

# Příručka ke cvičení z Úvodu do moderní fyziky

Václav Hanus

20. srpna 2011

## Obsah

<b>1</b>	<b>Cvičení</b>	<b>2</b>
1.1	Úvod do Maplu . . . . .	2
1.2	Záření absolutně černého tělesa . . . . .	4
1.2.1	Úkol: Odvoďte Wienův posunovací zákon . . . . .	4
1.2.2	Příklad: Srovnání kvant záření . . . . .	5
1.2.3	Úkol: Odvoďte Stefan-Boltzmannův zákon . . . . .	5
1.2.4	Příklad: Ztráty tělesného tepla způsobené vyzařováním . . . . .	5
1.2.5	Úkol: Nakreslete křivku planckova zákona všemi různými způsoby . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Cvičení</b>	<b>7</b>
2.1	Bezčasová schrödingerova rovnice . . . . .	7
2.2	Částice v nekonečně hluboké potenciálové jámě . . . . .	7
2.2.1	Úkol: Spočítejte, jak se kvantuje energie pro částici v nekonečně hluboké potenciálové jámě. . . . .	7
2.2.2	Úkol: Jak vypadají vlnové funkce pro jednotlivé energetické stavy a jaké jsou jejich hustoty pravděpodobnosti. . . . .	8
2.2.3	Úkol: Znázorni energetické hladiny pro elektron vázaný na úsečku délky 0.1 pm. . . . .	8
2.3	Průnik pravoúhloú potenciálovou bariérou . . . . .	9
2.3.1	Úkol: Spočítejte pravděpodobnost průniku částice o energii $E$ potenciálovou bariérou výšky $V_0$ a šířky $L$ . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Cvičení</b>	<b>10</b>
3.1	Elektronové orbitály vodíkového atomu . . . . .	10
3.1.1	Úkol: Nakreslete průběh radiální hustoty pravděpodobnosti $R_{nl}(r)$ pro vodíkový atom. . . . .	10
3.1.2	Úkol: Nakreslete průběh prostorové hustoty pravděpodobnosti $Y_{lm}(\theta, \phi)$ . . . . .	11
3.2	Kapkový model jádra . . . . .	11
3.2.1	Úkol: Vyobrazte průběh vazebné energie na nukleon v závislosti na hmotnostním čísle, tak jak ho určuje kapkový model jádra. Vykreslete též zvlášť objemovou energii, povrchovou energii a coulombovou energii. Výsledek porovnejte s naměřenými daty. . . . .	12

<b>4 Cvičení</b>	<b>12</b>
4.1 Radioaktivní rozpad jádra . . . . .	12
4.1.1 Úkol: Vyřešte rovnici pro radiaktivní rozpad v Maplu. Srovnejte průběhy řešení pro izotopy jódu $^{129}\text{I}$ a $^{131}\text{I}$ , které jsou produktem štěpení $^{235}\text{U}$ . Předpokládejte, že jsou na počátku v poměru 1:2. . . . .	12
4.1.2 Úkol: Postupný rozpad. Mějte jednoduchou rozpadovou řadu. Nuklid X se rozpadá radiaktivní přeměnou na nestabilní nuklid Y, který se rozpadá na již stabilní nuklid Z. Na počátku máte pouze nuklid X. Vyobrazte počet jader jednotlivých nuklidů v závislosti na čase. . . . .	13
4.2 Energetické zabarvení reakce . . . . .	14
4.2.1 Úkol: Vypočtete energetické zabarvení následujících reakcí (poslední reakci zkuste spočítat též z kapkového modelu): . . . . .	14
4.3 Průchod záření látkou . . . . .	14
4.3.1 Úkol: Účinný průřez pro reakci $^{113}\text{Cd}$ s neutrony o energii 0,025 eV je $2 \cdot 10^4 \text{ b}$ ( $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$ ). Hustota Cd je $8.64 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ (atomová hmotnost 112u). Jakou tloušťku musí mít kadmiový plech, aby odstínil 99% neutronů? . . . . .	14
<b>5 Cvičení</b>	<b>14</b>
5.1 Fyzika plazmatu . . . . .	14
5.1.1 Částicová simulace plazmatu . . . . .	15
5.1.2 Úkol: vyzkoušejte si program XOOPIK . . . . .	15

## 1 Cvičení

### 1.1 Úvod do Maplu

#### Užitečná tlačítka



- vloží příkazový blok za aktuální blok



- vloží textový blok za aktuální blok



- označenou oblast odsadí a uzavře do záložky s nadpisem; zruší odsazení



- restartuje aktuální instanci, tj. vymaže všechny proměnné z paměti
- funguje jako příkaz `restart`

## Užitečné klávesové zkratky

- `F2`
  - nápověda k označenému výrazu
- `F5`
  - přepíná mezi 2D-math módem a textovým módem
- `Shift + Enter`
  - přejde na novou řádku, aniž by vyhodnocoval výraz
- `Ctrl + Del`
  - smaže celý blok
- `Ctrl + Space`
  - doplní rozepsaný výraz nebo jej nahradí speciálním znakem
- `Ctrl + K`
  - vloží příkazový blok před aktivní blok

## Příkazy

- `evalf(výraz)`
  - numericky vyhodnotí výraz
- `unassign('prom')`
  - odstraní referenci v proměnné
- `eval (výraz); eval(výraz, x=hodnota)`
  - vyhodnotí výraz; vyhodnotí výraz za dosazení hodnoty pro `x`
- `solve(rovnice, x)`
  - vyřeší rovnici pro neznámou `x`
- `isolate(výraz, y)`
  - vyjádří proměnnou `y` z výrazu
- `diff(výraz, x); diff(výraz, x, y)`
  - derivace výrazu podle `x`; 2. derivace nejprve podle `x` a pak `y`

- `int(výraz, x); int(výraz, x=a..b)`
  - neurčitý integrál podle `x`; určitý integrál podle `x` od `a` do `b`
- `plot(výraz, rozsah)`
  - nakreslí graf výrazu s jednou neznámou `x`, jejíž rozsah je ve tvaru `x=a..b`

## 1.2 Záření absolutně černého tělesa

Spektrální hustota energie záření v dutině [1, 2]:

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \left[ \frac{\text{J}}{\text{m}^3\text{Hz}} \right]$$

**Poznámka:** Vztah mezi  $u$  - spektrální hustotou energie a  $I$  - spektrální intenzitou záření pro lineárně polarizované světlo [6]:

$$I \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{Hz}} \right] = \frac{c}{4} u$$

### 1.2.1 Úkol: Odvoďte Wienův posunovací zákon

Tento zákon udává, s jakou frekvencí září AČT v závislosti na teplotě nejvíce. Tj. hledáme maximum “planckovy křivky” při konstantní  $T$ .

#### Příkazy k úkolu

- `diff(výraz, x)`
  - derivace výrazu podle `x`
- `solve(rovnice, x)`
  - vyřeší rovnici pro neznámou `x`
- extrakce operátoru z výrazu pomocí dolního indexu nebo pomocí `výraz[i]`
- `evalf(výraz)`
  - numericky vyhodnotí výraz
- `with(ScientificConstants)`
  - zavedení balíku pro používání fyzikálních konstant
- `Constant(jméno_konstanty)`
  - vrátí objekt konstanty. Ten lze převést na číslo pomocí příkazu `evalf`
  - pro seznam `jmen_konstant` zadejte: `help(ScientificConstants, PhysicalConstants)`
- `plot(výraz, rozsah)`
  - nakreslí graf výrazu s jednou neznámou `x` (výraz nesmí obsahovat žádné další neznámé) se zadaným rozsahem ve tvaru `x=a..b`

### 1.2.2 Příklad: Srovnání kvant záření

Jak je kvantována energie ladičky jako harmonického oscilátoru, jejíž kmitočet je 660 Hz ve srovnání s oscilátorem, jehož frekvence je na úrovni oranžového světla tj.  $5 \cdot 10^{14}$  Hz. Pro zajímavost: vibrační energie ladičky je 0,04 J.

#### Příkazy k příkladu

- `with(ScientificConstants)`
  - zavedení balíku pro používání fyzikálních konstant
- `Constant(jméno_konstanty, units)`
  - vrátí konstantu spolu s její jednotkou
- `evalf(výraz)`
  - numericky vyjádří výraz
- `combine(výraz, 'units')`
- `convert(výraz, 'units', 'eV')`
  - převede výraz na elektronvolty

### 1.2.3 Úkol: Odvoďte Stefan-Boltzmannův zákon

Udává celkovou energii vyzařovanou AČT v závislosti na teplotě.

#### Příkazy k úkolu

- `assume(h>0, k>0, T>0)`
  - přidá k proměnným předpoklad kladnosti
- `int(výraz, x); int(výraz, x=a..b)`
  - neurčitý integrál podle x; určitý integrál podle x od a do b

### 1.2.4 Příklad: Ztráty tělesného tepla způsobené vyzařováním

Svlečený atlet sedí ve své šatně. Stěny v místnosti jsou velmi tmavé a jejich teplota je  $15^\circ\text{C}$ . Odhadněte, jaké jsou jeho tepelné ztráty způsobené vyzařováním za předpokladu, že teplota jeho kůže je  $34^\circ\text{C}$  a koeficient absorpce  $\epsilon$  jeho pokožky je 0,70. Plocha těla atleta je  $A = 1,5 \text{ m}^2$ .

**Nápověda:**  $P_{\text{radiační ztráty}} = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$ ,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$  [5]

## Příkazy k příkladu

- `with(ScientificConstants)`
  - zavedení balíku pro používání fyzikálních konstant
- `Constant(jméno_konstanty,units)`
  - vrátí konstantu spolu s její jednotkou
- `convert(výraz,temperature, Celsius, kelvin)`<sup>1</sup>
  - převede výraz na ze stupňů Celsia na Kelviny
- `combine(výraz,'units')`
- `evalf(výraz)`
  - numericky vyjádří výraz

### 1.2.5 Úkol: Nakreslete křivku planckova zákona všemi různými způsoby

#### Příkazy k úkolu:

- `plot(výraz, rozsah)`
  - nakreslí graf výrazu s jednou neznámou  $x$  (výraz nesmí obsahovat žádné další neznámé) se zadaným rozsahem ve tvaru  $x=a..b$
- `eval(výraz, a=hodnota)`
  - symbolicky vyhodnotí výraz, tak, že dosadí za hodnotu  $a$  ve výrazu
- `subs(a=b, výraz)`
  - nahradí ve výrazu symbol  $a$  výrazem  $b$
- `seq(výraz, i=a..b, krok)`
  - vytvoří kopii výrazů oddělených čárkami, ve kterých  $i$  je nahrazeno postupně hodnotami z intervalu  $a..b$  s krokem  $krok$
- `plot([výraz1,výraz2], rozsah, legend=[popiska1, popiska2])`
  - vykreslí více grafů do jednoho obrázku spolu s legendou
- `plot3d(f(x,y), x=a1..b1, y=a2..b2)`
  - vykreslí trojrozměrný graf

---

<sup>1</sup>Pozor na velikost písmenek

## 2 Cvičení

### 2.1 Bezčasová schrödingerova rovnice

Schrödingerova rovnice (1D) pro 1 částici o hmotnosti  $m$ :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + U\Psi$$

Tato rovnice je experimenty ověřený postulát.

**Vlnová funkce pro volnou částici ( $U=\text{konst.}$ ) s energií  $E$  a hybností  $p$ :**

$$\Psi(x, t) = A \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} (Et - px) \right\}$$

**Hustota pravděpodobnosti výskytu částice s vlnovou funkcí  $\Psi$ :**

$$|\Psi|^2$$

**Bezčasová Schrödingerova rovnice:**

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0$$

Zde malé  $\psi$  zastupuje část vlnové funkce závislou pouze na  $x$ . Pro volnou částici tedy:  $\psi = \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} px \right\}$ .

### 2.2 Částice v nekonečně hluboké potenciálové jámě

**2.2.1 Úkol: Spočítejte, jak se kvantuje energie pro částici v nekonečně hluboké potenciálové jámě.**

**Nápověda:** Okrajové podmínky: Na krajích úsečky, tj. v 0 a v L je  $\psi = 0$ .

**Postup:** Vyřešíme dif. rovnici. Dosadíme za okrajové podmínky.

**Příkazy k úkolu:**

- `diff(výraz, x)`
  - derivace výrazu podle  $x$
- `eval(výraz, a=hodnota)`
  - symbolicky vyhodnotí výraz, tak, že dosadí za hodnotu  $a$  ve výrazu
- `dsolve(rovnice)`
  - vyřeší obyčejnou diferenciální rovnici. Rovnice musí obsahovat závislou proměnou ve tvaru  $y(x)$
- `rhs(vyraz)`

- je-li výraz rovnice, vrátí její pravou stranu (Right Hand Side of equation)
- `_EnvAllSolutions := true`
  - způsobí, že příkaz `solve` nám vrátí všechna možná řešení a ne pouze jedno
- `solve(rovnice, x)`
  - vyřeší rovnici pro neznámou `x`
- `getassumptions(prom)`
  - vrátí předpoklady k `prom`

### 2.2.2 Úkol: Jak vypadají vlnové funkce pro jednotlivé energetické stavy a jaké jsou jejich hustoty pravděpodobnosti.

**Nápověda:** Normalizace vlnové funkce:  $\int_0^L |\psi_n(x)|^2 dx = 1$

#### Příkazy k úkolu:

- `int(výraz, x=a..b)`
  - neurčitý integrál podle `x`; určitý integrál podle `x` od `a` do `b`
- `assuming předpoklady`
  - Když se přidá za výraz, tak způsobí aplikaci předpokladů pouze v konkrétním výrazu
  - příklad předpokladů: `x>0`, `x::integer`
- `solve(rovnice, x)`
  - vyřeší rovnici pro neznámou `x`
- `plot([výraz1,výraz2], rozsah, legend=[popiska1, popiska2])`
  - vykreslí více grafů do jednoho obrázku spolu s legendou

### 2.2.3 Úkol: Znázorní energetické hladiny pro elektron vázaný na úsečku délky 0.1 pm.

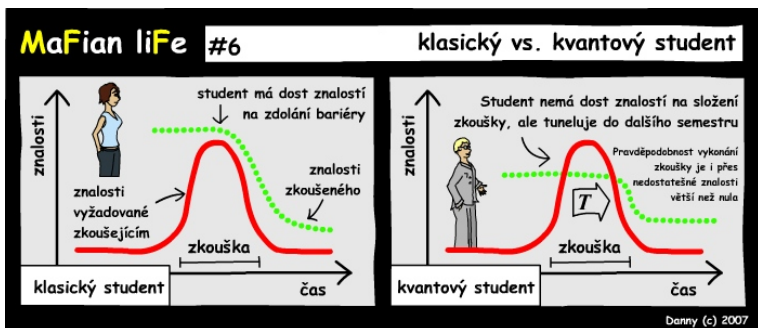
- `with(ScientificConstants)`
  - zavedení balíku pro používání fyzikálních konstant
- `Constant(jméno_konstanty,units)`
  - vrátí konstantu spolu s její jednotkou
- `evalf(výraz)`
  - numericky vyjádří výraz
- `eval(výraz, a=hodnota)`



- symbolicky vyhodnotí výraz, tak, že dosadí za hodnotu a ve výrazu
- `plot([výraz1,výraz2], rozsah, legend=[popiska1, popiska2])`
  - vykreslí více grafů do jednoho obrázku spolu s legendou

## 2.3 Průnik pravoúhloú potenciálovou bariérou

### 2.3.1 Úkol: Spočítejte pravděpodobnost průniku částice o energii $E$ potenciálovou bariérou výšky $V_0$ a šířky $L$



Obrázek 1: Zdroj: <http://pukavec.net/index.php/vtipne-propuky/13-besy/45-klasick-kvantovudent.html>

**Předpoklady:**  $E < V_0$  (Jinak je to případ klasického studenta)

**Nápověda:** Pravděpodobnost průchodu částice se spočítá jako podíl  $\frac{|\psi_{3+}|^2}{|\psi_{1+}|^2}$ , kde  $\psi_{3+} = A \exp\{ik_1x\}$  je dopředná část řešení schrödingerovy rovnice v oblasti za bariérou a  $\psi_{1+} = H \exp\{ik_1x\}$  je také dopředná část řešení schrödingerovy rovnice ale v oblasti před bariérou. Tento podíl pro náš případ přejde v  $\frac{HH^*}{AA^*}$ . Neznámé  $A$  a  $H$  dostaneme z okrajových podmínek.

**Příkazy k úkolu:**

- `piecewise(interval, hodnota)`
  - definuje funkci po jednotlivých intervalech
- `assume(E < V)`
  - přidá k proměnným předpoklad kladnosti
- `diff(výraz, x)`
  - derivace výrazu podle  $x$
- `dsolve(rovnice)`
  - vyřeší obyčejnou diferenciální rovnici. Rovnice musí obsahovat závislou proměnnou ve tvaru  $y(x)$

- assuming předpoklady
  - Když se přidá za výraz, tak způsobí aplikaci předpokladů pouze v konkrétním výrazu
  - příklad předpokladů:  $x>0$ ,  $x::integer$
- rhs(vyraz)
  - je-li vyraz rovnice, vrátí její pravou stranu (Right Hand Side of equation)
- solve(rovnice, x)
  - vyřeší rovnici pro neznámou x
- assign(x=vyraz)
  - uloží do proměnné x vyraz
- conjugate(vyraz)
  - provede komplexní sdružení
- evalc(vyraz)
  - symbolicky vyhodnotí s ohledem na komplexní povahu výrazu

## 3 Cvičení

### 3.1 Elektronové orbitály vodíkového atomu

**Poznámka** Vlnovou funkci elektronu  $\psi = \psi(r, \theta, \phi)$  ve vodíkovém atomu lze napsat ve tvaru  $\psi = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot \Phi(\phi)$ . Tím lze řešení parciální schrodingerovy rovnice převést na problém se třemi obyčejnými diferenciálními rovnicemi. V jedna z těchto rovnic bude figurovat jako neznámá pouze  $r$ . V druhé pouze  $\theta$  a v třetí pouze  $\phi$ . [2, 7]

#### 3.1.1 Úkol: Nakreslete průběh radiální hustoty pravděpodobnosti $R_{nl}(r)$ pro vodíkový atom.

Použijte následující kombinace  $nl$ :

n	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4
l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3

#### Nápověda

$$R(r) = -\frac{1}{a_o^{3/2}} \frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{[(n+1)!]^3}} e^{-\rho/n} \left(\frac{2\rho}{n}\right)^l L_{n+l}^{2l+1} \left(\frac{2\rho}{n}\right)$$

kde  $a_o$  je Bohrov poloměr atomu,  $\rho = r/a_o$ . L jsou Laguerrovy polynomy:

$$L_p^q(x) = \frac{d^q}{dx^q} L_p(x)$$

$$L_p(x) = e^x \frac{d^p}{dx^p} (x^p e^{-x})$$

Průběh hustoty pravděpodobnosti:

$$|R_{nl}(r)|^2 r^2$$

$r^2$  pramení z použití polárních souřadnic.

### 3.1.2 Úkol: Nakreslete průběh prostorové hustoty pravděpodobnosti $Y_{lm}(\theta, \phi)$

Použijte následující kombinace  $ml$

l	0	1	1	1	2	2	2	2	2
m	0	-1	0	1	-2	-1	0	1	2

**Nápověda** pro  $m \geq 0$

$$Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{4l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_{lm}(\cos\theta) e^{im\phi}$$

pro  $m < 0$

$$Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^{|m|} Y_{l|m|}^*(\theta, \phi)$$

kde  $P$  jsou Legendrovy polynomy

$$P_{lm} = \frac{1}{2^l l!} (1-x^2)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2-1)^l$$

Průběh hustoty pravděpodobnosti:

$$|Y_{lm}(\theta, \phi)|^2$$

## 3.2 Kapkový model jádra

Jednoduchá verze vzorce pro vazebnou energii (zanedbáme energii asymetrie a energii párování):

$$B(A, Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}}$$

Energie asymetrie:

$$-a_4 \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

kde

$$\begin{aligned} a_1 &= 14.1 \text{ MeV} & a_2 &= 13 \text{ MeV} \\ a_3 &= 0.595 \text{ MeV} & a_4 &= 19 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Pro stabilní jádra platí empirický vztah:

$$Z = \frac{A}{1.98 + 0.0155 A^{2/3}}$$

3.2.1 Úkol: Vyobrazte průběh vazebné energie na nukleon v závislosti na hmotnostním čísle, tak jak ho určuje kapkový model jádra. Vykreslete též zvlášť objemovou energii, povrchovou energii a coulombovou energii. Výsledek porovnejte s naměřenými daty.

## 4 Cvičení

### 4.1 Radioaktivní rozpad jádra

Rovnice pro radioaktivní rozpad:  $\frac{dN}{dt} + \lambda N = 0$

Pojmy:

Rozpadová konstanta:  $\lambda$

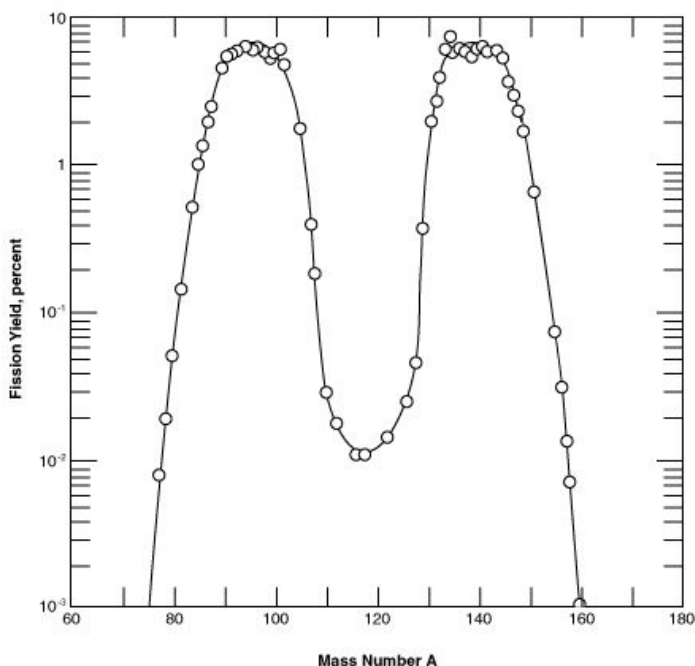
Střední doba života:  $\tau$

Poločas rozpadu:  $T_{1/2}$

$\lambda = \frac{1}{\tau}$	$T_{1/2} = \tau \ln 2$	$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$
----------------------------	------------------------	-----------------------------------

4.1.1 Úkol: Vyřešte rovnici pro radiaktivní rozpad v Ma-plu. Srovnajte průběhy řešení pro izotopy jódu  $^{129}\text{I}$  a  $^{131}\text{I}$ , které jsou produktem štěpení  $^{235}\text{U}$ . Předpokládejte, že jsou na počátku v poměru 1:2.

**Thermal Neutron Fission of U-235**



Příkazy k úkolu:

- `diff(výraz, x)`

- derivace výrazu podle  $x$
- `dsolve([rce, poc])`
  - vyřeší obyčejnou diferenciální rci s počátečními podmínkami `poc`. Rovnice musí obsahovat závislou proměnou ve tvaru  $y(x)$ . Počáteční podmínky nechť jsou ve tvaru  $y(a)=h$
- `plot([výraz1,výraz2], rozsah, legend=[popiska1, popiska2])`
  - vykreslí více grafů do jednoho obrázku spolu s legendou

**4.1.2 Úkol: Postupný rozpad.** Mějte jednoduchou rozpadovou řadu. Nuklid  $X$  se rozpadá radiaktivní přeměnou na nestabilní nuklid  $Y$ , který se rozpadá na již stabilní nuklid  $Z$ . Na počátku máte pouze nuklid  $X$ . Vyobrazte počet jader jednotlivých nuklidů v závislosti na čase.

**Nápověda:** Řešíme soustavu obyčejných diferenciálních rovnic ve tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} + \lambda_1 N_1 &= 0 \\ \frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 - \lambda_1 N_1 &= 0 \\ \frac{dN_3}{dt} - \lambda_2 N_2 &= 0 \end{aligned}$$

**Poznámka:** Demonstrace postupného rozpadu na stránkách: <http://www.chem.mff.cuni.cz/~chem/chem-fyzika/chem-fyzika-1/chem-fyzika-1-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-65-66-67-68-69-70-71-72-73-74-75-76-77-78-79-80-81-82-83-84-85-86-87-88-89-90-91-92-93-94-95-96-97-98-99-100-101-102-103-104-105-106-107-108-109-110-111-112-113-114-115-116-117-118-119-120-121-122-123-124-125-126-127-128-129-130-131-132-133-134-135-136-137-138-139-140-141-142-143-144-145-146-147-148-149-150-151-152-153-154-155-156-157-158-159-160-161-162-163-164-165-166-167-168-169-170-171-172-173-174-175-176-177-178-179-180-181-182-183-184-185-186-187-188-189-190-191-192-193-194-195-196-197-198-199-200-201-202-203-204-205-206-207-208-209-210-211-212-213-214-215-216-217-218-219-220-221-222-223-224-225-226-227-228-229-230-231-232-233-234-235-236-237-238-239-240-241-242-243-244-245-246-247-248-249-250-251-252-253-254-255-256-257-258-259-260-261-262-263-264-265-266-267-268-269-270-271-272-273-274-275-276-277-278-279-280-281-282-283-284-285-286-287-288-289-290-291-292-293-294-295-296-297-298-299-300-301-302-303-304-305-306-307-308-309-310-311-312-313-314-315-316-317-318-319-320-321-322-323-324-325-326-327-328-329-330-331-332-333-334-335-336-337-338-339-340-341-342-343-344-345-346-347-348-349-350-351-352-353-354-355-356-357-358-359-360-361-362-363-364-365-366-367-368-369-370-371-372-373-374-375-376-377-378-379-380-381-382-383-384-385-386-387-388-389-390-391-392-393-394-395-396-397-398-399-400-401-402-403-404-405-406-407-408-409-410-411-412-413-414-415-416-417-418-419-420-421-422-423-424-425-426-427-428-429-430-431-432-433-434-435-436-437-438-439-440-441-442-443-444-445-446-447-448-449-450-451-452-453-454-455-456-457-458-459-460-461-462-463-464-465-466-467-468-469-470-471-472-473-474-475-476-477-478-479-480-481-482-483-484-485-486-487-488-489-490-491-492-493-494-495-496-497-498-499-500-501-502-503-504-505-506-507-508-509-510-511-512-513-514-515-516-517-518-519-520-521-522-523-524-525-526-527-528-529-530-531-532-533-534-535-536-537-538-539-540-541-542-543-544-545-546-547-548-549-550-551-552-553-554-555-556-557-558-559-560-561-562-563-564-565-566-567-568-569-570-571-572-573-574-575-576-577-578-579-580-581-582-583-584-585-586-587-588-589-590-591-592-593-594-595-596-597-598-599-600-601-602-603-604-605-606-607-608-609-610-611-612-613-614-615-616-617-618-619-620-621-622-623-624-625-626-627-628-629-630-631-632-633-634-635-636-637-638-639-640-641-642-643-644-645-646-647-648-649-650-651-652-653-654-655-656-657-658-659-660-661-662-663-664-665-666-667-668-669-670-671-672-673-674-675-676-677-678-679-680-681-682-683-684-685-686-687-688-689-690-691-692-693-694-695-696-697-698-699-700-701-702-703-704-705-706-707-708-709-710-711-712-713-714-715-716-717-718-719-720-721-722-723-724-725-726-727-728-729-730-731-732-733-734-735-736-737-738-739-740-741-742-743-744-745-746-747-748-749-750-751-752-753-754-755-756-757-758-759-760-761-762-763-764-765-766-767-768-769-770-771-772-773-774-775-776-777-778-779-780-781-782-783-784-785-786-787-788-789-790-791-792-793-794-795-796-797-798-799-800-801-802-803-804-805-806-807-808-809-810-811-812-813-814-815-816-817-818-819-820-821-822-823-824-825-826-827-828-829-830-831-832-833-834-835-836-837-838-839-840-841-842-843-844-845-846-847-848-849-850-851-852-853-854-855-856-857-858-859-860-861-862-863-864-865-866-867-868-869-870-871-872-873-874-875-876-877-878-879-880-881-882-883-884-885-886-887-888-889-890-891-892-893-894-895-896-897-898-899-900-901-902-903-904-905-906-907-908-909-910-911-912-913-914-915-916-917-918-919-920-921-922-923-924-925-926-927-928-929-930-931-932-933-934-935-936-937-938-939-940-941-942-943-944-945-946-947-948-949-950-951-952-953-954-955-956-957-958-959-960-961-962-963-964-965-966-967-968-969-970-971-972-973-974-975-976-977-978-979-980-981-982-983-984-985-986-987-988-989-990-991-992-993-994-995-996-997-998-999-1000>

**Příkazy k úkolu:**

- `diff(výraz, x)`
  - derivace výrazu podle  $x$
- `dsolve([rce, poc])`
  - vyřeší obyčejnou diferenciální rci s počátečními podmínkami `poc`. Rovnice musí obsahovat závislou proměnou ve tvaru  $y(x)$ . Počáteční podmínky nechť jsou ve tvaru  $y(a)=h$
- `plot([výraz1,výraz2], rozsah, legend=[popiska1, popiska2])`
  - vykreslí více grafů do jednoho obrázku spolu s legendou
- `rhs(vyraz)`
  - je-li `vyraz` rovnice, vrátí její pravou stranu (Right Hand Side of equation)

## 4.2 Energetické zabarvení reakce

Vzorec pro energii reakce zní

$$Q = \left( \sum_i M_i - \sum_f M_f \right) c^2,$$

kde  $f$  značí produkty (final) a  $i$  výchozí reaktanty (initial). Nebo ze znalosti vazbové energie:

$$Q = \sum_f B_f - \sum_i B_i$$

**4.2.1 Úkol:** Vypočtete energetické zabarvení následujících reakcí (poslední reakci zkuste spočítat též z kapkového modelu):

$D + T \rightarrow \alpha + n$
$d + {}^6\text{Li} \rightarrow 2\alpha$
$n + {}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{140}_{54}\text{Xe} + {}^{94}_{38}\text{Sr} + 2n$

## 4.3 Průchod záření látkou

$$-\frac{dN}{N} = n\sigma dx$$

Tento vzorec vyjadřuje úbytek nalétávajících částic  $N$  na terč s hustotou jader  $n$ . Účinný průřez pro reakci nalétávající částice s jedním jádrem je  $\sigma$  a představuje pravděpodobnost s jakou k reakci dojde.

**4.3.1 Úkol:** Účinný průřez pro reakci  ${}^{113}\text{Cd}$  s neutrony o energii 0,025 eV je  $2 \cdot 10^4 \text{ b}$  ( $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$ ). Hustota Cd je  $8.64 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  (atomová hmotnost 112u). Jakou tloušťku musí mít kadmiový plech, aby odstínil 99% neutronů?

## 5 Cvičení

### 5.1 Fyzika plazmatu

**Plazma** *Kvazineutrální plyn nabitých částic vykazující kolektivní chování.* [3]

	$n(\text{m}^{-3})$	$T(^{\circ}\text{K})$	$\omega_p(\text{sec}^{-1})$	$\lambda_D(\text{m})$	$\Lambda$
glow discharge	$10^{19}$	$3 \times 10^3$	$2 \times 10^{11}$	$10^{-6}$	$3 \times 10^2$
chromosphere	$10^{18}$	$6 \times 10^3$	$6 \times 10^{10}$	$5 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^3$
interstellar medium	$2 \times 10^4$	$10^4$	$10^4$	50	$4 \times 10^4$
magnetic fusion	$10^{20}$	$10^8$	$6 \times 10^{11}$	$7 \times 10^{-5}$	$5 \times 10^8$

Obrázek 2: Příklady plazmatu [4]

### 5.1.1 Částicová simulace plazmatu

- <http://www.physics.usyd.edu.au/~mmb/plasma/Simulation.pdf>

### 5.1.2 Úkol: vyzkoušejte si program XOOPIIC

Použijte vstupní soubory:

- `dring.inp`
  - svazek elektronů dopadá na překážku z dielektrika
  - není simulací plazmatu
- `beampasmatest.inp`
  - svazek elektronů dopadá na plazma v cylindrické symetrii.
- `two_stream_ee_em.inp`
  - ukázka dvousvazkové nestability
  - dva proti sobě jdoucí svazky elektronů
- `gas.inp`
  - svazek elektronů způsobující ionizaci argonu

## Reference

- [1] Arthur Beiser. *Úvod do moderní fyziky*. Academia, Praha, 1978.
- [2] Arthur Beiser. *Concepts of Modern Physics*. McGraw-Hill, 2003.
- [3] Francis F. Chen. *Úvod do fyziky plazmatu*. Academia, Praha, 1984.
- [4] Richard Fitzpatrick. *Introduction to Plasma Physics: A graduate level course*.
- [5] Douglas C. Giancoli. *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*. Pearson Prentice Hall, 2009.
- [6] E.V. Špolskij. *Atomová fyzika*. Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1957.
- [7] Frank Y. Wang. *Physics with Maple*. Wiley-Vch, 2006.