhý úsek vodiče, který se nachází mezi body o souřadnicích  $x = 1,0\text{ m}$  a  $x = 3,0\text{ m}$ .

**52Ú.** Uvažujte o možnosti konstrukce nového typu elektrického vlaku poháněného magnetickou silou, kterou na vodivou nápravu vlaku působí vodorovná složka magnetického pole Země. Elektrický proud teče zdola z jedné z kolejnic vodivým kolem do nápravy a druhým kolem se přes druhou kolejnici vrací zpět do zdroje. (a) Jak velký proud potřebujeme k tomu, aby vznikla nepříliš velká tažná síla  $10\text{ kN}$ ? Položte velikost svislé složky magnetického pole Země rovnu  $10\text{ }\mu\text{T}$  a délku nápravy  $3,0\text{ m}$ . (b) Jak bude výkon vlaku ovlivněn elektrickým odporem kolejnic? (c) Je takový vlak nereálný úplně, nebo pouze zdánlivě?

**53Ú.** Měděná tyč o hmotnosti  $1,0\text{ kg}$  leží na dvou vodorovných kolejnicích vzdálených od sebe  $1,0\text{ m}$ . Kolejnicemi a tyčí protéká proud  $50\text{ A}$ . Součinitel statického smykového tření mezi tyčí a kolejnicemi je  $0,60$ . Při jaké nejmenší velikosti magnetické indukce (nemusí mít nutně svislý směr), bude uvedena tyč do pohybu?

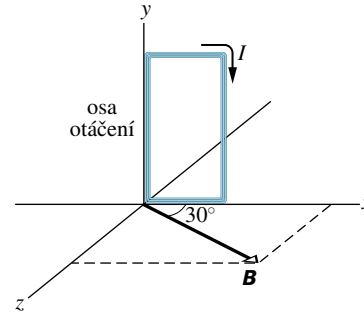
### ODST. 29.8 Moment síly působící na proudovou smyčku

**54C.** Proudovou smyčkou, tvořenou jedním závitem, protéká proud  $4,00\text{ A}$ . Smyčka má tvar pravouhlého trojúhelníku se stranami  $50,0\text{ cm}$ ,  $120\text{ cm}$  a  $130\text{ cm}$ . Smyčka se nachází v homogenním magnetickém poli o indukci velikosti  $75,0\text{ mT}$  a směru rovnoběžném se směrem elektrického proudu tekoucího nejdelší stranou smyčky. (a) Určete velikost Ampérové síly působící na každou ze tří stran smyčky. (b) Ukažte, že celková síla působící na smyčku je nulová.

**55C.** Na obr. 29.46 je obdélníková cívka skládající se z  $20$  závitů drátu. Strany cívky mají délku  $10\text{ cm}$  a  $5\text{ cm}$  a protéká jí elektrický proud  $0,10\text{ A}$ . Osa, kolem níž se může cívka otáčet, má směr její delší strany a je totožná s osou  $y$ . Magnetické pole má velikost indukce  $0,50\text{ T}$  a směr vektoru  $\mathbf{B}$  svírá úhel  $30^\circ$  s rovinou  $xy$ , v níž cívka leží. Určete velikost a směr silového momentu působícího na cívku vzhledem k její ose otáčení.

**56C.** Vodičem délky  $L$  protéká elektrický proud  $I$ . Dokažte, že zformujeme-li drát do tvaru kruhové cívky, získáme při dané hodnotě magnetické indukce maximální silový moment tehdy, má-li cívka pouze jeden závit. Velikost tohoto momentu je  $M = \frac{1}{4\pi}(L^2IB)$ .

**57Ú.** Dokažte, že vztah  $M = NISB \sin \theta$  platí pro uzavřenou rovinnou smyčku libovolného tvaru a nikoli pouze pro smyčku



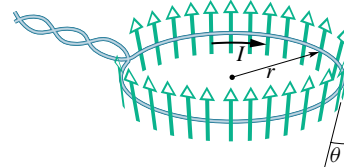
Obr. 29.46 Cvičení 55

obdélníkovou, jaká je na obr. 29.24. (Tip: Nahraďte smyčku libovolného tvaru soustavou přilehlých dlouhých, úzkých a obdélníkových smyček, které jsou v limitním případě (tj.  $N \rightarrow \infty$ ) proudově ekvivalentní smyčce obecného tvaru.)

**58Ú.** Uzavřenou vodivou rovinnou smyčkou protéká elektrický proud  $I$ . Smyčka se nachází v homogenním magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B}$  a její rovina svírá úhel  $\theta$  se směrem  $\mathbf{B}$ . Dokažte, že výsledná Ampérová síla působící na smyčku je nulová. Platí to také pro nehomogenní magnetická pole?

**59Ú.** Částice s nábojem  $Q$  se pohybuje po kružnici o poloměru  $r$  rychlostí o velikosti  $v$ . Považujte její kruhovou dráhu za proudovou smyčku, kterou protéká stálý proud o velikosti  $Q/T$ , kde  $T$  je doba oběhu. Určete maximální moment sil, kterým působí na smyčku homogenní magnetické pole o velikosti  $B$ .

**60Ú.** Na obr. 29.47 je kruhový vodič o poloměru  $r$ . Nachází se v rozbíhajícím se magnetickém poli souměrném podle osy smyčky kolmé k její rovině. V místě vodiče má magnetická indukce všude stejnou velikost  $B$  a její směr svírá úhel  $\theta$  s normálou k rovině smyčky. Určete velikost a směr síly, kterou působí magnetické pole na kruhový vodič, protéká-li jím elektrický proud  $I$ . (Předpokládejte, že zkroucené přírodní vodiče nevytvářejí znatelné magnetické pole a neovlivní tedy výsledek.)

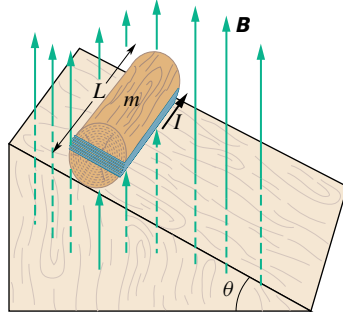


Obr. 29.47 Úloha 60

**61Ú.** Vnitřní odpor galvanometru je  $75,3\text{ }\Omega$ . Jeho ručička se vychýlí přes celou stupnici, jestliže cívku galvanometru protéká proud  $1,62\text{ mA}$ . (a) Určete odpor rezistoru potřebného k přeměně galvanometru na voltmetr, jehož rozsah měření má být  $1,00\text{ V}$ . Jak musíme tento odpor ke galvanometru připojit? (b) Určete velikost bočníku, kterým změníme galvanometr na ampérmetr, jehož měřicí rozsah bude  $50,0\text{ mA}$ . Jak musíme tento odpor ke galvanometru připojit?

**62Ú.** Obr. 29.48 zobrazuje dřevěný válec o hmotnosti  $m = 0,250\text{ kg}$  a délce  $L = 0,100\text{ m}$ , kolem něhož je v podélném

směru hustě navinuto  $N = 10,0$  závitů vodiče. Jaký minimální proud  $I$ , protékající cívkou, zabrání válci ve valivém pohybu po nakloněné rovině, jestliže se válec s cívkou nachází v magnetickém poli o indukci  $0,500$  T, které je orientováno svisle vzhůru? Rovina závitů cívky je rovnoběžná s nakloněnou rovinou, úhel nakloněné roviny je  $\theta$ .



Obr. 29.48 Úloha 62

### ODST. 29.9 Magnetický dipól

**63C.** Kruhová cívka se 160 závitů má poloměr  $1,90$  cm. (a) Vypočtete velikost elektrického proudu, který vytvoří magnetický dipólový moment o velikosti  $2,30$  A·m<sup>2</sup>. (b) Určete maximální moment sil, kterým na cívku s takovým proudem působí homogenní pole o velikosti magnetické indukce  $35,0$  mT.

**64C.** Magnetický dipólový moment Země je  $8,00 \cdot 10^{22}$  J·T<sup>-1</sup>. Předpokládejte, že vznikl jako výsledek pohybu nábojů ve vnějším tekutém plášti Země na kruhových drahách o poloměru  $3\,500$  km. Jaký elektrický proud tyto náboje vytvářejí?

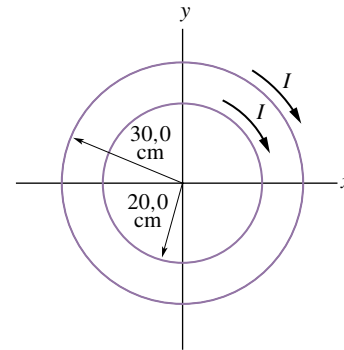
**65C.** Kruhovou vodivou smyčkou o poloměru  $15,0$  cm protéká elektrický proud  $2,60$  A. Normála ke smyčce svírá úhel  $41,0^\circ$  se směrem indukce homogenního magnetického pole o velikosti  $12,0$  T. (a) Určete magnetický moment smyčky. (b) Jaký moment síly působí na smyčku?

**66C.** Vodivá smyčka, kterou protéká elektrický proud  $5,0$  A, má tvar pravoúhlého trojúhelníku se stranami  $30$  cm,  $40$  cm a  $50$  cm. Cívka se nachází v homogenním magnetickém poli o indukci velikosti  $80$  mT, přičemž směr  $\mathbf{B}$  je rovnoběžný se směrem proudu tekoucího v nejdelší straně trojúhelníku. Určete (a) velikost magnetického dipólového momentu smyčky a (b) silový moment působící na smyčku.

**67C.** Poloměr ciferníku nemagnetických nástěnných hodin je  $15$  cm. Kolem jejich obvodu je navinuto  $6$  závitů drátu, kterým protéká elektrický proud  $2,0$  A ve směru otáčení hodinových ručiček. Hodiny se nacházejí v místě, kde je homogenní vnější magnetické pole o indukci velikosti  $70$  mT (hodiny jdou zcela přesně). Ve  $13,00$  h má hodinová ručička směr vnějšího magnetického pole. (a) Po kolika minutách bude mít minutová ručička stejný směr, jaký má moment síly působící ve vnějším magnetickém poli na závitů protékané proudem? (b) Určete velikost tohoto momentu.

**68C.** Dvě soustředné smyčky o poloměrech  $20,0$  cm a  $30,0$  cm leží v rovině  $xy$ . Každou z nich protéká ve směru otáčení hodi-

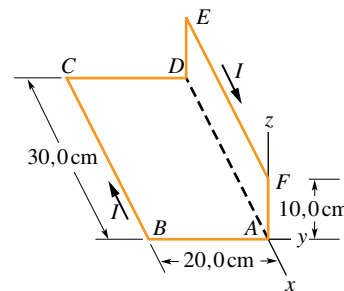
nových ručiček elektrický proud  $7,00$  A (obr. 29.49). (a) Určete výsledný magnetický dipólový moment této soustavy smyček. (b) Opakujte vše pro opačný směr proudu ve vnější smyčce.



Obr. 29.49 Cvičení 68

**69Ú.** Kruhová vodivá smyčka má poloměr  $8,0$  cm a protéká jí elektrický proud  $0,20$  A. Magnetický dipólový moment  $\boldsymbol{\mu} = (0,60\mathbf{i} - 0,80\mathbf{j})$  A·m<sup>2</sup>. Jestliže se smyčka nachází v magnetickém poli o indukci  $\mathbf{B} = (0,25\mathbf{i} + 0,30\mathbf{k})$  T, určete: (a) moment síly působící na smyčku; (b) potenciální energii smyčky ve vnějším magnetickém poli.

**70Ú.** Na obr. 29.50 je proudová smyčka  $ABCDEF$ , kterou protéká elektrický proud  $I = 5,00$  A. Strany smyčky jsou rovnoběžné s osami soustavy souřadnic, přičemž  $|AB| = 20,0$  cm,  $|BC| = 30,0$  cm a  $|FA| = 10,0$  cm. Vypočtete velikost a směr magnetického dipólového momentu této smyčky. (Tip: Doplňte stejně velké, ale opačně orientované proudy do přímého úseku  $AD$ . Potom vyřešte úkol pro dvě kolmé smyčky  $ABCD$  a  $ADEFA$ .)



Obr. 29.50 Úloha 70

### PRO POČÍTAČ

**71Ú.** Částice s hmotností  $m$  a nábojem  $Q$  se pohybuje v homogenním elektrickém poli o intenzitě  $\mathbf{E}$ , která má směr osy  $y$ , a v homogenním magnetickém poli s magnetickou indukci  $\mathbf{B}$ , která má směr osy  $z$ . Síla působící na částici je  $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$  a zrychlení částice je proto  $\mathbf{a} = (Q/m)(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ . Leží-li vektor rychlosti  $\mathbf{v}$  v rovině  $xy$ , jsou složky zrychlení  $a_x = (QB/m)v_y$  a  $a_y = (QE/m) - (QB/m)v_x$ . Chceme-li získat výrazy pro souřadnice částice,

musíme tyto výrazy dvakrát integrovat. Když částice startuje v čase  $t = 0$  z počátku souřadnic s počáteční rychlostí  $v_{0,x}$  v kladném směru osy  $x$ , potom

$$x = \frac{E}{B}t - \frac{1}{\omega} \left( \frac{E}{B} - v_{0,x} \right) \sin \omega t$$

a

$$y = -\frac{1}{\omega} \left( \frac{E}{B} - v_{0,x} \right) (1 - \cos \omega t),$$

kde  $\omega = QB/m$ . (a) Dosazením ověřte, že tyto vztahy vyhovují pohybovým rovnicím (druhému Newtonovu zákonu). Rov-

něž ověřte, že splňují dané počáteční podmínky. (b) Dosadte  $B = 1,2 \text{ T}$ ,  $E = 1,0 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$  a  $v_0 = 5,0 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a nakreslete trajektorii částice v časovém intervalu  $(0; 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ s})$ . Dráhu můžeme charakterizovat jako kružnici v rovině  $xy$ , která se posouvá v kladném směru osy  $x$ . Kvalitativně objasněte, proč se pohyb děje podél osy  $x$ , když směr intenzity elektrického pole je rovnoběžný s osou  $y$ . Nakreslete také trajektorie pro (c)  $v_0 = 3,0 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , (d)  $v_0 = 6,0 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a (e)  $v_0 = 9,0 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . (f) Proč se některé trajektorie protínají samy se sebou a jiné ne? Proč je jednou z nich přímka?