

6

Síla a pohyb II



*Kočky se rády vyhřívají na sluníčku. Když ale odpočívají na římsě výškové budovy, riskují nebezpečný pád. Kupodivu se však zjistilo, že kočka může docela dobře přežít, je-li výška pádu dostatečně **velká**, alespoň sedm či osm poschodí. V takovém případě rozsah jejího poranění, např. počet zlomenin nebo smrtelných zranění, s výškou pádu dokonce **klesá!** (Rekord drží kočka, která vypadla z dvaatřicátého patra a jen mírně si poranila hrudník a přišla o zub.) Je to vůbec možné?*

6.1 TŘENÍ

Třecím silám se v každodenním životě nevyhne. Kdyby byly jedinými silami působícími na tělesa, zastavily by každý pohybující se předmět a každé otáčející se soukolí. Kolem dvaceti procent spotřeby benzínu v automobilu například připadá na kompenzaci vlivu tření v motoru a hnacím mechanismu. Na druhé straně, kdyby tření nebylo, nikam bychom se automobilem nedostali. Nemohli bychom chodit ani jezdit na kole. Nemohli bychom držet tužku a i kdyby přece, nepsala by. Hřebíky a šrouby by nebyly k ničemu, utkaná látka by se rozpadla a uzly by se rozvázaly.

V tomto článku se budeme zabývat třecími silami působícími mezi suchými pevnými povrchy těles, která se po sobě pohybují malými vzájemnými rychlostmi. Uvažujme dva jednoduché pokusy:

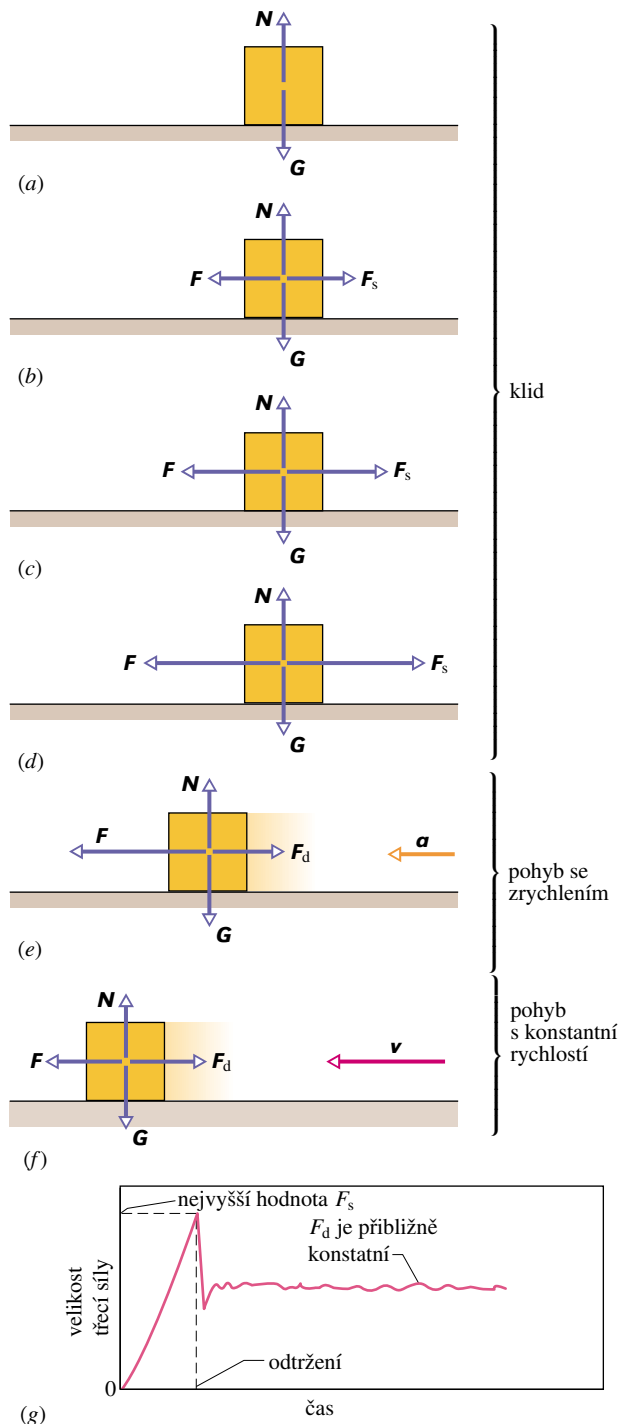
1. První pokus. Postrčíme knihu, aby sklouzla po desce stolu. Třecí síla, kterou působí horní deska stolu na spodek klouzající knihy, knihu zpomaluje a případně ji i zastaví. Kdybychom chtěli, aby kniha klouzala po stole konstantní rychlostí, museli bychom ji táhnout nebo tlačit silou stejné velikosti a opačného směru, než má třecí síla, která jejímu pohybu brání.

2. Druhý pokus. Těžká přepravka leží ve skladu na podlaze. Tlačíme ji vodorovně stálou silou, ale ona se nepohne. Je to způsobeno tím, že síla, kterou na ni působíme, je kompenzována vodorovnou třecí silou, jíž podlaha působí opačným směrem na dno přepravky. Je pozoruhodné, že tato třecí síla si sama řídí svou velikost i směr právě tak, aby zrušila účinek jakékoli síly, kterou bychom na přepravku působili. Samozřejmě, kdybychom vyvinuli sílu dostatečně velkou, dokázali bychom přepravkou přece jen pohnout (viz první pokus).

Na obr. 6.1 je rozebrána obdobná situace podrobněji. Na obr. 6.1a spočívá kostka na desce stolu. Tíhová síla G je vyrovnána opačně orientovanou normálovou silou N . Na obr. 6.1b působíme na kostku silou F a snažíme se ji odtlačit směrem doleva. Jako odezva vzniká třecí síla F_s , která směřuje vpravo a přesně vyrovná sílu F , kterou na kostku působíme. Sílu F_s nazýváme **statickou třecí silou**.

Obrázky 6.1c a d ukazují, že se vzrůstající silou F roste i síla F_s a kostka zůstává v klidu. Jakmile velikost síly F dosáhne určité hodnoty, kostka se „utrhne“, ztratí svůj těsný kontakt s deskou stolu a urychluje se směrem vlevo (obr. 6.1e). Třecí síla F_d , která pak kostku brzdí, se nazývá **dynamická (též kinetická) třecí síla**.

Obvykle má dynamická třecí síla, působící pouze při pohybu, menší velikost, než je nejvyšší přípustná hodnota velikosti statické třecí síly, která působí jen za klidu.



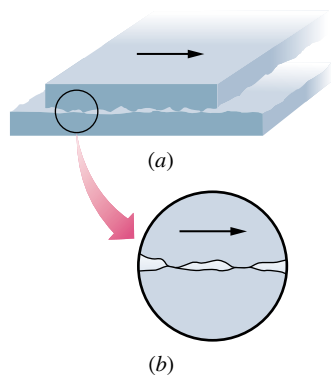
Obr. 6.1 (a) Síly působící na kostku v klidu. (b–d) Vnější síla F působící na kostku je vyvážena stejně velkou, opačně orientovanou silou statického tření F_s . Při rostoucí velikosti síly F roste i velikost síly F_s , až dosáhne jisté nejvyšší hodnoty. (e) Kostka se pak najednou „utrhne“ a začne se urychlovat směrem vlevo. (f) Má-li se kostka dále pohybovat rovnoměrně, je třeba velikost síly F snížit z této největší hodnoty tak, aby síla F právě kompenzovala dynamickou třecí sílu. (g) Výsledek měření třecí síly při ději (a) až (f).

Požadujeme-li, aby se kostka pohybovala po povrchu stolu rovnoměrně, musíme vystihnout okamžik, kdy se pohne, a velikost působící síly snížit (obr. 6.1f). Obr. 6.1g ukazuje výsledek pokusu, při němž síla \mathbf{F} pozvolna rostla až do okamžiku, kdy se kostka pohnula. Všimněte si poklesu velikosti této síly, nutného k dosažení rovnoměrného pohybu kostky.

Podstatou vzniku třecích sil je vzájemné působení povrchových atomů obou dotýkajících se těles. Kdyby byla dvě tělesa s vyleštěnými a pečlivě očištěnými kovovými povrchy uvedena do styku ve velmi dobrém vakuu, nemohla by po sobě klouzat. Naopak, okamžitě by k sobě přilnula (byla by *svařena za studena*) tak těsně, že by vytvořila jediný kovový kus. Existují speciálně leštěné strojnické bloky, které k sobě i ve vzduchu mohou přilnout tak pevně, že je lze oddělit jen kroucením. Těsného kontaktu atom–atom obvykle nelze docílit tak snadno. I vysoce leštěný kovový povrch má daleko k tomu, aby byl rovinný v atomovém měřítku. Běžné povrchy jsou navíc znečištěny vrstvami oxidů a jiných nečistot, které možnost svaření za studena zhoršují.

Dva povrchy, které jsou k sobě přiloženy, se stýkají pouze nejvyššími výběžky. (Jako kdybychom švýcarské Alpy otočili jejich vrcholky proti rakouským Alpám.) Skutečná *mikroskopická* dotyková plocha je mnohem menší než zdánlivá *makroskopická* styčná plocha, dokonce až 10^4 krát. Přesto se povrchy mohou k sobě svařit v mnoha stykových bodech. Snažíme-li se potom vnější silou docílit vzájemného skluzu těles podél jejich povrchů, způsobují tyto svary vznik statického tření.

Tlačíme-li těleso po nějaké podložce, dochází nejprve k narušení svarů (utržení) a poté k jejich opakovanému porušování a znovuoobnovování při náhodném vzniku dalších a dalších stykových plošek (obr. 6.2). Dynamická třecí



Obr. 6.2 Mechanismus smykového tření. (a) Horní těleso klouže směrem vpravo po povrchu dolního tělesa. Zvětšeno. (b) Detail, ukazující dvě styková místa, kde vznikl svar za studena. K udržení pohybu je třeba působit silou, která svary naruší.

síla \mathbf{F}_d je vektorovým součtem sil působících při tomto procesu. Často je pohyb tělesa „trhaný“, neboť různé dvojice plošek k sobě vždy nakrátko přilnou a zase po sobě sklouznou.

Neprerážené opakování *kontaktů a smyků* může být provázáno různými zvuky, například při smyku kol na suché dlažbě, škrábání nehtem po tabuli, otevírání dveří s rezačnými panty, tahání smyčce po houslové struně.

6.2 VLASTNOSTI SIL TŘENÍ

Předpokládáme, že na těleso se suchým povrchem, které spočívá na podložce stejné kvality, případně je k ní tlačeno, působíme silou \mathbf{F} ve snaze je po podložce posunout. Experiment ukazuje, že třecí síla, již působí podložka proti pohybu tělesa, má tři vlastnosti:

1. Je-li těleso v klidu, má statická třecí síla \mathbf{F}_s stejnou velikost jako průmět síly \mathbf{F} do podložky a je vůči němu opačně orientována.
2. Velikost síly F_s dosahuje maximální hodnoty $F_{s,\max}$ dané vztahem

$$F_{s,\max} = f_s N, \quad (6.1)$$

kde f_s je **koeficient statického tření** a N je velikost tlakové síly, již působí podložka na těleso. Převýší-li velikost průmětu síly \mathbf{F} do podložky hodnotu $F_{s,\max}$, začne těleso po podložce klouzat.

3. V okamžiku, kdy se těleso dá do pohybu, klesne velikost třecí síly prakticky skokem na hodnotu F_d , určenou vztahem

$$F_d = f_d N, \quad (6.2)$$

kde f_d je **koeficient dynamického (též kinetického) tření**. Tuto velikost má dynamická třecí síla \mathbf{F}_d v průběhu celého pohybu.

Vlastnosti 1 a 2, které jsme formulovali pro případ jedné síly \mathbf{F} , zůstanou v nezměněné podobě i v případě, že \mathbf{F} je výslednicí několika sil působících na těleso. Rovnice (6.1) a (6.2) *nemají* vektorový charakter. Síly \mathbf{F}_d , resp. \mathbf{F}_s jsou totiž vždy rovnoběžné s podložkou a směřují proti pohybu, resp. zamýšlenému pohybu tělesa, zatímco síla \mathbf{N} je k podložce kolmá.

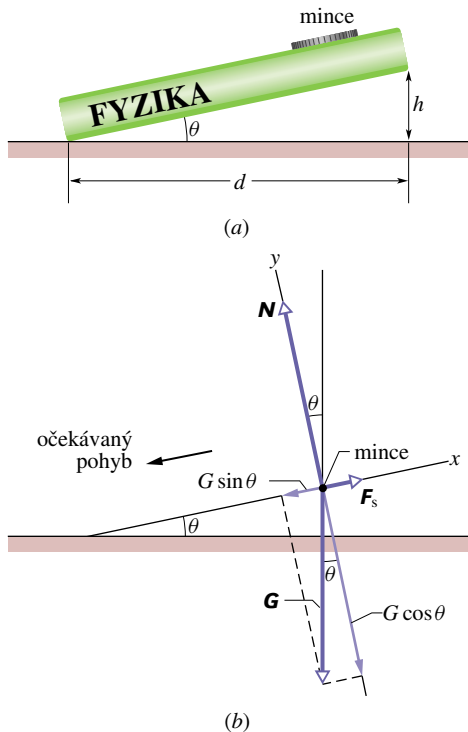
Koeficienty f_s a f_d jsou bezrozměrové a zjišťují se experimentálně. Jejich hodnoty závisejí na vlastnostech tělesa i podložky, takže hovoříme o koeficientech tření *mezi* podložkou a tělesem či *mezi* dvěma materiály (např. řekneme,

že „hodnota statického koeficientu tření f_s mezi sáněmi a asfaltem je 0,5“). Předpokládáme, že hodnota f_d není závislá na rychlosti pohybu tělesa po podložce.

KONTROLA 1: Kostka leží na podlaze. (a) Jaká je velikost třecí síly, kterou na kostku působí podlaha? (b) Na kostku začneme působit vodorovnou silou o velikosti 5 N, avšak kostka je stále v klidu. Jak velká je třecí síla působící na kostku? (c) Podaří se kostku uvést do pohybu vodorovnou silou o velikosti 8 N, je-li maximální hodnota statické třecí síly $F_{s,\max}$ rovna 10 N? (d) Podaří se to při působení vodorovné síly o velikosti 12 N?

PŘÍKLAD 6.1

Na obr. 6.3a je nakreslena mince, ležící na knize, skloněně vzhledem k vodorovné rovině o úhel θ . Zkusmo jsme zjistili, že při zvýšení úhlu θ na hodnotu 13° začne mince klouzat. Jaký je koeficient statického tření f_s mezi mincí a knihou?



Obr. 6.3 Příklad 6.1. (a) Mince právě začíná klouzat po obalu knihy. (b) Silový diagram ukazuje tři síly působící na minci. Tíhová síla je znázorněna jako součet svých průmětů do souřadnicových os x a y , zvolených způsobem, který zjednodušuje řešení problému.

ŘEŠENÍ: Obr. 6.3b znázorňuje silový diagram mince právě v okamžiku, kdy začíná klouzat. Na minci působí tlaková síla \mathbf{N} kolmá ke knize, tíhová síla \mathbf{G} a třecí síla \mathbf{F}_s , která směřuje podél nakloněné roviny vzhůru, neboť mince „se chystá“

sklouznout dolů. Mince je v rovnováze, takže výslednice sil na ni působících je nulová. Z druhého Newtonova zákona tak získáme vztah

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_s + \mathbf{G} + \mathbf{N} = \mathbf{0}. \quad (6.3)$$

Pro x -ové složky vede tato vektorová rovnice ke vztahu

$$\sum F_x = F_s - G \sin \theta = 0, \quad \text{tj.} \quad F_s = G \sin \theta. \quad (6.4)$$

Pro y -ové složky dostáváme

$$F_y = N - G \cos \theta, \quad \text{tj.} \quad N = G \cos \theta. \quad (6.5)$$

V okamžiku, kdy mince začíná klouzat (a *jedině v tomto okamžiku*), nabývá velikost statické třecí síly své maximální hodnoty $f_s N$. Dosazením $f_s N$ za F_s do rovnice (6.4) a vydělením rovnicí (6.5) dostáváme

$$\frac{F_s}{N} = \frac{f_s N}{N} = \frac{G \sin \theta}{G \cos \theta} = \operatorname{tg} \theta,$$

tj.

$$f_s = \operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} 13^\circ = 0,23. \quad (\text{Odpověď}) \quad (6.6)$$

Získali jsme jednoduchý návod jak změřit f_s . Úhломěr ani nepotřebujeme. Stačí změřit dvě délky h a d , vyznačené v obr. 6.2a, a určit jejich poměr $h/d = \operatorname{tg} \theta$.

PŘÍKLAD 6.2

Při nouzovém brzdění se zablokují kola automobilu (nemohou se otáčet) a automobil klouže po silnici. Utržené kousky pneumatik a krátké úseky roztaveného asfaltu vytvářejí „brzdné stopy“, svědčící o tom, že při skluzu automobilu po silnici dochází ke sváření za studena. Brzdné stopy „rekordní délky“ byly zaznamenány v roce 1960 na silnici M1 v Anglii u vozu Jaguar a měřily 290 m! Předpokládejme, že $f_s = 0,60$. Jak rychle jelo auto v okamžiku, kdy se kola zablokovala?

ŘEŠENÍ: V obr. 6.4a je vyznačena brzdná dráha automobilu. V diagramu sil působících na automobil během brzdění je vyznačena tíhová síla \mathbf{G} , normálová síla \mathbf{N} a dynamická třecí síla \mathbf{F}_d . Ve vztahu (2.16)

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0),$$

položíme $v_x = 0$ a $x - x_0 = d$ a vyjádříme velikost počáteční rychlosti $v_0 = v_{0x}$:

$$v_0 = \sqrt{-2a_x d}. \quad (6.7)$$

Pro zjištění a_x použijeme x -ovou složku druhého Newtonova zákona. Při zanedbání vlivu odporu vzduchu na pohyb auta

je jedinou silou s nenulovou x -ovou složkou třecí síla \mathbf{F}_d , přičemž $F_{d,x} = -F_d$. Dostáváme tak

$$-F_d = ma_x, \quad \text{tj.} \quad a_x = -\frac{F_d}{m} = -\frac{f_d N}{m}, \quad (6.8)$$

kde jsme dosadili $F_d = f_d N$ ze vztahu (6.2) a m je hmotnost automobilu.

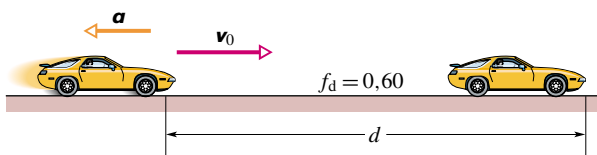
Normálová síla \mathbf{N} má velikost $N = G = mg$. Jejím dosazením do vztahu (6.8) dostáváme

$$a_x = \frac{-f_d mg}{m} = -f_d g. \quad (6.9)$$

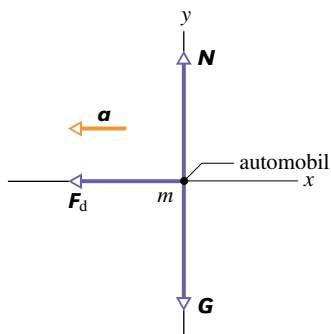
Nakonec dosadíme vztah (6.9) do (6.7):

$$\begin{aligned} v_0 &= \sqrt{2 f_d g d} = \sqrt{2(0,60)(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(290 \text{ m})} = \\ &= 58 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 210 \text{ km/h}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Při řešení jsme mlčky předpokládali, že konec brzdné stopy odpovídá hodnotě $v_x = 0$. V popisovaném skutečném případě byla brzdná stopa přerušena proto, že jaguar urazil se zablokovanými koly zmíněných 290 m a pak vyjel ze silnice. Získaný výsledek je proto třeba interpretovat tak, že hodnota v_0 činila nejméně 210 km/h, mohla však být i mnohem vyšší.



(a)



(b)

Obr. 6.4 Příklad 6.2. (a) Automobil klouže směrem doprava a zastaví se poté, co urazil vzdálenost d . (b) Silový diagram brzdícího automobilu. Vektor zrychlení směřuje vlevo, souhlasně s třecí silou \mathbf{F}_d .

PŘÍKLAD 6.3

Žena táhne po zasněženém vodorovném chodníku naložené sáně o hmotnosti $m = 75 \text{ kg}$. Rychlost sání je konstantní. Koeficient dynamického tření f_d mezi skluznicí a sněhem je 0,10 a úhel φ na obr. 6.5 je 42° .

(a) Jaká je velikost T tahové síly provazu?

ŘEŠENÍ: Na obr. 6.5b je diagram sil působících na sáně. Použitím druhého Newtonova zákona pro vodorovný směr dostáváme

$$T \cos \varphi - F_d = ma_x = 0, \quad (6.10)$$

kde a_x má nulovou hodnotu, neboť rychlost sání je konstantní. Pro svislý směr platí

$$T \sin \varphi + N - mg = ma_y = 0, \quad (6.11)$$

kde $m\mathbf{g}$ je tíhová síla působící na sáně. Podle rov. (6.2) je

$$F_d = f_d N. \quad (6.12)$$

Poslední tři rovnice obsahují neznámé veličiny T , N a F_d . Vyloučením N a F_d získáme poslední z nich, T :

Začneme sečtením rovnic (6.10) a (6.12) a dostaneme

$$T \cos \varphi = f_d N$$

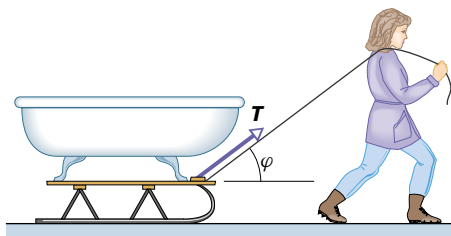
a odtud

$$N = \frac{T \cos \varphi}{f_d}. \quad (6.13)$$

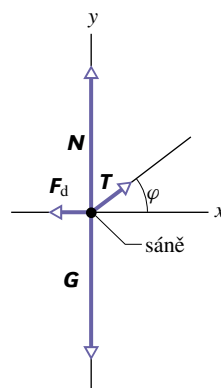
Dosazením do (6.11) a řešením vzhledem k neznámé T pak dostáváme

$$\begin{aligned} T &= \frac{f_d mg}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} = \\ &= \frac{(0,10)(75 \text{ kg})(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})}{\cos 42^\circ + (0,10) \sin 42^\circ} = \\ &= 91 \text{ N}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Získaná hodnota je tedy výrazně nižší než velikost tíhové síly.



(a)



(b)

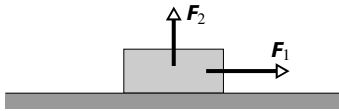
Obr. 6.5 Příklad 6.3. (a) Žena táhne sáně stálou rychlostí, přičemž na ně působí silou \mathbf{T} . (b) Silový diagram pro sáně s nákladem.

(b) Jak velká je normálová síla, jíž tlačí sněhový povrch na skluznici sání?

ŘEŠENÍ: Hodnotu N získáme dosazením $T = 91 \text{ N}$ a zadaných údajů do vztahu (6.11) nebo (6.13). Pomocí (6.11) dostáváme

$$\begin{aligned} N &= mg - T \sin \varphi = \\ &= (75 \text{ kg})(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) - (91 \text{ N}) \sin 42^\circ = \\ &= 670 \text{ N}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

KONTROLA 2: Na kostku (viz obr.) spočívající na podlaze působí vodorovná síla F_1 o velikosti 10 N . Kostka je však v klidu. Na kostku začneme působit svislou silou F_2 , jejíž velikost postupně narůstá (od počáteční nulové hodnoty) až do okamžiku uvedení kostky do pohybu. Rozhodněte, zda v průběhu tohoto experimentu následující veličiny rostou, klesají, či zůstávají nezměněny: (a) velikost třecí síly, jíž působí podložka na kostku, (b) velikost normálové tlakové síly podložky na kostku, (c) maximální hodnota $F_{s,\max}$ statické třecí síly, jíž může působit podložka na kostku.



PŘÍKLAD 6.4

Na obr. 6.6a se bedna nakládané zeleniny o hmotnosti $m_1 = 14 \text{ kg}$ pohybuje po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou podložkou úhel $\theta = 30^\circ$. Bedna je spojena pevným lanem o zanedbatelné hmotnosti, vedeným přes nehmotnou kladku, která se může otáčet bez tření, s jinou bednou, jejíž hmotnost je $m_2 = 14 \text{ kg}$. Zavěšená bedna klesá stálou rychlostí.

(a) Určete velikost a směr třecí síly, jíž působí nakloněná rovina na bednu m_1 .

ŘEŠENÍ: Ze skutečnosti, že těleso m_2 klesá, je zřejmé, že m_1 stoupá po nakloněné rovině. *Dynamická* třecí síla F_d tedy směřuje podél nakloněné roviny dolů.

Pro zjištění její velikosti ovšem nemůžeme použít vztahu (6.2), neboť neznáme koeficient dynamického tření f_d mezi tělesem m_1 a šikmou podložkou. Můžeme však užít postupu uvedeného v kapitole 5. Nejprve nakreslíme silové diagramy těles m_1 a m_2 podle obr. 6.6b a c. Symboly G_1 a G_2 v nich představují tíhové síly a T a T' jsou tahové síly, jimiž působí lano na bedny m_1 a m_2 . Velikosti tahových sil jsou stejné. Jejich společnou hodnotu označíme T .

Promítneme G_1 do souřadnicových os a aplikujeme na těleso m_1 druhý Newtonův zákon. Pro jeho x -ovou složku

dostáváme podle obr. 6.6b vztah

$$\sum F_x = T - F_d - m_1 g \sin \theta = m_1 a_x = 0, \quad (6.15)$$

ve kterém jsme položili $a_x = 0$. Těleso m_1 se totiž pohybuje konstantní rychlostí. Druhý Newtonův zákon zapíšeme i pro těleso m_2 a opět využijeme skutečnosti, že se pohybuje stálou rychlostí. Všechny vektory mají tentokrát nenulové pouze y -ové složky, takže podle obr. 6.6c dostáváme

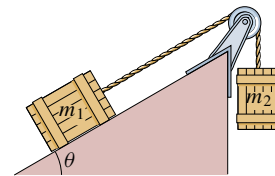
$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = 0,$$

tj.

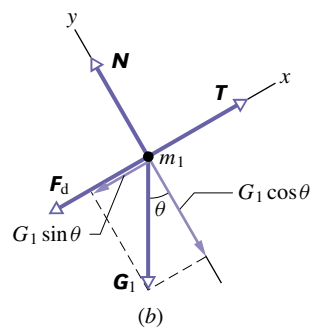
$$T = m_2 g. \quad (6.16)$$

Za T dosadíme do vztahu (6.15) výraz (6.16) a vyjádříme F_d :

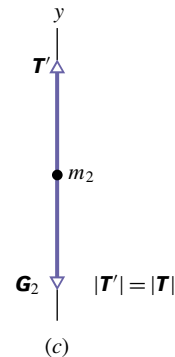
$$\begin{aligned} F_d &= m_2 g - m_1 g \sin \theta = \\ &= (14 \text{ kg})(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) - (14 \text{ kg})(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \sin 30^\circ = \\ &= 68,6 \text{ N} \doteq 69 \text{ N}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$



(a)



(b)



(c)

Obr. 6.6 Příklad 6.4. (a) Těleso o hmotnosti m_1 stoupá po nakloněné rovině stálou rychlostí, těleso m_2 klesá, rovněž stálou rychlostí. (b) Silový diagram tělesa m_1 . (c) Silový diagram tělesa m_2 .

(b) Určete hodnotu f_d .

ŘEŠENÍ: Hodnotu f_d můžeme získat ze vztahu (6.2). Nejprve však musíme zjistit velikost normálové síly N působící na těleso m_1 . Použijeme k tomu y -ovou složku vektorové rovnice vyjadřující druhý Newtonův zákon pro těleso m_1 (obr. 6.6b):

$$\sum F_y = N - m_1 g \cos \theta = m_1 a_y = 0,$$

tj.

$$N = m_1 g \cos \theta.$$

Ze vztahu (6.2) pak dostáváme

$$\begin{aligned} f_d &= \frac{F_d}{N} = \frac{F_d}{m_1 g \cos \theta} = \\ &= \frac{(68,6 \text{ N})}{(14 \text{ kg})(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}) \cos 30^\circ} = 0,58. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

6.3 ODPOROVÁ SÍLA A MEZNÍ RYCHLOST

Tekutinou rozumíme tekuté prostředí, obvykle plyn nebo kapalinu, výjimečně plazma. Při pohybu tělesa v tekutině, kdy se těleso pohybuje klidným prostředím, anebo prostředím proudí kolem klidného tělesa, působí prostředí na těleso **odporovou silou F** , která pohybu brání. Tato síla směřuje proti rychlosti, jíž se těleso pohybuje vzhledem k prostředí.

V tomto článku se budeme zabývat pouze případy, kdy proudícím prostředím je vzduch, těleso je spíše zaoblené (fotbalový míč) než štíhlé (oštěp) a proudění je natolik rychlé, že již může být považováno za turbulentní (za tělesem se tvoří vzduchové víry). V takových případech souvisí odporová síla F s relativní rychlostí empirickým vztahem

$$F = \frac{1}{2} C \rho S v^2, \quad (6.17)$$

kde ρ je hustota vzduchu (hmotnost vztážená na objemovou jednotku) a S je **účinný průřez** tělesa, definovaný jako obsah největšího řezu tělesa rovinou kolmou k relativní rychlosti \mathbf{v} . **Součinitel odporu C** se zjišťuje experimentálně, jeho typické hodnoty se pohybují v rozmezí od 0,4 do 1,0. Pro dané těleso není C konstantou v pravém slova smyslu, neboť se při výrazných změnách rychlosti \mathbf{v} také mění. Tuto komplikaci však nebudeme brát v úvahu.

Závislost odporu prostředí na veličinách S a v^2 velmi dobře znají sjezdaři. Pro dosažení vysoké rychlosti musí sjezdař co možná nejvíce snížit velikost odporové síly, například tím, že zaujme sjezdový postoj zvaný „vajíčko“ (obr. 6.7) a minimalizuje tak účinný průřez S .

Ze vztahu (6.17) je vidět, že při pádu oblého objektu vzduchem velikost odporové síly F postupně narůstá (od počáteční nulové hodnoty při $v = 0$) s rostoucí rychlostí pádu. Obr. 6.8 ukazuje, že při dostatečně dlouhém pádu dojde k vyrovnání síly odporové F a tíhové $G = mg$. Výsledná svislá síla působící na těleso se tak anuluje. Podle druhého Newtonova zákona musí této situaci odpovídat nulové zrychlení, takže rychlost tělesa již neporoste. Těleso

pak padá stálou **mezní rychlostí** o velikosti v_m , kterou zjistíme z rovnosti $F = mg$ užitím vztahu (6.17). Platí

$$\frac{1}{2} C \rho S v_m^2 = mg$$

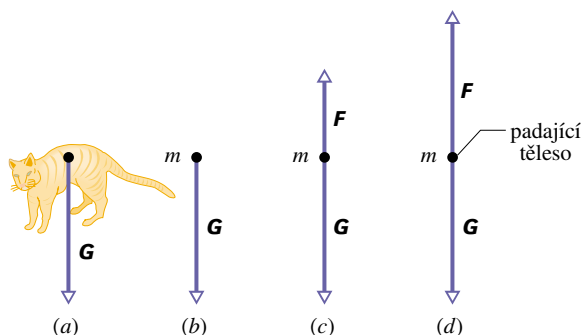
a odtud

$$v_m = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho S}}. \quad (6.18)$$

Tabulka 6.1 uvádí hodnoty v_m pro některé běžné předměty.



Obr. 6.7 Sjezdař je schoulen ve „vajíčku“, aby co nejvíce snížil svůj účinný průřez a tím i odporovou sílu.



Obr. 6.8 Síly působící na těleso během pádu ve vzduchu: (a) Těleso na samém počátku pádu, (b) silový diagram v tomto okamžiku, (c) silový diagram o chvíli později, kdy již působí odporová síla. (d) Velikost odporové síly roste až do okamžiku, kdy se vyrovná se silou tíhovou. Od té chvíle padá těleso konstantní (mezní) rychlostí.

V souhlasu s výpočty* založenými na vztahu (6.17) dosáhne kočka mezní rychlosti při pádu z výšky zhruba šesti poschodí. Než k tomu dojde, je $G > F$ a kočka je urychlována nenulovou výslednou silou, směřující svisle dolů.

* W. O. Whitney a C. J. Mehlhaff, High-rise syndrome in cats. *J. Am. Veterinary Medical Assoc.* **191**, 1399–1403 (1987).

S odkazem na kapitolu 2 si připomeňme, že naše smysly reagují na zrychlení, nikoli na rychlost. Také padající kočka pocítí zrychlení. Lekne se, skrčí nohy pod tělo, zvedne hlavu a ohne páteř vzhůru. Tím se sníží její účinný průřez S a zvýší velikost dosažitelné mezní rychlosti v_m . Za této situace by ovšem při přistání muselo dojít k většímu poranění.

V okamžiku, kdy kočka dosáhne mezní rychlosti, její zrychlení klesne na nulu a kočka se uklidní. Napne nohy a krk vodorovně a napřímí páteř (podobá se při tom letící veverce při skoku ze stromu na strom). Tím se zvýší průřez S a s ním i síla odporu F . Kočka se začne zpomalovat, neboť nyní je $F > G$ a výsledná síla míří vzhůru, až do okamžiku, kdy dosáhne nové, nižší mezní rychlosti. Pokles v_m snižuje nebezpečí vážného poranění při dopadu. Těsně před koncem pádu, když kočka spatří blížící se povrch země, stáhne nohy zpět pod tělo a připraví se na přistání.

Tabulka 6.1 Některé mezní rychlosti ve vzduchu

PŘEDMĚT	MEZNÍ RYCHLOST ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	95% VZDÁLENOST ^a (m)
Osmikilogramový náboj	145	2 500
Vzdušný akrobat ^b (typický případ)	60	430
Baseballový míč	42	210
Tenisový míček	31	115
Basketballový míč	20	47
Pingpongový míček	9	10
Dešťová kapka (poloměr 1,5 mm)	7	6
Výsadkář ^c (typický případ)	5	3

^a Vzdálenost, kterou musí těleso urazit, aby dosáhlo rychlosti o velikosti 95 % mezní hodnoty v_m .

^b Parašutista předvádí akrobatické figury bez otevření padáku.

^c Parašutista otevře padák bezprostředně po výskoku z letadla.

Zdroj: Upraveno podle Petera J. Brancazia, *Sport Science*, Simon & Schuster, New York, 1984.

PŘÍKLAD 6.5

Padající kočka dosáhla poprvé mezní rychlosti o velikosti 100 km/h poté, co se prohnula do svislé polohy. Pak se opět roztáhla a její účinný průřez se zvýšil na dvojnásobek. Jak rychle padala kočka v okamžiku, kdy dosáhla mezní rychlosti podruhé?

ŘEŠENÍ: Označme v_{m1} , resp. v_{m2} velikost první, resp. druhé mezní rychlosti a S_1 a S_2 odpovídající účinné průřezy. Užitím vzorce (6.18) vypočteme poměr mezních rychlostí:

$$\frac{v_{m2}}{v_{m1}} = \frac{\sqrt{2mg/C\varrho S_2}}{\sqrt{2mg/C\varrho S_1}} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \sqrt{\frac{S_1}{2S_1}} = \sqrt{0,5} \doteq 0,7,$$

tj. $v_{m2} \doteq 0,7v_{m1}$, což činí přibližně 70 km/h.

Následující událost se odehrála v dubnu 1987. Při skupinovém seskoku z letadla si parašutista Gregory Robertson všiml, že jeho kolegyně Debbie Williamsová ztratila vědomí při srážce s dalším vzdušným akrobatem v okamžiku, kdy ještě neměla otevřený padák. Robertson byl v tu chvíli v dost velké výšce nad ní. Prozatím však také padák neotevřel, aby si vychutnal radost ze čtyřkilometrového pádu. Reagoval pohotově: otočil se hlavou dolů, aby tak minimalizoval svůj účinný průřez a zvýšil rychlost pádu. Dosáhl mezní rychlosti něco přes 120 km/h, dostihl Williamsovou a zaujal vodorovnou polohu „rozeprtého orla“ (obr. 6.9). Tím opět zvýšil velikost odporové síly natolik, že mohl dívku zachytit a otevřít její padák. Svůj vlastní pak otevřel pouhých 10 s před dopadem. Williamsová měla sice vlivem neřízeného přistání rozsáhlá vnitřní poranění, pád však našťastí přežila.



Obr. 6.9 Parašutisté ve vodorovné poloze „rozeprtého orla“ dosahují maximálního odporu vzduchu.

PŘÍKLAD 6.6

Dešťová kapka o poloměru $R = 1,5$ mm padá z mraku, který je ve výšce $h = 1200$ m nad zemským povrchem. Odporový koeficient kapky je 0,60. Předpokládejme, že kapka má po celou dobu pádu kulový tvar. Hustota vody je $\varrho_v = 1000$ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a hustota vzduchu $\varrho_{vz} = 1,2$ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

(a) Jaká je mezní rychlost kapky?

ŘEŠENÍ: Objem koule je $\frac{4}{3}\pi R^3$, její efektivní průřez je roven obsahu kruhu o poloměru R . Je tedy

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \varrho_v \quad \text{a} \quad S = \pi R^2.$$

Ze vztahu (6.18) pak dostáváme

$$\begin{aligned} v_m &= \sqrt{\frac{2mg}{C\varrho_{vz}S}} = \sqrt{\frac{8\pi R^3 \varrho_v g}{3C\varrho_{vz}\pi R^2}} = \sqrt{\frac{8R\varrho_v g}{3C\varrho_{vz}}} = \\ &= \sqrt{\frac{8(1,5\cdot 10^{-3} \text{ m})(1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3})(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})}{3(0,60)(1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3})}} = \\ &= 7,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Uvědomte si, že ve výpočtu nevystupuje výška mraku nad povrchem Země. Kapka (viz tab. 6.1) dosáhne mezní rychlosti po několika metrech.

(b) Jaká by byla rychlost kapky těsně před dopadem na povrch Země, kdyby nepůsobila odporová síla?

ŘEŠENÍ: Do vztahu (2.23) dosadíme $(y - y_0) = -h$ a $v_0 = 0$. Dostaneme

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(1\,200 \text{ m})} = 150 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}. \quad (\text{Odpověď})$$

Za takových podmínek by asi Shakespeare sotva mohl napsat „... a laskavý déšť z nebes skrápěl zemi...“

KONTROLA 3: Rozhodněte, zda rychlost velkých dešťových kapek je v blízkosti povrchu Země větší, menší, či stejná jako rychlost kapek malých. Předpokládejte, že velké i malé kapky mají kulový tvar.

6.4 ROVNOMĚRNÝ POHYB PO KRUŽNICI

Připomeňme si, že o rovnoměrném pohybu po kružnici hovoříme tehdy, pohybuje-li se částice po kružnici nebo jejím oblouku rychlostí o stálé velikosti v . Uvědomme si také, že částice se pohybuje s dostředivým zrychlením (směřujícím stále do středu kružnice), jehož velikost je stálá a je dána vztahem (4.22):

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (\text{dostředivé zrychlení}), \quad (6.19)$$

kde r je poloměr kružnice.

Dostředivé zrychlení udílí částici **dostředivá síla**, která samozřejmě rovněž směřuje stále do středu kružnice. Její velikost je konstantní a pomocí druhého Newtonova zákona ji lze vyjádřit ve tvaru

$$F = ma = \frac{mv^2}{r} \quad (\text{dostředivá síla}). \quad (6.20)$$

Jestliže má tedy výslednice sil působících na částici charakter dostředivé síly, pohybuje se částice rovnoměrně po kružnici. Naopak, vidíme-li částici pohybující se rovnoměrně po kružnici, můžeme si být jisti, že výslednice sil na ni působících je dostředivá síla. Bez dostředivé síly není rovnoměrný pohyb po kružnici možný. Dostředivé zrychlení i dostředivá síla jsou vektorovými veličinami, jejichž

velikost je konstantní a směr se neustále mění tak, aby směřovaly do středu kružnice.

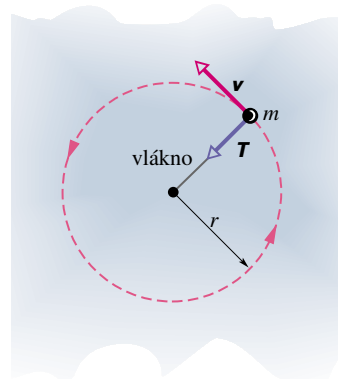
Představme si, že tělesem obíhajícím rovnoměrně po kružnici je třeba hokejový kotouč uvázaný na šňůře a kroužící kolem jejího pevného konce podle obr. 6.10. Úlohu dostředivé síly hraje v tomto případě tahová síla šňůry. Při pohybu Měsíce kolem Země, který je rovnoměrnému pohybu po kružnici blízký, je dostředivou silou přitažlivá gravitační síla, jíž na Měsíc působí Země. Dostředivá síla tedy není novým druhem síly. Může to být síla pnutí, gravitační síla nebo síla jakékoliv jiné povahy.

Srovnajme nyní dva obdobné případy rovnoměrného pohybu po kružnici:

1. Projíždění zatáčky v autě. Představme si dort v krabici uprostřed zadního sedadla automobilu, který jede velkou rychlostí po ploché silnici. Řidič náhle zatočí vlevo po kruhovém oblouku, krabice sklouzne po sedadle vpravo a je přitisknuta k vnitřní stěně vozu. Co se vlastně stalo?

Pohyb automobilu po oblouku považujeme za rovnoměrný pohyb po kružnici. Dostředivou silou, která jej způsobuje, je třecí síla, jíž působí povrch silnice na pneumatiky vozu. Tato síla směřuje radiálně dovnitř kružnice a má velikost danou vztahem (6.20). Je přitom rozložena na všechna čtyři kola.

Krabice s dortem by rovněž konala rovnoměrný pohyb po kružnici a setrvala při něm uprostřed sedadla, kdyby třecí síla, jíž na ni působí sedadlo, byla dostatečně velká. V popisovaném případě tomu tak zřejmě není, a proto krabice sklouzne po sedadle.



Obr. 6.10 Hokejový kotouč o hmotnosti m se pohybuje po kružnici po vodorovné dokonale hladké podložce. Jeho rychlost má stálou velikost v . Dostředivou silou je tahová síla T , jíž na kotouč působí šňůra.

Z hlediska vztažné soustavy spojené s povrchem Země krabice s dortem ve skutečnosti pokračuje v přímočarém pohybu, zatímco sedadlo pod ní klouže, dokud krabice nenarazí na stěnu vozu. Tlaková síla stěny na krabici pak

realizuje dostředivou sílu a krabice se začne pohybovat rovnoměrně po kružnici spolu s automobilem.

2. Obíhání kolem Země. Nyní jsme v roli cestujícího vesmírné lodi *Atlantis*, která je na oběžné dráze kolem Země a zabýváme se studiem „stavu beztlíže“. Co se děje v tomto případě?

Dostředivou silou, která udržuje kosmickou loď i kosmonauta v rovnoměrném pohybu po kružnici, je přitažlivá gravitační síla, již Země působí jak na loď, tak na kosmonauta. Tato síla směřuje do středu kruhové trajektorie (střed Země) a její velikost vyhovuje vztahu (6.20).

Jak v automobilu, tak v kosmické lodi se pozorovaný předmět pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici vlivem dostředivé síly. Obě situace jsou však velmi odlišné. V autě je dort vržen ke stěně, která pak na něj působí tlakovou silou. V obíhající kosmické lodi naopak pasažér volně pluje a žádnou působící sílu nepocituje. Proč je rozdíl tak veliký?

Je způsoben rozdílnou povahou dostředivé síly v jednotlivých případech. V autě je dostředivou silou tzv. *plošná síla*, zprostředkovaná přímým kontaktem stěny vozu s částí povrchu krabice. V kosmické lodi má dostředivá síla charakter *síly objemové*. Je to přitažlivá gravitační síla, složená z elementárních sil, jimiž působí Země na jednotlivé částice lodi a kosmonautova těla úměrně jejich hmotnostem. (Podrobněji o tom v čl. 14.2.) Žádná část těla se tedy plošně nestlačuje, a kosmonaut proto silové působení nepocituje.

PŘÍKLAD 6.7

Igor je inženýr-kosmonaut v kosmické lodi *Vostok II*, která létá na oběžné dráze kolem Země ve výšce $h = 520$ km. Její rychlost má velikost $7,6$ km/s, Igor má hmotnost $m = 79$ kg.

(a) S jakým zrychlením se Igor pohybuje?

ŘEŠENÍ: Igor koná rovnoměrný pohyb po kružnici o poloměru $R_Z + h$, kde R_Z je poloměr Země. Jeho dostředivé zrychlení je dáno vztahem (6.19):

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{R_Z + h} = \frac{(7,6 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{(6,37 \cdot 10^6 \text{ m}) + (0,52 \cdot 10^6 \text{ m})} = 8,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq 8,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (\text{Odpověď})$$

Tato hodnota představuje velikost tíhového zrychlení v nadmořské výšce, v níž se Igor nachází. Předmět, který by byl do této nadmořské výšky vynesena a pak jen volně puštěn, by padal k Zemi se zrychlením, jehož počáteční velikost by měla právě tu hodnotu, kterou jsme před chvílí vypočetli. Pohyby kosmické lodi a pohyb padajícího předmětu se liší tím, že kámen má počáteční rychlost nulovou, takže „jen padá“, zatímco loď na oběžné dráze má počáteční rychlost kolmou na směr přitažlivé síly, takže koná kromě pádu ještě „boční

pohyb“. Výsledkem je pak pohyb po zakřivené trajektorii kolem Země.

(b) Jak velkou gravitační (dostředivou) silou působí Země na kosmonauta?

ŘEŠENÍ: Dostředivá síla má velikost

$$F = ma = (79 \text{ kg})(8,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) = 660 \text{ N}. \quad (\text{Odpověď})$$

Kdyby se kosmonaut Igor postavil na váhu umístěnou na věži o výšce $h = 520$ km, ukazovala by váha údaj 660 N. V obíhající kosmické lodi by váha ukazovala nulu, pokud by na ní Igor vůbec mohl „stát“. Váha totiž „padá“ společně s kosmonautem a jeho nohy na ni ve skutečnosti netlačí.

RADY A NÁMĚTY

Bod 6.1: Podívejme se na to

V příkladu 6.7 jsme potřebovali znát poloměr Země, který nebyl v zadání uveden. Abychom si i v takové situaci věděli rady, měli bychom být obeznámeni se zdroji informací podobného druhu, počínaje touto knihou. Řada užitečných údajů je uvedena na vnitřní obálce knihy, v dodatcích a tabulkách. Neocenitelným zdrojem je každoročně aktualizovaná příručka *Handbook of Chemistry and Physics* (vydavatel CRC Press). Z cvičných důvodů zkuste zjistit například hustotu železa, rozvoj funkce e^x v mocninnou řadu, počet centimetrů v míli, střední vzdálenost Saturnu od Slunce, hmotnost protonu, rychlost světla, atomové čísla samaria. Vše je možné najít v citované příručce. (Český středoškolák najde všechny tyto údaje např. v běžných Matematických, fyzikálních a chemických tabulkách.)

KONTROLA 4: Vezete se na ruském kole, které se rovnoměrně otáčí. Určete směr svého zrychlení \mathbf{a} a směr tlakové síly, kterou na vás působí sedačka, při průchodu (a) nejvyšším, resp. (b) nejnižším bodem trajektorie.

PŘÍKLAD 6.8

Během cirkusového představení v roce 1901 předvedl Allo „Dare Devil“ Diavolo vrcholné číslo, jízdu na kole ve spirále smrti (obr. 6.11a). Předpokládejme, že smyčka je kruhová a má poloměr $R = 2,7$ m. Jakou nejmenší rychlostí \mathbf{v} mohl Diavolo projíždět nejvyšším bodem smyčky, aby s ní neztratil kontakt?

ŘEŠENÍ: Obr. 6.11b znázorňuje silový diagram artisty na kole v nejvyšším bodě smyčky (spojená tělesa aproximujeme hmotným bodem). V diagramu je vyznačena tíhová síla $\mathbf{G} = m\mathbf{g}$ a normálová síla \mathbf{N} , již působí smyčka na kolo s akrobatem. Zrychlení \mathbf{a} směřuje dolů ke středu smyčky

a podle vztahu (6.19) má velikost $a = v^2/R$. Užitím druhého Newtonova zákona dostáváme

$$\sum F_y = -N - mg = ma_y = -ma = -m \frac{v^2}{R}.$$

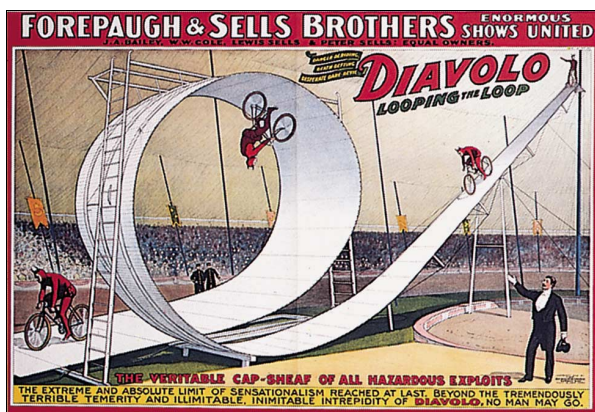
V okamžiku ztráty kontaktu kola se smyčkou je $N = 0$ a platí

$$mg = m \frac{v^2}{R},$$

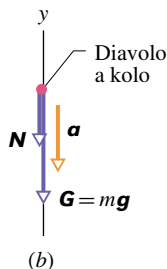
tj.

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(2,7 \text{ m})} = 5,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}. \quad (\text{Odpověď})$$

Aby Diavolo neztratil kontakt se smyčkou, musel projet jejím nejvyšším bodem rychleji než $5,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pak byla velikost tlakových sil mezi koly a smyčkou nenulová.



(a)



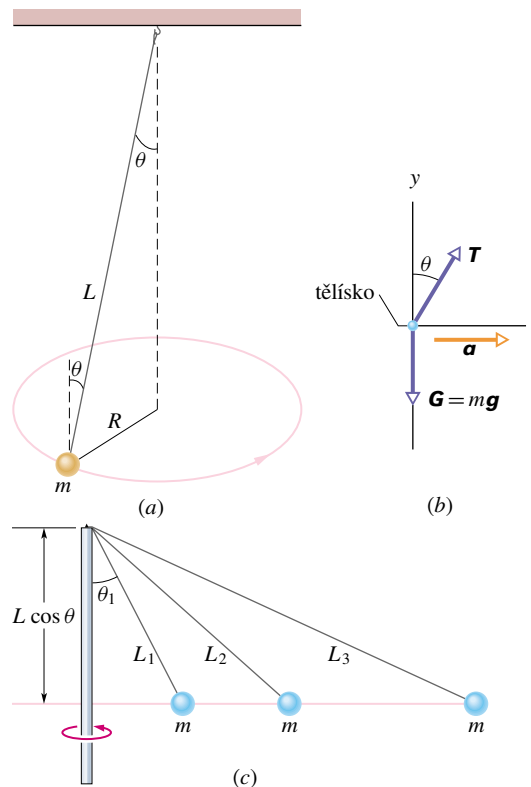
Obr. 6.11 Příklad 6.8. (a) Dobová reklama na Diavolovo vystoupení a (b) silový diagram v okamžiku průjezdu akrobata nejvyšším bodem smyčky.

PŘÍKLAD 6.9

Na obr. 6.12a je *konické kyvadlo*, jehož kulička má hmotnost $m = 1,5 \text{ kg}$ a je zavěšena na vlákně délky $L = 1,7 \text{ m}$. Kulička obíhá ve vodorovné rovině po kružnici a vlákno svírá se svislým směrem úhel $\theta = 37^\circ$. Při tomto pohybu opisuje vlákno kuželovou plochu. Určete periodu pohybu τ (dobu oběhu).

ŘEŠENÍ: Silový diagram na obr. 6.12b znázorňuje síly působící na kuličku kyvadla: tahovou sílu vlákna \mathbf{T} a tíhovou

sílu $\mathbf{G} = m\mathbf{g}$. Podle obrázku umístíme počátek soustavy souřadnic do středu kuličky. Místo pevné osy x však použijeme „pohyblivou“ radiální osu r , která neustále mívá do středu trajektorie kuličky.



Obr. 6.12 Příklad 6.9. (a) Konické kyvadlo, jehož závěsné vlákno svírá se svislým směrem úhel θ . (b) Silový diagram kuličky kyvadla. Souřadnicové osy y a r mají svislý a radiální směr. Výsledná síla, a tedy i zrychlení, směřují do středu kružnice. (c) Tři kyvadla různých délek jsou roztáčena na společném hřídeli. Jejich kuličky obíhají v téže vodorovné rovině, v soulahu se vztahem (6.24).

Složky síly \mathbf{T} ve směrech y a r jsou $T \cos \theta$ a $T \sin \theta$. Vzhledem k tomu, že $a_y = 0$, dostáváme ze druhého Newtonova zákona

$$T \cos \theta - mg = ma_y = 0, \quad \text{tj.} \quad T \cos \theta = mg. \quad (6.21)$$

Výsledná síla ovšem musí mít charakter síly dostředivé, takže musí mít stálou velikost a radiální směr. Radiální složka výslednice sil je $T \sin \theta$. Podle (6.20) tedy platí

$$T \sin \theta = ma_r = \frac{mv^2}{R}, \quad (6.22)$$

kde R je poloměr kruhové trajektorie kuličky. Vydělíme vztahy (6.22) a (6.21) a vyjádříme v :

$$v = \sqrt{\frac{gR \sin \theta}{\cos \theta}}.$$

Za velikost rychlosti v dosadíme $2\pi R/\tau$ (obvod kružnice vydělený periodou). Pro periodu τ pak dostaneme

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{R \cos \theta}{g \sin \theta}}. \quad (6.23)$$

Z obr. 6.12 vidíme, že $R = L \sin \theta$. Dosazením do vztahu (6.13) vychází

$$\begin{aligned} \tau &= 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}} = \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{(1,7 \text{ m}) \cos 37^\circ}{(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})}} = 2,3 \text{ s}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned} \quad (6.24)$$

Ze vztahu (6.24) je vidět, že perioda τ nezávisí na hmotnosti kuličky, ale pouze na vzdálenosti roviny jejího pohybu od bodu závěsu $L \cos \theta$. Pohybuje-li se tedy několik konických kyvadel se společným bodem závěsu, ale s různými délkami *se stejnou periodou*, obíhají jejich kuličky v téže vodorovné rovině (obr. 6.12c).

PŘÍKLAD 6.10

Na obr. 6.13 je nakreslen automobil o hmotnosti $m = 1600 \text{ kg}$, který jede rychlostí o velikosti $v = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ po ploché kruhové silnici o poloměru $R = 190 \text{ m}$. Jakou nejmenší hodnotu může mít koeficient statického tření f_s mezi pneumatikami a povrchem silnice, nemá-li dojít ke smyku?

ŘEŠENÍ: Dostředivou silou, díky níž se automobil pohybuje rovnoměrně po kružnici, je radiální třecí síla \mathbf{F}_s , jíž působí povrch silnice na pneumatiky automobilu. (I když se auto pohybuje, nepodkluzuje v radiálním směru. Uplatní se proto statická třecí síla \mathbf{F}_s , nikoli dynamická \mathbf{F}_d .)

V silovém diagramu na obr. 6.13b jsou zakresleny síly působící na automobil: \mathbf{F}_s , \mathbf{N} a $\mathbf{G} = m\mathbf{g}$. Automobil není urychlován ve svislém směru, tj. $a_y = 0$. Druhý Newtonův zákon pro tento směr dává známý výsledek $N = G = mg$.

Výslednice sil musí mít nenulový průmět do radiálního směru $\sum \mathbf{F}_r$, který určuje dostředivé zrychlení \mathbf{a}_r automobilu. (V opačném případě by automobil vyjel ze silnice po přímce.) Podle vztahu (6.20) je $\sum F_r = mv^2/R$. Vzhledem k tomu, že jedinou silou s nenulovým radiálním průmětem je statická třecí síla \mathbf{F}_s , platí

$$F_s = \frac{mv^2}{R}. \quad (6.25)$$

Připomeňme, že automobil se dostane do smyku, dosáhne-li velikost statické třecí síly F_s největší možné hodnoty $f_s N$. V naší úloze řešíme právě tuto kritickou situaci, a tak ve vztahu (6.25) položíme $F_s = f_s N$. Dále dosadíme $N = mg$ a dostáváme

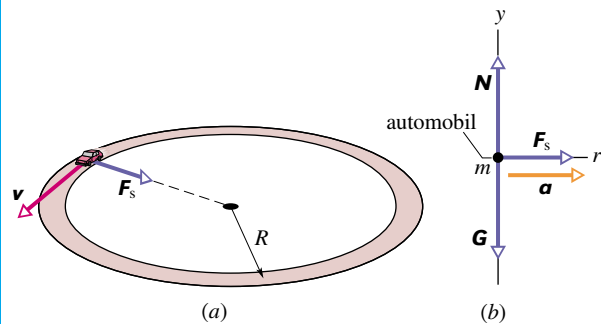
$$f_s mg = \frac{mv^2}{R},$$

tj.

$$\begin{aligned} f_s &= \frac{v^2}{gR} = \frac{(20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(190 \text{ m})} = \\ &= 0,21. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned} \quad (6.26)$$

Je-li $f_s \geq 0,21$, udrží síla \mathbf{F}_s automobil na kruhové dráze. Je-li však $f_s < 0,21$, automobil bude klouzat a kruhovou dráhu opustí.

Všimněme si dalších vlastností vztahu (6.26). Za prvé, hodnota f_s závisí na kvadrátu rychlosti v^2 . To znamená, že každé zvýšení rychlosti vyžaduje mnohem větší třecí sílu. Možná jste si tuto skutečnost již někdy uvědomili, když při projíždění prudké ploché zatáčky kola automobilu náhle podklouzla. Za druhé, ve vztahu (6.26) nevystupuje hmotnost. Tento vztah tedy platí pro vozidlo jakékoli hmotnosti, od dětského autíčka nebo bicyklu až po těžký tahač.



Obr. 6.13 Příklad 6.10. (a) Automobil se pohybuje rovnoměrně po ploché kruhové silnici. Třecí síla \mathbf{F}_s realizuje potřebnou dostředivou sílu. (b) Silový diagram (není v měřítku) ve svislé rovině.

KONTROLA 5: Předpokládejme, že automobil na obrázku 6.13 se pohybuje po kružnici o poloměru R_1 a je právě v kritické situaci před smykem. (a) Jaký je nejmenší možný poloměr dráhy při dvojnásobně velké rychlosti, nemá-li dojít ke smyku? (b) Jak se změní nejmenší možný poloměr zatáčky, zdvojnásobíme-li i hmotnost automobilu (například při přepravě nákladu)?

PŘÍKLAD 6.11

Při projíždění zatáčky nemůže řidič automobilu na tření vždy spoléhat, především je-li silnice zledovatělá nebo mokrá. Proto bývají zatáčky klopené. Podobně jako v př. 6.10 předpokládejme, že automobil o hmotnosti m projíždí zatáčkou o poloměru $R = 190 \text{ m}$, nyní však klopenou, rychlostí o stálé velikosti $v = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (obr. 6.14a). Při jakém úhlu klopení není třeba se třením počítat?

ŘEŠENÍ: Dostředivé zrychlení a odpovídající dostředivá síla $\sum \mathbf{F}_r$ jsou stejné jako v předchozím příkladu. Vlivem klopení zatáčky se však směr tlakové síly \mathbf{N} odkloní ke středu křivosti zatáčky. Síla \mathbf{N} má nyní nenulový radiální průmět \mathbf{N}_r , který představuje potřebnou dostředivou sílu.

Svislá složka zrychlení je nulová, takže platí

$$N_y = N \cos \theta = G = mg. \quad (6.27)$$

Nespoléháme-li na účinek třecí síly (počítáme tedy s mezní situací $F_s = 0$), představuje složka N_r jediný nenulový příspěvek k radiální složce výslednice. Podle vztahu (6.20) je pak

$$N_r = N \sin \theta = \frac{mv^2}{R}. \quad (6.28)$$

Vydělením vztahů (6.28) a (6.27) dostáváme

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v^2}{gR}$$

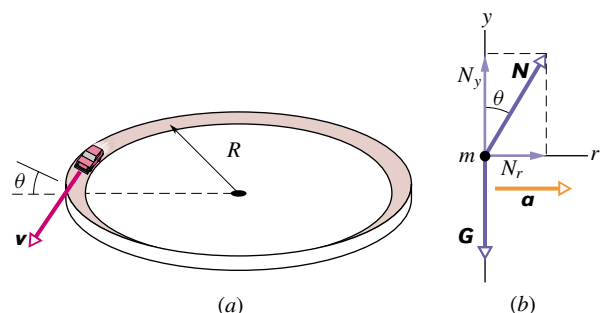
a nakonec

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{v^2}{gR} = \\ &= \frac{(20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(190 \text{ m})} = 0,215, \end{aligned} \quad (6.29)$$

tj.

$$\theta = 12^\circ. \quad (\text{Odpověď})$$

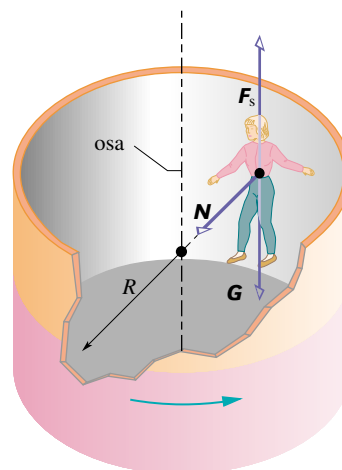
Vztahy (6.26) a (6.29) ukazují, že kritická hodnota koeficientu tření pro neklopenou silnici je stejná jako tangenta úhlu náklonu klopené zatáčky. Silnice musí na automobil v každém případě působit silou, která hraje roli dostředivé síly, ať již má povahu síly třecí či tlakové.



Obr. 6.14 Příklad 6.11. (a) Automobil rovnoměrně projíždí klopenou zatáčku. Pro přehlednost je úhel klopení v obrázku zakreslen větší, než vychází ve skutečnosti. (b) Diagram sil působících na automobil za předpokladu, že tření mezi silnicí a pneumatikami je nulové. Radiální průmět normálové síly vytváří potřebnou dostředivou sílu. Výsledné zrychlení směřuje do středu kruhové zatáčky.

PŘÍKLAD 6.12

I někteří otrlí vyznavači jízdy na horské dráze blednou při myšlence na jízdu na Rotoru. Je to dutý válec, který se rychle otáčí kolem své osy (obr. 6.15). Člověk vstoupí před jízdou do válce bočními dvířky, postaví se na podlahu a opře se o stěnu pokrytou plachtou. Dvířka se zavřou a válec se začne otáčet. Jezdec, stěna i podlaha se pohybují společně. V okamžiku, kdy rychlost jezdce dosáhne určité předepsané velikosti, podlaha náhle odpadne. Člověk však nepadá spolu s podlahou. Naopak! Je tisknut ke stěně rotujícího válce kýmsi neviditelným a nepřátelským. Po chvíli se podlaha vrací k jeho nohám, válec se zpomalí, jezdec klesne o několik centimetrů a opět se dotkne nohama podlahy. (Někdo považuje takovou jízdu za docela zábavnou.)



Obr. 6.15 Příklad 6.12. Rotor v zábavním parku a síly působící na jezdce. Dostředivou silou je normálová síla, jíž tlačí stěna tělo člověka dovnitř válce. I když tato síla směřuje neustále k ose rotace, má jezdec překvapivý pocit, že jej ke stěně tlačí radiální síla, směřující ven. Jeho pocity jsou způsobeny tím, že je v klidu vůči *neinerciální* vztažné soustavě, takže se spolu s ní pohybuje se zrychlením. Síly, které ho k tomu nutí (pevnost otáčející se stěny, strhávající jezdce s sebou), jsou zdrojem pocitů a vzrušení při jízdě na Rotoru.

Předpokládejme, že koeficient statického tření f_s mezi jezdčovým oblečením a plátnem je 0,40 a že poloměr válce je $R = 2,1 \text{ m}$.

(a) Jakou nejmenší obvodovou rychlost v musí mít válec i člověk, aby člověk při odpojení podlahy nespadol?

ŘEŠENÍ: Člověk nespadne, je-li tíhová síla \mathbf{G} v rovnováze se statickou třecí silou \mathbf{F}_s , kterou na něj působí směrem vzhůru stěna válce. Při nejmenší přípustné rychlosti, při níž ještě nedochází ke skluzu člověka podél stěny, nabývá velikost síly F_s maximální možné hodnoty $f_s N$. Kritická podmínka má tedy tvar

$$f_s N = mg, \quad (6.30)$$

kde m je hmotnost člověka.

Tabulka 6.2 Hledání supersíly — dosažené výsledky

DATUM	VĚDEC	OBJEV
1687	Newton	Ukázal, že platí stejné zákony pro astronomická tělesa jako pro objekty na Zemi. Sjednotil nebeskou a pozemskou mechaniku.
1820	Oersted	Brilantními experimenty ukázali, že elektřina a magnetismus, do té doby považované za dvě oddělené disciplíny, jsou těsně spjaty.
1830	Faraday	
1873	Maxwell	Sjednotil elektřinu, magnetismus a optiku v jedinou disciplínu, elektrodynamiku.
1979	Glashow Salam Weinberg	Získali Nobelovu cenu za důkaz, že slabá a elektromagnetická interakce mohou být interpretovány jako dva různé aspekty jediné <i>elektroslabé interakce</i> . Došlo tak k redukci počtu fundamentálních interakcí na tři.
1984	Rubbia van der Meer	Získali Nobelovu cenu za experimentální ověření teorie elektroslabé interakce.

Současné teorie:

Teorie velkého sjednocení (GUT): snaha o sjednocení elektroslabé a silné interakce.

Teorie supersymetrie: snaha o sjednocení všech interakcí, včetně gravitační, do jediného rámce.

Teorie superstrun: interpretace bodových částic, jako jsou např. elektrony, jako nepředstavitelně jemných uzavřených smyček. Překvapivě se ukázalo, že ke čtyřem dimenzím časoprostoru je třeba přidat dimenze další.

Normálová síla \mathbf{N} je jako obvykle kolmá k povrchu, k němuž je těleso (v tomto případě člověk) tlačeno. Všimněte si, že tato síla je nyní vodorovná a směřuje k ose rotace. Hraje tedy úlohu dostředivé síly, uděluje člověku dostředivé zrychlení a_r , a udržuje jej tak na kruhové dráze. Podle vztahu (6.20) je

$$N = \frac{mv^2}{R}. \quad (6.31)$$

Dosadíme výraz pro N do rovnice (6.30) a vypočteme v:

$$v = \sqrt{\frac{gR}{f_s}} = \sqrt{\frac{(9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})(2,1 \text{ m})}{(0,40)}} = 7,17 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \doteq 7,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}. \quad (\text{Odpověď})$$

Všimněte si, že výsledek nezávisí na hmotnosti jezdce. Platí pro kohokoli, kdo se veze na Rotoru, od dítěte až po zápasníka v sumo.

(b) Jaká je velikost dostředivé síly působící na člověka o hmotnosti 49 kg?

ŘEŠENÍ: Podle vztahu (6.31) je

$$N = \frac{mv^2}{R} = \frac{(49 \text{ kg})(7,17 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{(2,1 \text{ m})} \doteq 1\,200 \text{ N}. \quad (\text{Odpověď})$$

KONTROLA 6: Rotor z příkladu 6.12 se zpočátku pohybuje nejmenší možnou rychlostí potřebnou k tomu, aby člověk nezačal padat. Poté začne velikost rychlosti postupně narůstat. Rozhodněte, zda následující veličiny rostou, klesají, či zůstávají neměnné: (a) velikost síly F_s , (b) velikost síly \mathbf{N} , (c) hodnota $F_{s,\text{max}}$.

6.5 PŘÍRODNÍ SÍLY

V předchozím textu jsme užívali písmene \mathbf{F} pro označení síly v obecném smyslu. Užívají se i další symboly: \mathbf{G} , případně \mathbf{F}_G pro tíhovou sílu, \mathbf{F}_s , resp. \mathbf{F}_d pro třecí sílu statickou, resp. dynamickou, \mathbf{N} , případně \mathbf{F}_N pro normálovou (tlakovou) sílu, příležitostně i \mathbf{T} pro tahovou sílu. Na mikroskopické úrovni však lze všechny tyto síly zařadit do pouhých dvou kategorií: (1) **gravitační síla**, jejímž jediným příkladem, se kterým jsme se prozatím setkali, je síla tíhová, a (2) **elektromagnetická síla**, která bez výjimky zahrnuje všechny ostatní případy. Elektromagnetická síla je kombinací elektrických a magnetických sil. Síla, která způsobí, že elektricky nabitá bublina ulpí na stěně, a síla, díky níž magnet sebere ze země železnou jehlu, jsou jejími různými příklady. Ve skutečnosti, odhlédneme-li od sil gravitačních, mají všechny ostatní síly, které nějakým způsobem přímo vnímáme (například jako tahové nebo tlakové), elektro-

Klopení dráhy je nutné v zatáčkách, jimiž automobil projíždí tak rychle, že samotným třením nevznikne dostatečně velká dostředivá síla.



magnetickou povahu. Znamená to, že podstatou všech takových sil včetně třecích, odporových, tahových a tlakových je elektromagnetická interakce mezi atomy. Pnutí v provazu existuje jedině proto, že se jednotlivé atomy provazu navzájem přitahují.

Kromě gravitačních a elektromagnetických sil známe ještě dvě další interakce. Mají krátký dosah a nemáme s nimi přímou smyslovou zkušenost. Jsou to **slabá interakce**, která se uplatňuje u některých druhů radioaktivního rozpadu, a **silná interakce**, která k sobě váže kvarky vytvářející protony a neutrony a „drží pohromadě“ atomová jádra.

Fyzikové již dlouho věří, že podstatou přírody je jednoduchost a že počet fundamentálních interakcí je ve skutečnosti nižší. Einstein věnoval většinu svého životního pracovního úsilí snaze o interpretaci těchto interakcí jako různých aspektů jediné *supersíly*. Tehdy neuspěl. V šedesátých až sedmdesátých letech však prokázali jiní fyzikové, že slabá a elektromagnetická síla jsou různé projevy téže **elektroslabé interakce**. Snahy o další redukci pokračují dodneška a patří k nejpřednějším cílům fyziky. Tabulka 6.2 shrnuje kroky, které již byly směrem ke **sjednocení** (jak je cíl zkoumání nazýván) učiněny a naznačuje i leccos o jejich směřování v budoucnosti.

PŘEHLED & SHRUTÍ

Tření

Snažíme-li se silou \mathbf{F} uvést těleso do skluzu po podložce, působí podložka na těleso **třecí silou**. Ta je s podložkou rovnoběžná a míří proti pohybu tělesa. Je způsobena vazebnými silami mezi částicemi tělesa a podložky.

Dokud nedojde ke skluzu, jedná se o **statickou třecí sílu** \mathbf{F}_s , při skluzu se uplatní **třecí síla dynamická (kinetická)** \mathbf{F}_d .

Vlastnosti tření

Vlastnost 1. Na těleso působíme silou \mathbf{F} a snažíme se je uvést do pohybu. Dokud je těleso v klidu, má statická třecí síla \mathbf{F}_s stejnou velikost jako průmět síly \mathbf{F} do roviny podložky a má opačný směr. Při zvyšování velikosti tohoto průmětu roste i velikost síly \mathbf{F}_s .

Vlastnost 2. Velikost síly \mathbf{F}_s nabývá maximální hodnoty $F_{s,\max}$ dané vztahem

$$F_{s,\max} = f_s N, \quad (6.1)$$

kde f_s je **koeficient statického tření** a N je velikost normálové síly (tlakové síly podložky). Převýší-li velikost průmětu síly \mathbf{F} do roviny podložky hodnotu $F_{s,\max}$, začne těleso po podložce klouzat.

Vlastnost 3. Začne-li těleso klouzat po podložce, velikost třecí síly prudce klesne na konstantní hodnotu F_d určenou vztahem

$$F_d = f_d N, \quad (6.2)$$

kde f_d je **koeficient dynamického (kinetického) tření**.

Odporová síla

Pohybuje-li se těleso relativní rychlostí \mathbf{v} vůči prostředí, kterým je obklopeno (například vzduch), působí prostředí na těleso **odporovou silou** \mathbf{F} . Tato síla brání pohybu tělesa a směřuje proti relativní rychlosti. Velikost síly \mathbf{F} souvisí s relativní rychlostí vztahem

$$F = \frac{1}{2} C \rho S v^2, \quad (6.17)$$

kde ρ je hustota prostředí (hmotnost vztažená na jednotku objemu), S je **účinný průřez** tělesa (tj. obsah největšího řezu tělesa rovinou kolmou k relativní rychlosti) a C je experimentálně určený koeficient — součinitel odporu.

Mezní rychlost

Padá-li oblé těleso ve vzduchu po dostatečně dlouhé dráze, dojde ke kompenzaci odporové a tíhové síly. Těleso se přestane urychlovat a padá konstantní **mezní rychlostí** o velikosti v_m dané vztahem

$$v_m = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho S}}, \quad (6.18)$$

kde m je hmotnost tělesa.

Rovnoměrný pohyb po kružnici

Pohyb, při němž se částice o hmotnosti m pohybuje po kružnici rychlostí, jejíž velikost je stálá, nazýváme **rovnoměrným pohybem po kružnici**. Částice se pohybuje s **dostředivým zrychlením** o velikosti

$$a = \frac{v^2}{r}, \quad (6.19)$$

které jí udílí **dostředivá síla** o velikosti

$$F = \frac{mv^2}{r}. \quad (6.20)$$

Vektory \mathbf{a} a \mathbf{F} míří do středu křivosti trajektorie.

Fundamentální síly

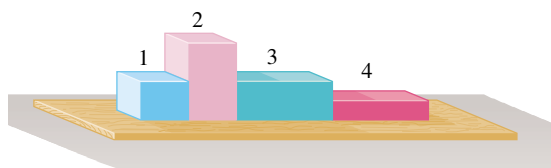
Nepřeberné množství příkladů sil lze rozřídít do tří fundamentálních typů interakce: **gravitační**, **elektroslabá** (kombinace sil členěných z historických důvodů na **elektrické** a **magnetické** a sil **slabých**) a konečně **silná**. V našem běžném světě se setkáváme pouze s gravitačními, elektrickými a magnetickými silami. Fyzikové doufají, že se seznam tří interakcí podaří zredukovat v jedinou všezahrnující *supersílu*.

OTÁZKY

1. Na obr. 6.16 jsou čtyři kostky uspořádané na desce. Pravý konec desky zvedáme (podobně jako u knihy na obr. 6.3a), dokud po ní kostky nezačnou sjíždět. Kostky jsou ze stejného materiálu a mají hmotnosti

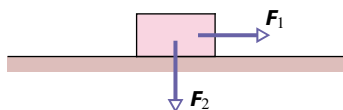
kostka 1 ... 5 kg, kostka 2 ... 10 kg,
kostka 3 ... 10 kg, kostka 4 ... 5 kg.

V jakém pořadí zleva doprava musí být kostky narovnány, aby začaly sjíždět při nejmenším možném úhlu sklonu desky vzhledem k vodorovné rovině?



Obr. 6.16 Otázka 1

2. Na obr. 6.17 je znázorněna kostka ležící na podlaze. Na kostku působí vodorovná síla F_1 o velikosti 10 N. Kostka je však v klidu. Kostku začneme tlačít k podlaze silou F_2 , jejíž velikost postupně narůstá od nulové hodnoty. Rozhodněte, zda budou následující veličiny růst, klesat, či zůstanou zachovány: (a) velikost třecí síly F_s působící na kostku, (b) velikost normálové síly N , jíž působí podlaha na kostku, (c) maximální hodnota $F_{s,max}$ velikosti statické třecí síly mezi kostkou a podlahou. (d) Může kostka začít klouzat?



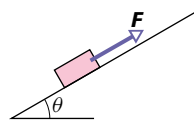
Obr. 6.17 Otázka 2

3. Přepravku na jablka tlačíme ke stěně tak silně, že neklouže dolů. Určete směr následujících sil, jimiž působí stěna na přepravku: (a) statická třecí síla F_s , (b) normálová síla N . Co se stane s hodnotami (c) F_s , (d) N a (e) $F_{s,max}$, zvýšíme-li tlak?

4. Krabice leží na rampě, která svírá s vodorovnou rovinou úhel θ . Úhel θ narůstá z počáteční nulové hodnoty až do okamžiku, kdy krabice začne klouzat. Rozhodněte, zda hodnoty následujících veličin rostou, klesají, či zůstávají neměnné: (a) složka tíhové síly působící na krabici, měřená podél rampy, (b) velikost statické třecí síly, jíž působí rampa na krabici, (c) složka tíhové síly ve směru kolmém k rampě, (d) normálová síla, jíž působí rampa na krabici, (e) maximální hodnota velikosti statické třecí síly $F_{s,max}$.

5. Kostka na obr. 6.18 leží na rampě v klidu vlivem třecí síly, jíž na ni rampa působí. Na kostku začneme působit silou F , která míří podél rampy vzhůru a jejíž velikost postupně narůstá

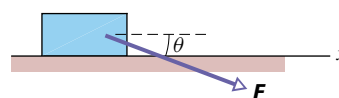
z počáteční nulové hodnoty. Jak se přitom mění velikost a směr třecí síly působící na kostku?



Obr. 6.18 Otázka 5

6. Vraťte se k otázce 5 s tím, že síla F bude nyní mířit podél rampy dolů. Její velikost opět narůstá od nulové hodnoty. Co se nyní děje se směrem a velikostí třecí síly působící na kostku?

7. Úhel θ mezi silou F působící na nepohyblivou kostku na obr. 6.19 a vodorovnou rovinou roste. Rozhodněte, zda následující veličiny rostou, klesají, či zůstávají konstantní: (a) F_x , (b) F_s , (c) N , (d) $F_{s,max}$.



Obr. 6.19 Otázka 7

8. Odpovězte na otázku 7, je-li síla F odkloněna vzhůru.

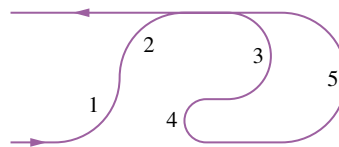
9. Jaká by byla perioda a rychlost kónického kyvadla z příkladu 6.9 pro úhel $\theta = 90^\circ$?

10. Částice se může pohybovat různými rychlostmi po třech různých kruhových obloucích. Možnosti jsou shrnuty v následující tabulce:

OBLOUK	VELIKOST RYCHLOSTI	POLOMĚR
1	$2v_0$	r_0
2	$3v_0$	$3r_0$
3	$2v_0$	$4r_0$

Uspořádejte oblouky podle velikosti dostředivé síly působící na částici (sestupně).

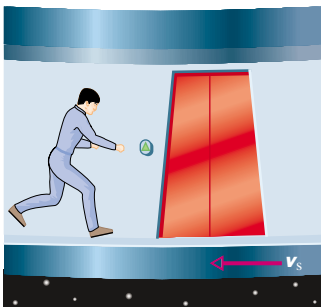
11. Na obr. 6.20 je zakreslen půdorys dráhy v zábavním parku. Vozík projíždí rovnoměrně pěti kruhovými oblouky o poloměrech R_0 , $2R_0$ a $3R_0$. Uspořádejte oblouky podle velikosti dostředivé síly působící na projíždějící vozík (sestupně).



Obr. 6.20 Otázka 11

12. Obr. 6.21 znázorňuje řez kruhovou vesmírnou stanicí, která rotuje kolem svého středu. V důsledku toho působí na posádku zdánlivá tíhová síla. Jeden z členů posádky je právě v blízkosti

obvodové stěny, která má rychlost \mathbf{v}_s . (a) Astronaut se přemístí (například výtahem) blíže ke středu stanice. Rozhodněte, zda při tom velikost zdánlivé tíhové síly působící na astronauta vzroste, klesne, nebo se nezmění. (b) V druhé části pokusu astronaut běží podél stěny lodi v opačném směru vůči \mathbf{v}_s (rychlostí, jejíž velikost je menší než v_s). Opět rozhodněte, zda velikost zdánlivé tíhové síly vzroste, klesne, nebo zůstane nezměněna.



Obr. 6.21 Otázka 12

13. Na obr. 6.22 je pohled shora na dva kameny obíhající po dokonale hladké podložce po kruhových trajektoriích. Každý z nich je přivázán na provaze, jehož druhý konec je upevněn ve středu kružnice. Rozhodněte, zda tahová síla delšího provazu je větší, menší, či stejně velká jako tahová síla provazu kratšího, pohybují-li se kameny (a) stejně velkými rychlostmi, (b) se stejnými periodami oběhu.



Obr. 6.22 Otázka 13

14. Mince leží na točném, jejíž rotace se postupně zrychluje. Co se děje s velikostí třecí síly, jíž působí točna na minci, jestliže rychlost otáčení narůstá z počáteční nulové hodnoty?

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 6.2 Vlastnosti sil tření

1C. Plný prádelník o hmotnosti 45 kg stojí na podlaze. (a) Koeficient statického tření mezi ním a podlahou je 0,45. Jakou nejmenší vodorovnou silou musí člověk na prádelník působit, aby jím pohnul? (b) Zodpovězte předchozí otázku pro případ, že z prádelníku nejprve vyndáme prádlo a šatstvo o celkové hmotnosti 17 kg.

2C. Hráč baseballu o hmotnosti $m = 79$ kg klouže k druhé metě a je brzděn třecí silou o velikosti $F = 470$ N. Jaký je koeficient dynamického tření mezi hráčem a trávnickem?

3C. Koeficient statického tření mezi teflonem a míchanými vejci je asi 0,04. Při jakém nejmenším úhlu sklonu vzhledem k vodorovné rovině sklouznou vejce podél dna teflonové pánve?

4C. Síla \mathbf{F} o velikosti 100 N, která svírá s vodorovnou rovinou úhel θ a míří vzhůru, působí na židli o hmotnosti 25,0 kg spočívající na podlaze. (a) Pro každou z hodnot úhlu $\theta = 0^\circ; 30^\circ; 60^\circ$ vypočítejte velikost tlakové síly podlahy na židli a vodorovnou složku síly \mathbf{F} . (b) Pro každou z hodnot θ rozhodněte, bude-li židle v klidu, nebo bude-li klouzat po podlaze. Koeficient statického tření mezi židlí a podlahou je 0,420.

5C. V Nevadě a jižní Kalifornii zanechávají kameny v tvrdé a vyprahlé pouštní půdě stopy, jako by se stěhovaly (obr. 6.23). Po celá léta si lidé lámali hlavu, odkud se bere neviditelný pohyb vedoucí ke vzniku těchto stop. Odpověď přišla v sedmdesátých letech tohoto století: Když poušť zasáhla náhlá bouře, vytvořila se na pevném podkladu tenká vrstva bláta, která značně snížila koeficient tření mezi kameny a podkladem. Bouři doprovázel silný vítr, opíral se do kamenů, posouval je a ony zanechaly v půdě stopy, které později slunečním žářem ztvrdly. Předpokládejme, že hmotnost kamene je 300 kg (zhruba největší hmotnost kamenů, které zanechávají stopy) a že koeficient statického tření

je zmenšen na hodnotu 0,15. Jak velká vodorovná síla musí na kámen působit při prudkém poryvu větru, aby se pohnul?



Obr. 6.23 Cvičení 5

6C. Jakého největšího zrychlení může dosáhnout běžec, je-li koeficient statického tření mezi obuví a běžeckou dráhou 0,95? (Při běhu je v kontaktu s dráhou jen jedna noha běžce.)

7C. Dělník tlačí vodorovným směrem bednu o hmotnosti 35 kg. Působí na ni při tom silou 110 N. Koeficient statického tření mezi bednou a podlahou je 0,37. (a) Jakou třecí silou působí podlaha na bednu? (b) Jaká je za této situace maximální velikost statické třecí síly $F_{s,max}$? (c) Pohne se bedna? (d) Druhý dělník přichází na pomoc a táhne bednu svisle vzhůru. Jakou nejmenší tahovou silou musí na bednu působit, aby se prvnímu dělníkovi podařilo uvést ji do pohybu? (První dělník stále tlačí bednu silou 110 N.) (e) Jakou nejmenší silou by musel na bednu působit druhý dělník, kdyby ji namísto zvedání tahal vodorovným směrem, aby se oběma podařilo bednu posunout?

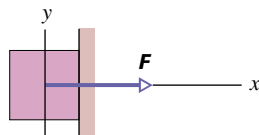
8C. Člověk tlačí po podlaze bednu o hmotnosti 55 kg vodo-

rovnou silou o velikosti 220 N. Koeficient dynamického tření je 0,35. (a) Jaká je velikost třecí síly? (b) Jaké je zrychlení bedny?

9C. Kufr váží 220 N leží na vodorovné podlaze. Koeficient statického tření mezi kufrem a podlahou je 0,41, koeficient dynamického tření je 0,32. (a) Jakou nejmenší vodorovnou silou musí působit člověk na kufr, aby jím pohnul? (b) Jakou vodorovnou silou musí člověk působit na kufr, který se již dal do pohybu, aby udržel jeho rychlost stálou? (c) Jaké je zrychlení kufru, působí-li na něj člověk stále stejnou silou jako na začátku?

10C. Skříňka váží 556 N stojí na podlaze. Koeficient statického tření mezi ní a podlahou je 0,68, koeficient dynamického tření je 0,56. Při čtyřech různých pokusech uvést skříňku do pohybu na ni působila pokaždé jinak velká vodorovná síla: (a) 222 N, (b) 334 N, (c) 445 N, (d) 556 N. Pro každý z uvedených případů zjistěte, zda se skříňka pohnula a vypočítejte velikost třecí síly, kterou na skříňku působí podlaha poté, co je uvedena do pohybu. Na počátku každého pokusu je skříňka v klidu.

11C. Kostku o váze 5,0 N tlačíme ke svislé stěně vodorovnou silou F o velikosti 12 N (obr. 6.24). Koeficient statického tření mezi stěnou a kostkou je 0,60, koeficient dynamického tření mezi nimi je 0,40. Předpokládejme, že se kostka zpočátku nepohybuje. (a) Začne se kostka pohybovat? (b) Pomocí jednotkových vektorů i, j, k vyjádřete sílu, jíž působí stěna na kostku.



Obr. 6.24 Cvičení 11

12C. Horolezkyňe o hmotnosti 49 kg šplhá „komínem“ mezi dvěma skalními stěnami způsobem znázorněným na obr. 6.25. Koeficient statického tření mezi její obuví a skálou je 0,8, mezi zády a skálou 1,2. Horolezkyňe snižuje tlakovou sílu, kterou se tiskne nohama i zády ke skalní stěně, až do okamžiku těsně před sklouznutím. Předpokládáme, že poměr velikostí statických třecích sil, jimiž působí skalní stěna na chodidla, resp. záda horolezkyňe, je takový, že by ke skluzu zad i chodidel došlo současně.* (a) Jak velkou silou se horolezkyňe tiskne ke skále? (b) Jakou část tíhové síly kompenzuje třecí síla působící na její obuv?

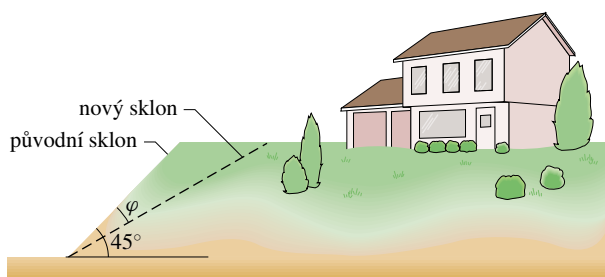
13C. Dům je postaven na vrcholku kopce se sklonem svahu asi 45° (obr. 6.26). Geologická studie naznačuje, že úhel sklonu bude pravděpodobně časem klesat vlivem skluzu svrchních vrstev půdy.

* Velikosti statických třecích sil, jimiž působí skalní stěna na chodidla, resp. na záda horolezkyňe, nejsou shodné. Je to způsobeno tím, že horolezkyňe nelze v popsané situaci považovat za hmotný bod. Její těžiště (viz kap. 9) leží v blízkosti stěny, o níž se sportovkyňe opírá zády. Statická třecí síla, jíž na ni tato stěna působí, musí proto kompenzovat větší část tíhové síly než stěna protilehlá. Předpoklad o současném skluzu horolezkyňe po *obou* stěnách nahrazuje v této úloze údaj o poloze těžiště a umožňuje při jejím řešení použít model hmotného bodu.

teví půdy. Koeficient statického tření mezi svrchní a spodní vrstvou je 0,5. O jaký nejmenší úhel φ je potřeba zmenšit sklon svahu, aby k sesuvům nedošlo?

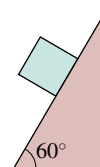


Obr. 6.25 Cvičení 12



Obr. 6.26 Cvičení 13

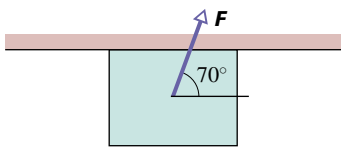
14C. Koeficient dynamického tření v situaci znázorněné na obr. 6.27 je 0,20. Jaké zrychlení má kostka, která (a) klesá podél nakloněné roviny, (b) byla vržena podél nakloněné roviny vzhůru a dosud stoupá.



Obr. 6.27 Cvičení 14

15C. Hokejový kotouč o hmotnosti 110 g klouže po ledové ploše a urazí 15 m, než se zastaví. Velikost jeho počáteční rychlosti je 6,0 m/s. (a) Určete velikost třecí síly působící na kotouč a (b) koeficient tření mezi kotoučem a ledem.

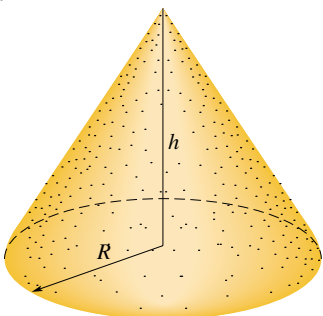
16Ú. Po neúspěšné zkoušce z fyziky měl student děsivý sen: zdálo se mu, že tlačí jakousi kostku po stropě svého pokoje. Kostka má hmotnost 5,0 kg a student na ni působí silou F o velikosti 80 N, která svírá s rovinou stropu úhel 70° (obr. 6.28). Koeficient dynamického tření mezi kostkou a stropem je 0,40. Úspěšnost zkoušky závisí na tom, zda se studentovi podaří určit, jak velké je zrychlení kostky.



Obr. 6.28 Úloha 16

17Ú. Úkolem studenta v praktiku je určit koeficient statického i dynamického tření mezi krabicí a deskou. Položí krabici na desku a pozvolna zvedá jeden konec desky. V okamžiku, kdy úhel odklonu desky od vodorovné roviny dosáhne hodnoty 30° , začne krabice klouzat a během $4,0\text{ s}$ sjede podél desky o $2,5\text{ m}$. Jak velké jsou oba koeficienty tření?

18Ú. Dělník potřebuje nasypat písek na kuželovou hromadu o kruhové podstavě. Poloměr kruhu je R . Žádný písek se nesmí rozsypat okolo (obr. 6.29). Koeficient statického tření mezi vrstvou písku uloženou podél pláště kužele a pískem vespod je f_s . Ukažte, že největší objem písku, který může být tímto způsobem uskladněn, je $\pi f_s R^3/3$. (Objem kužele je $Sh/3$, kde S je obsah základny a h výška kužele.)



Obr. 6.29 Úloha 18

19Ú. Lyžaři mají zkušenost, že lyže volně položená na zasněžený terén se přilepí. Když se však lyže pohybuje, sníží se třením zahřívá a částečně roztaje. Výsledkem je snížení koeficientu tření a zlepšení skluzu. Navoskovanou lyží voda navíc nesmáčí a tření mezi lyží a vrstvou vody se tím ještě více zmenší. Reklama v časopisu doporučuje nový typ plastových lyží jako zvláště nesmáčivý a uvádí následující srovnání: Na nových lyžích sjel lyžař po mírném, 200 m dlouhém svahu za pouhých 42 s , zatímco sjezd na lyžích standardního typu trval 61 s . (a) Určete průměrnou velikost zrychlení lyžaře v obou případech. (b) Za předpokladu, že svah má sklon $3,0^\circ$, určete pro oba typy lyží koeficient dynamického tření mezi sněhovou vrstvou a skluznicí.

20Ú. Ocelová kostka o hmotnosti 11 kg spočívá na vodorovném stole. Koeficient statického tření mezi kostkou a stolem je $0,52$. Jak velkou silou lze uvést kostku do pohybu, (a) je-li tato síla vodorovná, (b) svírá-li tato síla s vodorovnou rovinou úhel $+60^\circ$ (směřuje vzhůru)? (c) Předpokládejme, že na kostku působí síla, která svírá s vodorovnou rovinou úhel -60° (směřuje dolů). Jaká je největší přípustná hodnota její velikosti, má-li kostka zůstat v klidu?

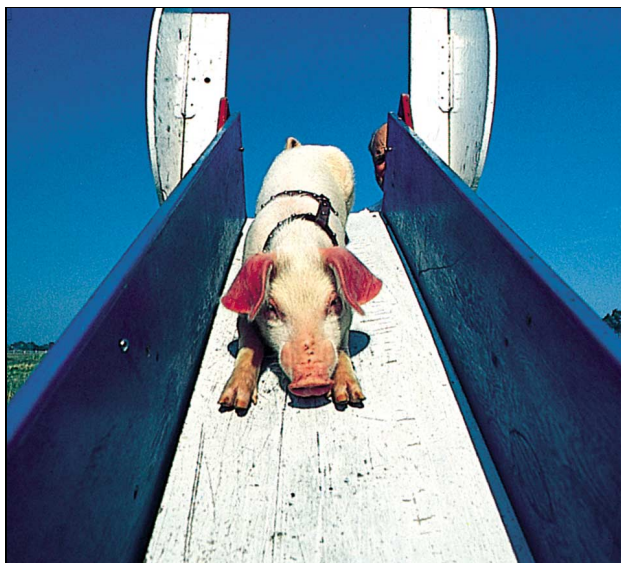
21Ú. Železniční vůz je naložen bednami. Koeficient statického tření mezi nimi a podlahou vozu je $0,25$. Vlak jede rychlostí

48 km/h . Jaká je nejkratší možná vzdálenost, na které může vlak zastavit, aby bedny neklouzaly? Vlak brzdí s konstantním zrychlením.

22Ú. Kostka klouže stálou rychlostí dolů po nakloněné rovině s úhlem sklonu θ . Poté je podél nakloněné roviny vržena zpět vzhůru počáteční rychlostí o velikosti v_0 . (a) Jakou vzdálenost kostka podél nakloněné roviny urazí, než se zastaví? (b) Sklouzne pak zase dolů? Vysvětlete.

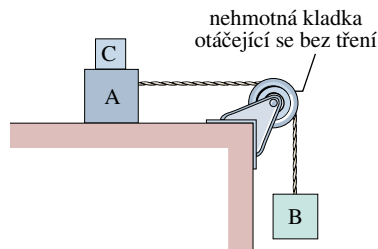
23Ú. Bedna o hmotnosti 68 kg je vlečena po podlaze na laně, které svírá s vodorovnou rovinou úhel 15° . (a) Koeficient statického tření mezi podlahou a bednou je $0,50$. Určete nejmenší tahovou sílu lana, potřebnou k uvedení bedny do pohybu. (b) S jakým zrychlením se bedna začne v tomto případě pohybovat, je-li $f_d = 0,35$.

24Ú. Vepřík klouže po dřevěné skluzavce o úhlu sklonu 35° (obr. 6.30) dvakrát déle, než kdyby skluzavka byla dokonale hladká. Určete koeficient dynamického tření.



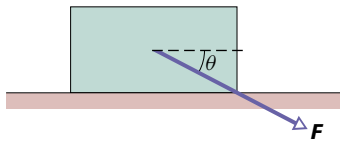
Obr. 6.30 Úloha 24

25Ú. Kostky A a B na obr. 6.31 váží 44 N , resp. 22 N . (a) Koeficient statického tření f_s mezi kostkou A a stolem je $0,20$. Určete nejmenší váhu kostky C, kterou je třeba položit na kostku A, aby nedošlo ke skluzu. (b) Kostku C náhle zvedneme. Jaké je zrychlení kostky A, je-li koeficient dynamického tření mezi ní a deskou $0,15$?



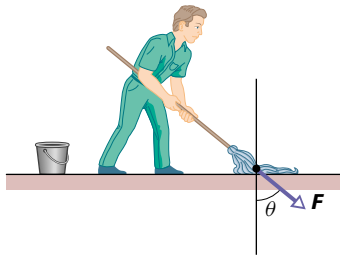
Obr. 6.31 Úloha 25

26Ú. Kostku o hmotnosti 3,5 kg suneme po vodorovné podlaze silou F o velikosti $F = 15 \text{ N}$, která svírá s podlahou úhel $\theta = 40^\circ$ (obr. 6.32). Koeficient dynamického tření mezi kostkou a podlahou je 0,25. Vypočtete (a) velikost třecí síly působící na kostku a (b) zrychlení kostky.



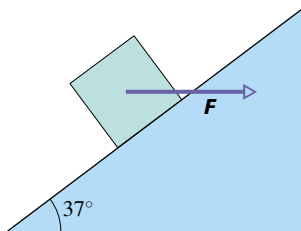
Obr. 6.32 Úloha 26

27Ú. Pečlivý pracovník na obr. 6.33 tlačí mop přímo ve směru jeho rukojeti silou F . Rukojeť svírá se svislým směrem úhel θ . Koeficient statického, resp. dynamického tření mezi hlavicí mopu a podlahou je f_s , resp. f_d . Zanedbejte hmotnost rukojeti a předpokládejte, že celková hmotnost m mopu je soustředěna v hlavici. (a) Určete velikost síly F , pohybuje-li se mop po podlaze konstantní rychlostí. (b) Ukažte, že působením síly F (opět ve směru rukojeti) nelze uvést mop do pohybu, pokud úhel θ nedosáhne jisté nejmenší hodnoty θ_0 . Určete ji.



Obr. 6.33 Úloha 27

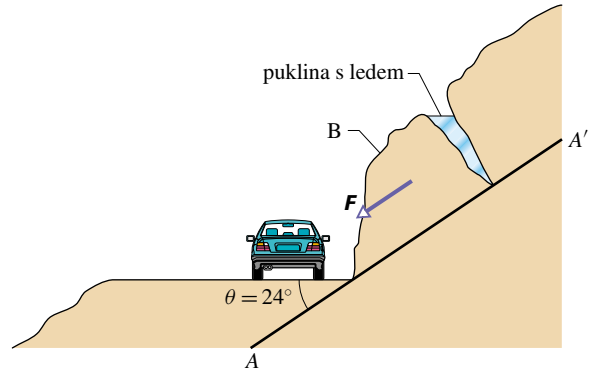
28Ú. Na kostku o hmotnosti 5,0 kg, pohybující se po nakloněné rovině, působí vodorovná síla F o velikosti 50 N (obr. 6.34). Koeficient dynamického tření mezi kostkou a nakloněnou rovinou je 0,30. Koeficient statického tření není zadán. (Jistou informaci o něm však v tuto chvíli již přece jen máme.) (a) Jaké je zrychlení pohybu kostky po nakloněné rovině? (b) Jakou vzdálenost urazí kostka podél nakloněné roviny, jestliže její počáteční rychlost směřovala vzhůru a měla velikost $4,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$? (c) Co se stane v okamžiku, kdy se kostka dostane do bodu obratu? Zdůvodněte.



Obr. 6.34 Úloha 28

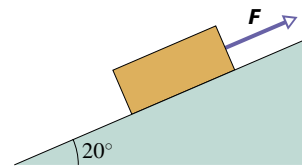
29Ú. Obr. 6.35 znázorňuje boční průřez silnicí zaříznutou do svahu. Plnou čarou AA' je vyznačena tzv. oslabená vrstevná plocha, podél níž může docházet ke skluzu. Blok B, ležící přímo

nad silnicí, je od skály nad ním oddělen velkou trhlinou a jeho sesuvu brání pouze tření o vrstevnou plochu. Hmotnost bloku je $1,8 \cdot 10^7 \text{ kg}$, *hloubkový úhel* θ je 24° a koeficient statického tření mezi blokem a podložím má hodnotu 0,63. (a) Ukažte, že blok neskouzne. (b) Do trhliny prosakuje voda a zamrzá. Zvyšuje přitom svůj objem a působí tak na blok silou F rovnoběžnou se směrem AA' . Při jaké nejmenší hodnotě F začne blok klouzat?



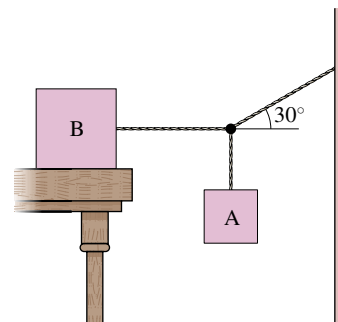
Obr. 6.35 Úloha 29

30Ú. Kostka vážící 80 N spočívá na nakloněné rovině o úhlu sklonu 20° (obr. 6.36). Koeficient statického tření je 0,25, koeficient dynamického tření 0,15. (a) Jaká je nejmenší velikost síly F rovnoběžné s nakloněnou rovinou, která zabrání kostce ve skluzu? (b) Jaká je nejmenší hodnota F , při níž se začne kostka pohybovat po nakloněné rovině vzhůru? (c) Při jaké hodnotě F bude kostka stoupat stálou rychlostí?



Obr. 6.36 Úloha 30

31Ú. Kostka B na obr. 6.37 má hmotnost 72,5 kg. Koeficient statického tření mezi kostkou a vodorovnou rovinou je 0,25. Určete největší možnou hmotnost kostky A, při níž ještě bude soustava v rovnováze.

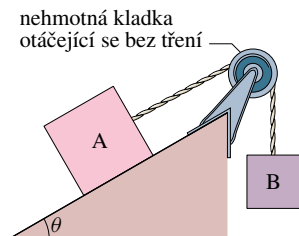


Obr. 6.37 Úloha 31

32Ú. Tělesa A a B na obr. 6.38 jsou spojena vláknem vedeným

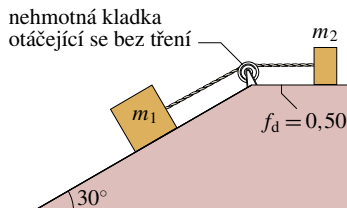
přes nehmotnou kladku otáčející se bez tření. Těleso A má hmotnost 10,4 kg, těleso B 3,3 kg. Koeficienty tření mezi tělesem A a nakloněnou rovinou jsou $f_s = 0,56$ a $f_d = 0,25$. Úhel θ je 40° . Určete zrychlení těles, jestliže (a) jsou zpočátku v klidu, (b) těleso A stoupá po nakloněné rovině, (c) těleso A klesá po nakloněné rovině.

33Ú. Uspořádání těles je stejné jako na obr. 6.38. Kostka A má hmotnost 10 kg, koeficient dynamického tření mezi ní a nakloněnou rovinou je 0,22. Úhel θ je 30° . Kostka A klouže dolů po nakloněné rovině stálou rychlostí. Jakou hmotnost má kostka B?



Obr. 6.38 Úlohy 32 a 33

34Ú. Kostky na obr. 6.39 mají hmotnosti $m_1 = 4,0$ kg a $m_2 = 2,0$ kg. Koeficient dynamického tření mezi m_2 a vodorovnou rovinou je 0,50. Nakloněná rovina je dokonale hladká. Určete (a) tahovou sílu vlákna a (b) zrychlení kostek.



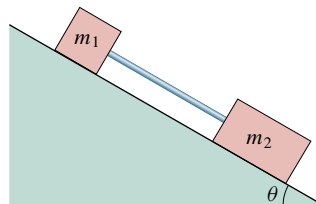
Obr. 6.39 Úloha 34

35Ú. Dvě kostky o hmotnostech 4,0 kg a 8,0 kg jsou spojeny vláknem zanedbatelné hmotnosti a kloužou dolů po nakloněné rovině o úhlu sklonu 30° . Čtyřkilogramová kostka je vpředu. Koeficient dynamického tření mezi čtyřkilogramovou (osmikilogramovou) kostkou a nakloněnou rovinou je 0,10 (0,20). (a) Určete zrychlení kostek a (b) sílu napínající vlákno. (c) Popište pohyb soustavy po záměně pořadí kostek.

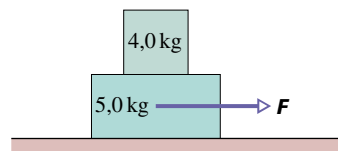
36Ú. Dvě tělesa o hmotnostech $m_1 = 1,65$ kg a $m_2 = 3,30$ kg spojená nehmotnou tyčí kloužou po nakloněné rovině o úhlu sklonu $\theta = 30^\circ$ (obr. 6.40) tak, že těleso m_1 je taženo tělesem m_2 . Tyč je rovnoběžná s nakloněnou rovinou. Koeficient dynamického tření mezi m_1 a nakloněnou rovinou je $f_1 = 0,226$, mezi m_2 a rovinou $f_2 = 0,113$. Vypočítejte (a) sílu napínající tyč a (b) zrychlení těles. (c) Jak se změní odpovědi (a) a (b), zaměníme-li pořadí těles?

37Ú. Kostka o hmotnosti 4,0 kg leží na horní podstavě jiné kostky, jejíž hmotnost je 5,0 kg. Předpokládejme nejprve, že spodní kostka je pevně spojena s podložkou. K uvedení horní kostky do pohybu je v takovém případě třeba, aby na ni působila vodorovná síla o velikosti nejméně 12 N. Nyní položíme obě kostky na

vodorovný dokonale hladký stůl (obr. 6.41). Určete (a) největší možnou velikost vodorovné síly F , kterou lze působit na dolní kostku tak, aby se obě kostky pohybovaly společně a (b) společné zrychlení kostek.

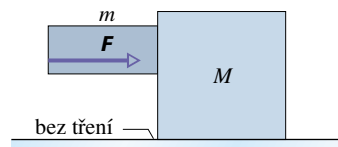


Obr. 6.40 Úloha 36



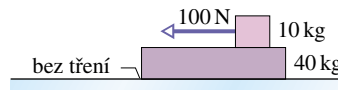
Obr. 6.41 Úloha 37

38Ú. Dvě kostky ($m = 16$ kg a $M = 88$ kg), znázorněné na obr. 6.42, nejsou spojeny. Koeficient statického tření mezi nimi je $f_s = 0,38$, podložka pod kostkou M je však dokonale hladká. Jakou nejmenší vodorovnou silou F je nutno tlačít kostku m ke stěně kostky M , aby se pohybovaly společně?



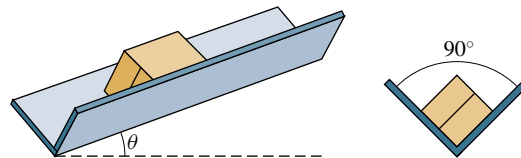
Obr. 6.42 Úloha 38

39Ú. Deska o hmotnosti 40 kg leží na dokonale hladké podlaze. Na desce spočívá kostka o hmotnosti 10 kg (obr. 6.43). Koeficient statického tření f_s mezi kostkou a deskou je 0,60, koeficient dynamického tření je $f_d = 0,40$. Na kostku působí vodorovná síla o velikosti 100 N. Určete zrychlení (a) kostky i (b) desky.



Obr. 6.43 Úloha 39

40Ú. Bedna klouže ve žlabu s pravoúhlým profilem (obr. 6.44). Koeficient dynamického tření mezi bednou a žlabem je f_d . Vyjádřete zrychlení bedny pomocí f_d , θ a g .



Obr. 6.44 Úloha 40

41Ú. Lokomotiva s 25 vagony se rozjíždí po vodorovné trati. Každý vagon má hmotnost 5 000 kg a je brzděn třecí silou o velikosti $F = 250v$ (v newtonech), kde v je velikost jeho okamžité rychlosti ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$). V okamžiku, kdy velikost rychlosti vlaku nabude hodnoty 30 km/h, má zrychlení velikost $0,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. (a) Jak velkou tažnou silou působí lokomotiva na první vagon? (b) Předpokládejme, že získaná hodnota představuje velikost největší síly, kterou je lokomotiva schopna vyvinout. Určete nejpříkřejší možné stoupání svahu, po němž může lokomotiva vytáhnout vlak stálou rychlostí 30 km/h.

42Ú. Krabice s pískem, která je zpočátku v klidu, je upevněna na šňůře a tažena po podlaze. Velikost tahové síly šňůry nesmí převýšit 1 100 N. Koeficient statického tření mezi krabicí a podlahou je 0,35. (a) Jaký úhel mezi šňůrou a podlahou musíme zvolit, abychom přepravili co největší množství písku? (b) Jaká bude v této situaci hmotnost krabice s pískem?

43Ú*. Člun o hmotnosti 1 000 kg se pohybuje rychlostí 90 km/h. Posádka vypne motor. Velikost třecí síly F_d mezi člunem a vodou je úměrná velikosti rychlosti člunu podle vztahu $F_d = 70v$, kde v je zadáno v metrech za sekundu a F_d v newtonech. Za jak dlouho klesne velikost rychlosti člunu na 45 km/h?

ODST. 6.3 Odporová síla a mezní rychlost

44C. Určete odporovou sílu, která působí na raketu o poloměru 53 cm při rychlosti $250 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, letí-li v nízké nadmořské výšce, kde je hustota vzduchu $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Předpokládejte, že $C = 0,75$.

45C. Mezní rychlost vzdušného akrobata v poloze rozepjatého orla je 160 km/h, při letu střemhlav pak 310 km/h. Předpokládáme, že koeficient C má stejnou hodnotu při obou figurách. Vypočítejte poměr odpovídajících účinných průřezů.

46C. Určete poměr velikostí odporové síly, která působí na tryskové dopravní letadlo letící rychlostí o velikosti 1 000 km/h v nadmořské výšce 10 km a odporové síly působící na vrtulové vojenské letadlo, které letí poloviční rychlostí v poloviční výšce. Hustota vzduchu ve výšce 10 km je $0,38 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, ve výšce 5,0 km je $0,67 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Předpokládejte, že účinné průřezy obou letadel i odporové koeficienty jsou stejné.

47Ú. Z údajů v tab. 6.1 určete průměr osmikilogramového náboje. Předpokládejte, že $C = 0,49$ a hustota vzduchu má hodnotu $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

ODST. 6.4 Rovnoměrný pohyb po kružnici

48C. Koeficient statického tření mezi pneumatikami automobilu a silnicí je 0,25. Jakou největší rychlostí může automobil projet bez smyku vodorovnou zatáčkou o poloměru 47,5 m?

49C. Jaký je nejmenší poloměr neklopené zatáčky, kterou může bez nehody projet cyklista, jede-li rychlostí 30 km/h? Koeficient statického tření mezi pneumatikami a silnicí je 0,32.

50C. Při olympijské soutěži závodních sání byla nejlepšímu evropskému družstvu naměřena rychlost 60 mil v hodině při průjezdu zatáčkou o poloměru 25 stop. Jakému přetížení (v jed-

notkách g) byli při tom jezdci vystaveni? (Zadané hodnoty převedte do soustavy SI.)

51C. Automobil vážící 10,7 kN jede rychlostí 13,4 m/s. Řidič se chystá projet neklopenou zatáčkou o poloměru 61,0 m. (a) Jak velká třecí síla je schopna udržet automobil na kruhové dráze? (b) Jak dopadne řidičův pokus, je-li koeficient statického tření mezi pneumatikami vozu a silnicí 0,35?

52C. V kruhové zatáčce je předepsána rychlost o velikosti 60 km/h. (a) Jaký je správný úhel klopení zatáčky, je-li její poloměr 150 m? (b) Jaká by při uvedené rychlosti musela být minimální hodnota statického koeficientu tření mezi pneumatikami a silnicí, potřebná pro bezpečný průjezd vozidel (bez smyku), kdyby zatáčka nebyla klopená?

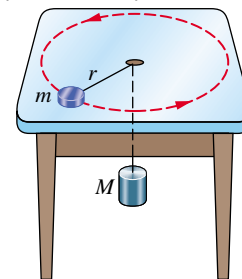
53C. V klopené zatáčce je předepsána rychlost 60 km/h. Poloměr zatáčky je 200 m. Automobil jede v dešti rychlostí 40 km/h. Určete nejmenší přípustnou hodnotu koeficientu tření mezi pneumatikami a silnicí, při níž může automobil projet zatáčkou ještě bez smyku?

54C. Holčička postavila piknikový košík na vnější obvod kolotoče. Kolotoč má poloměr 4,6 m a otočí se jednou za 30 s. (a) Jaká je velikost rychlosti bodu na obvodu kolotoče? (b) Jaký musí být koeficient statického tření mezi košíkem a kolotočem, má-li být košík vzhledem ke kolotoči v klidu?

55C. Malá kulička (hmotný bod) o hmotnosti 50 g zavěšená na niti délky 1,2 m tvoří konické kyvadlo. Kulička obíhá po vodorovné kružnici o poloměru 25 cm. (a) Jak velká je rychlost kuličky? (b) Jaké je její zrychlení? (c) Jak velká je tahová síla niti?

56C. Elektron v Bohrově modelu vodíkového atomu obíhá kolem jádra po kruhové dráze o poloměru $5,3\cdot 10^{-11}$ m. Elektron oběhne jádro $6,6\cdot 10^{15}$ krát za sekundu. (a) Určete jeho rychlost, (b) zrychlení (velikost i směr) a (c) dostředivou sílu, která na elektron působí. (Tato síla je dána přitažlivou elektrostatickou interakcí záporně nabitého elektronu a kladně nabitého jádra.) Hmotnost elektronu je $9,11\cdot 10^{-31}$ kg.

57C. Tělísko o hmotnosti m leží na dokonale hladkém stole a je spojeno se závažím o hmotnosti M provázkem provlečeným otvorem ve stole (obr. 6.45). Určete rychlost, kterou se musí tělísko m pohybovat, aby závaží M bylo v klidu.

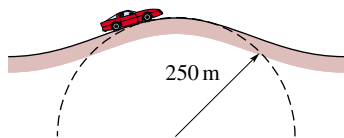


Obr. 6.45 Cvičení 57

58C. Kaskadér v autě přejíždí vrcholek, jehož profil je přibližně kruhový, s poloměrem 250 m (obr. 6.46). Jakou největší rychlostí může jet, aby vozidlo neztratilo kontakt se silnicí?

59Ú. Malá mince leží na ploché vodorovné točně. Točna se otočí třikrát za 3,14 s. (a) Jaká je rychlost mince, která se veze na točně

bez klouzání ve vzdálenosti 5,0 cm od jejího středu? (b) Jaké je zrychlení mince (velikost i směr)? (c) Jaká je velikost třecí síly působící na minci? Hmotnost mince je 2,0 g. (d) Zjistilo se, že mince umístěná do vzdálenosti větší než 10 cm od středu točny již bude klouzat. Jaký je koeficient statického tření mezi mincí a točnou?



Obr. 6.46 Cvičení 58

60Ú. Malý předmět je umístěn ve vzdálenosti 10 cm od středu talíře gramofonu. Při otáčkách $33\frac{1}{3}$ ot/min zůstává předmět vzhledem k točně v klidu, při 45 ot/min již klouže. V jakém intervalu leží hodnota statického koeficientu tření mezi předmětem a točnou?

61Ú. Cyklista projíždí kruhovou zatáčkou o poloměru 25 m rychlostí o stálé velikosti $9,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Hmotnost cyklisty i s kolem je 85,0 kg. Určete (a) velikost třecí síly, jíž působí povrch silnice na kolo, (b) velikost celkové síly, jíž působí silnice na kolo.

62Ú. Student o hmotnosti 67 kg se veze na ruském kole, které se otáčí rovnoměrně. Zdánlivá váha studenta v nejvyšším bodě dráhy je 560 N. (a) Jakou má student zdánlivou váhu v nejnižším bodě? (b) Jakou bude mít zdánlivou váhu v nejvyšším bodě, jestliže se rychlost kola zdvojnásobí?

63Ú. Auto projíždí plochou zatáčkou o poloměru $R = 220 \text{ m}$ nejvyšší povolenou rychlostí o velikosti $v = 94,0 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Jakou celkovou silou působí pasažér o hmotnosti 85,0 kg na sedadlo?

64Ú. Kámen uvázaný na vlákne obíhá ve svislé rovině po kružnici o poloměru R . Určete kritickou hodnotu velikosti rychlosti, kterou musí mít kámen při průchodu nejvyšším bodem dráhy, nemá-li se vlákno pokrčit.

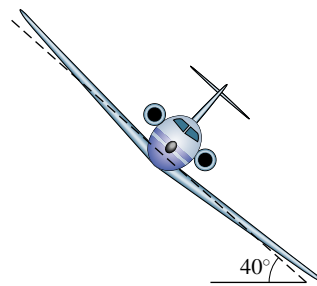
65Ú. Pevnost šňůry je dána největší přípustnou velikostí tahové síly 40 N. Dítě přivázalo na šňůru kámen o hmotnosti 0,37 kg a roztočilo jej ve svislé rovině tak, aby kámen obíhal po kružnici o poloměru 1,0 m. Postupně zvyšovalo rychlost oběhu, až šňůra praskla. (a) Ve kterém bodě své trajektorie byl kámen v okamžiku, kdy se šňůra přetrhla? (b) Jak velká byla v tomto okamžiku jeho rychlost?

66Ú. Letadlo zatáčí rychlostí o velikosti 480 km/h po kružnici ležící ve vodorovné rovině. Křídla letadla svírají s vodorovnou rovinou úhel 40° (obr. 6.47). Jaký je poloměr zatáčky? Předpokládejte, že potřebná výsledná síla působící na letadlo je plně realizována aerodynamickou vztlakovou silou, která je kolmá ke křídům letadla.

67Ú. Fregatka plachtí po vodorovné kruhové trajektorii. Úhel sklonu jejích křídel vzhledem k vodorovné rovině je přibližně 25° . Pták obletí celou kružnici za 13 s. (a) Určete rychlost jeho letu a (b) poloměr jeho trajektorie.

68Ú. Model letadla o hmotnosti 0,75 kg létá rovnoměrně po vodorovné kružnici ve výšce 18 m a vykoná 4,4 obletu na minutu. Model je připoután na šňůře délky 30 m, jejíž druhý konec je

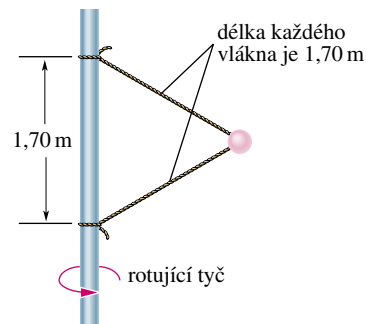
připevněn na zemi. Křídla letadélka jsou vodorovná, takže vztlaková síla vzduchu směřuje svisle vzhůru. (a) Jaké je zrychlení modelu? (b) Jakou silou je napínána šňůra? (c) Jaká je celková vztlaková síla působící na křídla letadla?



Obr. 6.47 Úloha 66

69Ú. Stará tramvaj projíždí neklopenou zatáčkou. Poloměr zatáčky je 30 stop a rychlost tramvaje má velikost 10 mil za hodinu (užijte převodní tabulky). Jaký úhel svírají volně visící kožená držadla se svislým směrem?

70Ú. Koule o hmotnosti 1,34 kg je pomocí dvou šňůr zanedbatelné hmotnosti připojena ke svislé rotující tyči (obr. 6.48). Šňůry jsou přivázány k tyči, jsou napjaté a tvoří dvě strany rovnostranného trojúhelníka. Tahová síla v horní šňůře je 35 N. (a) Nakreslete silový diagram koule. (b) Jakou silou je napínána spodní šňůra? (c) Určete výslednici sil působících na kouli v okamžiku zachyceném na obr. 6.48 a (d) rychlost koule.



Obr. 6.48 Úloha 70

71Ú. Předpokládejme, že na těleso o hmotnosti standardního kilogramu by na rovníku při hladině moře působila tíhová síla přesně 9,8 N, kdyby se Země neotáčela. Ve skutečnosti Země rotuje, takže těleso se pohybuje po kružnici o poloměru $6,40 \cdot 10^6 \text{ m}$ (zemský poloměr) rychlostí o stálé velikosti $465 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. (a) Určete dostředivou sílu udržující standardní kilogram na této kruhové dráze. (b) Určete sílu, jíž působí standardní kilogramové těleso na pružinu siloměru, na který je zavěsíme (údaj na siloměru udává „zdánlivou váhu“ tělesa).

72Ú. Předpokládejme, že vesmírná stanice z otázky 12 má poloměr 500 m. (a) Jaká musí být velikost rychlosti v_s obvodově stěny stanice, má-li být zdánlivá tíhová síla působící na kosmonauta u stěny 300 N, váží-li kosmonaut na Zemi 600 N? (b) Určete zdánlivou tíhovou sílu působící na kosmonauta běžícího podél stěny rychlostí o velikosti $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (vzhledem ke stěně) ve směru souhlasném s v_s .