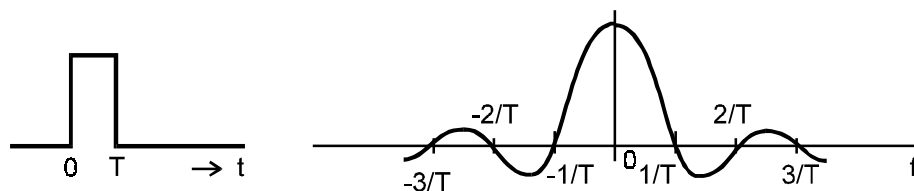


4. Vedení harmonických signálů na vyšších frekvencích a krátkých impulsních signálů

Úvodem si vzpomeňme na problémy, které jsme řešili v kapitole týkající se Fourierových řad a integrálu. Dospěli jsme k názoru, že tzv. ideální obdélníkový impuls můžeme reprezentovat pomocí jeho spektra - Obr. 4-1 ukazuje oboustranné spektrum a T je doba trvání impulsu.



Obr. 4-1

Náš výsledek znamená, že ve spektru jsou obsaženy i velmi vysoké frekvence / např. při $T = 10 \text{ ns}$ je $1/T = 100 \text{ MHz}$, a to je pouze frekvence tzv. prvního nulového kmitočtu.

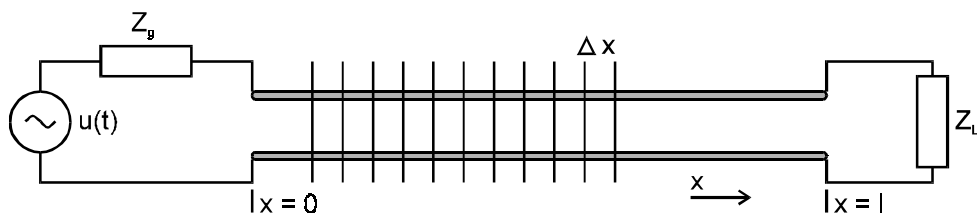
V souvislosti s množstvím předávaných informací za jednotku času je nutné snižovat šíři přenášených impulsů - ale při $T = 1 \text{ ns}$ bude $1/T = 1000 \text{ MHz}$. Ideální obdélníkový impuls není realizovatelný. Znamená to, že v případě reálného / spojitého v čase / impulsu s nějakou náběhovou dobou nebudou výsledky tak drastické, ale stále budeme mít co dělat se spektrem rozprostírajícím se až do oblasti velmi vysokých kmitočtů. Nevyhne se proto úvahám, zda na těchto kmitočtech ještě platí naše předpoklady.

Dosud jsme předpokládali platnost Kirchhoffových zákonů a na nižších frekvencích jsme je považovali za obecně platné. Další náš předpoklad byl, že existuje samo o sobě pole elektrické a pole magnetické. To nám dalo možnost charakterizovat kapacitor a induktor jako prvky elektrických obvodů. Dalším našim předpokladem bylo to, že změna potenciálu nastává okamžitě čili že vlastně rychlost šíření není nijak omezena. Všechny tyto naše předpoklady jsou však pouze aproximacemi reality pro oblast nízkých kmitočtů. Ve skutečnosti existuje pouze pole elektromagnetické a striktně omezená rychlost šíření elektromagnetických vln v daném prostředí.

Uvažujme nejdříve o vlivu rychlostí šíření elektromagnetických vln. Dále již zřejmě nevystačíme s tím, že rychlost šíření nemusíme brát v úvahu. Např. při frekvenci 1 MHz je vlnová délka ve volném prostoru $\lambda = c/f = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} / 1 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} = 300 \text{ m}$. To znamená, že jakýkoliv děj probíhající ve vzdálenosti $l \ll 300 \text{ m}$ budeme moci popsat pomocí našich dřívějších výsledků, protože změna potenciálu je zde na této vzdálenosti prakticky okamžitá. Ale uvažujme dále, v případě ideálních impulsů s délkou $T = 1 \text{ ns}$ je $1/T = 1000 \text{ MHz}$ a tomu odpovídá vlnová délka $\lambda = c/f = 30 \text{ cm}$. Ale s těmito rozměry jsou srovnatelné velikosti elektrických obvodů a pojem soustředěný obvod ztrácí smysl / soustředěný obvod - pole elektrické a magnetické existují samy o sobě a změna potenciálu nastává okamžitě /. Znamená to, že bychom vlastně všechny problémy vysokých kmitočtů v těchto případech a též všechny problémy krátkých impulsů nebo i impulsů s krátkou dobou náběhu měli řešit pomocí zákonitostí elektromagnetického pole a tedy Maxwellových rovnic. Tyto jsou ovšem z hlediska matematického parciální diferenciální rovnice, které je možné analyticky řešit pouze pro jednoduchá geometrická uspořádání / např. v kartézských souřadnicích bychom měli proměnné x, y, z, t čili tři prostorové souřadnice a čas /. Velmi často se však vyskytuje problém přenosu vysokých frekvencí nebo rychlých signálů v „jednom směru od zdroje ke spotřebiči“. To znamená, že pro tyto účely můžeme náš problém zjednodušit na „jednorozměrný“ problém,

kdy rozměry jsou srovnatelné s vlnovou délkou signálů pouze v tomto směru, zatímco ve směrech ostatních tomu tak nebude.

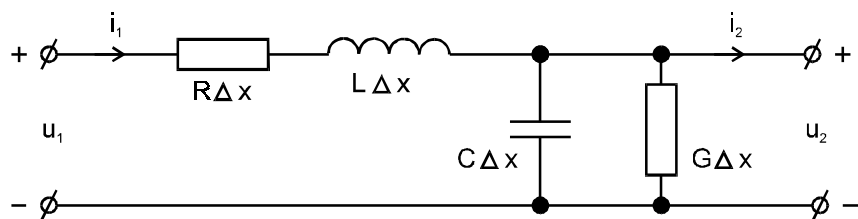
Existují různé přístupy k našemu problému, ale my se budeme snažit využít našich dosavadních znalostí pro řešení. Proto rozdělíme naše vedení / spoj mezi zdrojem a spotřebičem / na řadu částí tak, aby délka jednotlivých částí Δx byla taková, aby platilo $\Delta x \ll \lambda$. Ale v tom případě každý úsek můžeme opět charakterizovat parametry, které známe / R, L, C, G / - jakožto soustředěnými parametry, jak jsme je dosud uvažovali / viz Obr. 4-2 /.



Obr. 4-2

Na obr. máme náš problém nakreslen jako problém dvou vodičů, kterými prochází proud / tam a zpět / - // vícenásobně souvislá oblast s možností šíření vidu TEM // . Je jasné, že náš vodič bude klást průchodu proudu jistý odpor a protože kolem sebe vytváří proměnné magnetické pole, bude se chovat i jako indukčnost. // Je otázkou, zda v důsledku tohoto magnetického pole bude rozložení proudu stejné jako na velice nízkých frekvencích - o tom však později. // Dva vodiče v jisté vzdálenosti od sebe budou mít nějakou kapacitu a pokud prostředí, které je odděluje, nebude vakuum / něco nám je musí držet v jisté vzdálenosti od sebe - PE, PTFE, PVC apod. /, bude existovat malý, ale konečný svodový proud mezi těmito vodiči.

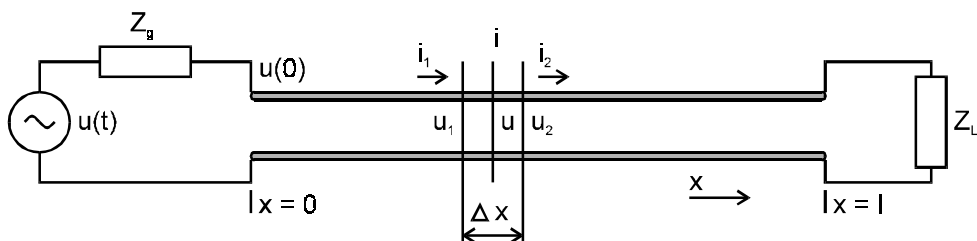
S uvažováním těchto skutečností bude náhradní obvod úseku o délce Δx vypadat podle Obr. 4-3



Obr. 4-3

Parametry R, L, C, G jsou parametry na jednotku délky.

Abychom si uvědomili způsob náhrady, máme naši aproximaci ještě jednou na Obr. 4-4 . V tomto obrázku stejně jako v Obr. 4-2 úsek mezi $x = 0$; $x = l$ tvoří náš problém ; obvod zdroje a zátěže představují nám již známé soustředěné obvody.



Obr. 4-4

Stejně jako v předchozích případech kreslíme dva vodiče v jisté vzdálenosti od sebe, i když skutečné uspořádání může být různé.

Pro náš úsek platí následující rovnice

$$u_1 - u_2 = R \cdot i \cdot \Delta x + L \frac{\partial i}{\partial t} \Delta x \quad i_1 - i_2 = G \cdot u \cdot \Delta x + C \frac{\partial u}{\partial t} \Delta x \quad (4.1)$$

Pro náhradu prvním členem rozvoje dostaneme

$$u_1 - u_2 = -\frac{\partial u}{\partial x} \Delta x \quad i_1 - i_2 = -\frac{\partial i}{\partial x} \Delta x \quad (4.2)$$

Dáme-li tyto rovnice dohromady, dostaneme

$$\frac{\partial u}{\partial x} + L \frac{\partial i}{\partial t} + Ri = 0 \quad \frac{\partial i}{\partial x} + C \frac{\partial u}{\partial t} + Gu = 0$$

Abychom získali jednu rovnici pro proud a druhou pro napětí, derivujme nejdříve podle souřadnice x a potom podle času a protože nejsou na sobě závislé, platí

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= RGu + (RC + LG) \frac{\partial u}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} &= RGi + (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Rovnice (4.3) jsou obecné rovnice pro napětí a proud na vedení. V obecném případě může však být

$$L = L(x, i, t) \quad R = R(x, i, t) \quad C = C(x, u, t) \quad G = G(x, u, t) \quad (4.4)$$

čili parametry mohou záviset na souřadnici, ale též i na proměnných u a i a na čase t . Pokud parametry jsou závislé na souřadnici, budeme hovořit o vedení nehomogenním, budou-li však parametry nezávislé na souřadnici, půjde o vedení homogenní. Pokud však nebudou závislé na proměnných, budou to i nadále rovnice lineární.

Jiná situace nastane, budou-li parametry nebo alespoň některý z nich závislý na proměnných u a i . To může nastat v případě, že vodič byl obklopen nějakou ferromagnetickou látkou / viz hysterezní křivka takového materiálu / nebo prostředí mezi vodiči by bylo tvořeno p - n přechodem nebo nějakou soustavou p - n přechodů / tak tomu může být v integrovaných obvodech, ale i ve speciálních případech obvodů pro tvarování impulsů /. Pak ovšem naše parciální rovnice budou navíc nelineární. Pokud bude prostředí obklopující vodiče běžné dielektrikum / PE, PTFE, PVC, apod. /, budou rovnice lineární.

Případná závislost na čase se nejspíše bude projevovat dlouhodobou časovou závislostí parametrů v důsledku stárnutí a budeme ji moci většinou zanedbat. Nejčastějším a nejjednodušším případem bude zřejmě případ homogenního lineárního vedení, a tedy i případ parciálních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty. Protože jsou tyto rovnice lineární, můžeme tvrdit, že odezva na harmonický signál bude rovněž harmonický signál / viz naše dřívější úvahy o vlivu lineárního obvodu na spektrum /.

Předpokládejme tedy, že

$$u(x, t) = u(x) \cdot \cos \omega t = \operatorname{Re} \left[u(x) e^{j\omega t} \right] \quad i(x, t) = i(x) \cdot \cos \omega t = \operatorname{Re} \left[i(x) e^{j\omega t} \right] \quad (4.5)$$

a můžeme vypočítat časové derivace a dosadit do rovnic (4.3). Výsledkem bude obyčejná diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty.

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} - \gamma^2 \cdot u(x) = 0 \quad \frac{d^2 i(x)}{dx^2} - \gamma^2 \cdot i(x) = 0 \quad (4.6)$$

kde $\gamma = (R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)$ (4.7)

Výraz pro γ v rovnici (4.7) mohu psát - protože je to komplexní číslo - takto : $\gamma = \beta + j\alpha$

/ Někdy v literatuře je to obráceně : $\gamma = \alpha + j\beta$ / Řešením rovnic (4.5) je samozřejmě

$$u(x) = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \quad i(x) = B_1 e^{-\gamma x} + B_2 e^{\gamma x} \quad (4.8)$$

Rovnice znamenají šíření dvou vln - přímé a zpětné vlny. Provedeme-li příslušné derivace a dosadíme-li zpátky do rovnic, dostaneme vztah mezi koeficienty A a B .

$$B_1 = \frac{A_1}{Z_0} \quad B_2 = -\frac{A_2}{Z_0} \quad (4.9)$$

kde $Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + G}}$ (4.10)

a zbývají nás pouze dvě neznámé a sice A_1 a A_2 , které určíme z okrajových podmínek pro počátek a konec vedení. Symbolicky můžeme rovnice (4.8) napsat i takto

$$u(x) = \vec{u}(x) + \bar{u}(x) \quad i(x) = \vec{i}(x) + \bar{i}(x) \quad (4.11)$$

Porovnáním s (4.8) dostaneme

$$\vec{i}(x) = \frac{\vec{u}(x)}{Z_0} \quad \bar{i}(x) = -\frac{\bar{u}(x)}{Z_0} \quad (4.12)$$

Hodnota Z_0 se nám zde v řešeních stále vyskytuje a je to tedy jakási charakterizující veličina, a nazveme ji proto charakteristickou impedancí. Je vidět, že obecně je to veličina komplexního charakteru, čili obecná impedance. Vraťme se však znovu k rovnicím (4.8) a uvažujme, že γ je komplexní výraz podle (4.7) . Potom tedy můžeme napsat (4.8) též takto

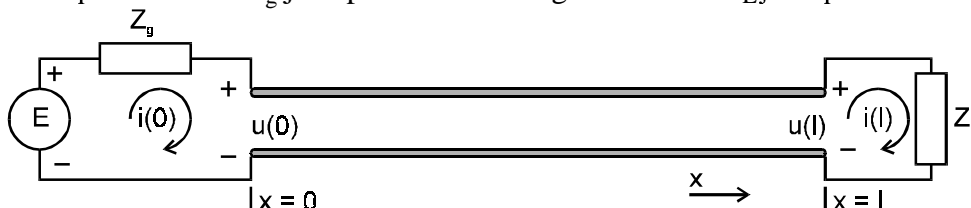
$$u(x) = A_1 e^{-\beta x} e^{-j\alpha x} + A_2 e^{\beta x} e^{j\alpha x}$$

$$i(x) = \frac{A_1}{Z_0} e^{-\beta x} e^{-j\alpha x} - \frac{A_2}{Z_0} e^{\beta x} e^{j\alpha x} \quad (4.13)$$

Z výrazu (4.13) je patrné, že β má vliv na amplitudu a charakterizuje nám jak se průběh napětí a proudu utlumuje se souřadnicí x , a proto ji nazveme konstantou útlumu. Dále z rovnic (4.13) je vidět, že α rozhoduje o fázi v místě x / viz úvahy o fázorech / a nazýváme ji proto fázovou konstantou. Hodnotu γ nazýváme konstantou šíření a tato funkce v sobě skrývá informaci, jak je průběh utlumován a jakou má fázi. Pokud bychom uvažovali tzv. vedení beze ztrát, to znamená idealizaci pro $R \rightarrow 0$; $G \rightarrow 0$ dostaneme pro Z_0

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.14)$$

a toto bude zřejmě hodnota reálná. Znamená to, že charakteristická impedace bezztrátového vedení / nebo s velice malými ztrátami / má charakter reálného rezistoru. Z rovnic (4.13) vidíme, že k úplnému určení obou vln - přímé a zpětné, nám zbývá určit dvě konstanty A_1 a A_2 . Na Obr. 4-5 máme naznačen znovu náš problém. Na rozdíl od Obr. 4-4 máme zde zdroj harmonického průběhu E a Z_g je impedance tohoto generátoru a Z_L je impedance zátěže



Obr. 4-5

Podle předpokladu generátor a zátěž jsou soustředěné obvody, a proto

$$E = Z_g \cdot i(0) + u(0) \quad 0 = Z_L \cdot i(l) - u(l) \quad (4.15)$$

a dosadíme-li do (4.12) $x = 0$, dostaneme

$$u(0) = A_1 + A_2 \quad i(0) = \frac{A_1}{Z_0} - \frac{A_2}{Z_0} \quad (4.16)$$

$$u(l) = A_1 \exp(-\gamma l) + A_2 \exp(\gamma l) \quad i(l) = \frac{1}{Z_0} [A_1 \exp(-\gamma l) - A_2 \exp(\gamma l)] \quad (4.17)$$

Z těchto rovnic po výpočtu a úpravách dostaneme jako výsledek :

$$u(x) = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0} \cdot \frac{e^{\gamma(l-x)} + \Gamma_2 e^{-\gamma(l-x)}}{e^{\gamma l} - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-\gamma l}} \cdot E$$

$$i(x) = \frac{1}{Z_g + Z_0} \cdot \frac{e^{\gamma(l-x)} - \Gamma_2 e^{-\gamma(l-x)}}{e^{\gamma l} - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-\gamma l}} \cdot E \quad (4.18)$$

kde

$$\Gamma_1 = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} \quad \Gamma_2 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (4.19)$$

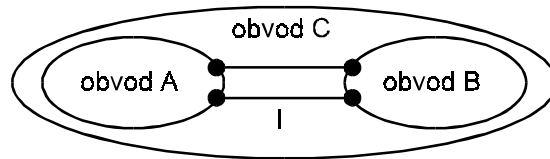
Porovnáme-li (4.18) s (4.12), vidíme, že platí $u(l) = \bar{u}(l) + \tilde{u}(l)$, a proto $\tilde{u}(l) = \Gamma_2 \bar{u}(l)$ čili Γ_2 rozhoduje o poměru odražené a přímé vlny na konci vedení, a proto nazveme hodnotu Γ_2 koeficientem odrazu na konci vedení. Podobně Γ_1 nazveme koeficientem odrazu na začátku vedení.

Uvažujme zvláštní případ : Bude-li $Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma_2 = 0$, pak zřejmě nebude existovat odražená vlna, a tedy bude platit

$$u(x) = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0} \frac{e^{\gamma(l-x)} E}{e^{\gamma l}} = \frac{Z_0}{Z_0 + Z_g} e^{-\gamma x} E \quad i(x) = \frac{1}{Z_0 + Z_g} e^{-\gamma x} E \quad (4.20)$$

Toto zřejmě bychom mohli považovat za ideální případ přenosu signálu po vedení / v případech kdy Z_L je různé od Z_0 zřejmě existuje zpětná vlna, která nás vlastně „okrádá“ o část energie /. Pokud tedy nám půjde o maximální přenos energie naším vedením, musíme se snažit, aby $Z_L = Z_0$. Dalším markantním případem bude případ, kdy $Z_L = 0$ nebo $Z_L \rightarrow \infty$, ale toto si ponechejme na další úvahy.

Uvažujme nyní následující problém. Mějme dva obvody, které můžeme považovat za soustředěné obvody podle Obr. 4-6 .



Obr. 4-6

Oba obvody jsme propojili dvou vodičovým spojem / třeba homogenním /. Pokud bude $l \ll \lambda$, půjde zřejmě o jednoduchý případ a celou soustavu můžeme považovat za jediný soustředěný obvod C a napsat rovnice pro obvod A i obvod B, společně je řešit a tím vyřešit obvod C. Jiná situace nastane, bude-li l srovnatelné s λ . Můžeme napsat rovnice pro obvod A a rovnice pro obvod B, ale tyto rovnice vzhledem ke konečné rychlosti šíření nebudou simultánní tj. nebudou platit ve stejném čase. Není tedy zde žádný soustředěný obvod C.

Možným způsobem řešení tohoto případu bude zřejmě to, že na základě rovnic vyřešíme vstupní impedanci obvodu B, což bude zatěžovací impedance našeho vedení / $Z_{vst,B} = Z_L$ /, a pokud bychom mohli určit, jak je tato impedance transformována - to jest jak se jeví - na výstupu obvodu A, mohli bychom vyřešit i obvod A. Je tedy naším úkolem stanovit vstupní impedanci vedení zatíženého nějakou obecnou impedancí Z_L čili jak se jeví toto vedení na svém počátku. Vypočteme-li poměr $u(x)/u(l)$, dostaneme

$$\frac{u(x)}{u(l)} = \frac{\exp[\gamma(l-x)] + \Gamma_2 \exp[-\gamma(l-x)]}{1 + \Gamma_2}$$

a podobně

$$\frac{i(x)}{i(l)} = \frac{\exp[\gamma(l-x)] - \Gamma_2 \exp[-\gamma(l-x)]}{1 - \Gamma_2}$$

a dosadíme-li za $\Gamma_2 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$ dostaneme $u(x) = u(l) \cdot F(x)$ a podobně

$i(x) = i(l) \cdot H(x)$. Potom pro vstupní impedanci čili pro $x = 0$ dostaneme

$$Z_{vst} = \frac{u(0)}{i(0)} = \frac{u(l)}{i(l)} \cdot \frac{F(0)}{H(0)} = Z_0 \cdot \frac{Z_L + Z_0 \cdot \operatorname{tgh}(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \cdot \operatorname{tgh}(\gamma l)} \quad (4.21)$$

Tento vztah je možné upravit ještě pomocí výrazu pro hyperbolický tangens na tvar

$$Z_{vst} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_2 e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_2 e^{-2\gamma l}} \quad (4.22)$$

Tím jsme tedy vlastně vyřešili problémy obecného homogenního lineárního vedení. Samozřejmým snažením bude omezovat ztráty na vedení, a proto můžeme uvažovat ideální případ tzv. bezztrátového vedení, kdy $R \rightarrow 0$, $G \rightarrow 0$ a potom ovšem $\gamma = j\alpha = j\omega\sqrt{LC} = j\omega T$, kde T je zpoždění na jednotku délky. Skutečné zpoždění $\tau_d = T \cdot C$. Pro nás jsou nejdůležitějšími vztahy rovnice (4.18) a (4.22). Všechny tyto rovnice mají však charakter přenosových případně impedančních vztahů, a proto jejich převod do Laplaceovy transformace je zcela jednoduchý - stačí položit $j\omega = p$. Potom se vztah (4.22) změní takto

$$Z_{vst} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_2 e^{-2p\tau_d}}{1 - \Gamma_2 e^{-2p\tau_d}} \quad (4.23)$$

Nejčastěji nás budou zajímat poměry na začátku a na konci vedení. Proto dosadíme do (4.18) postupně $x = 0$ a $x = l$ a dostaneme

$$u(0) = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0} \cdot \frac{1 + \Gamma_2 e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-2\gamma l}} \cdot E$$

a pro bezztrátové vedení bude $2\gamma l = 2j\omega Tl = 2j\omega\tau_d$ čili v Laplaceově transformaci $2p\tau_d$. Potom

$$u(0) = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0} \cdot \frac{1 + \Gamma_2 e^{-2p\tau_d}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-2p\tau_d}} \cdot E(p) \quad (4.24)$$

Podobně pro proud na začátku vedení bychom dostali

$$i(0) = \frac{1}{Z_g + Z_0} \cdot \frac{1 - \Gamma_2 e^{-2p\tau_d}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-2p\tau_d}} \cdot E(p) \quad (4.25)$$

Abychom vypočetli poměry na konci vedení, dosadíme $x = l$ a dostaneme

$$u(l) = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0} \cdot \frac{(1 + \Gamma_2) \cdot e^{-2p\tau_d}}{1 - \Gamma_1\Gamma_2 e^{-2p\tau_d}} \cdot E(p) \quad (4.26)$$

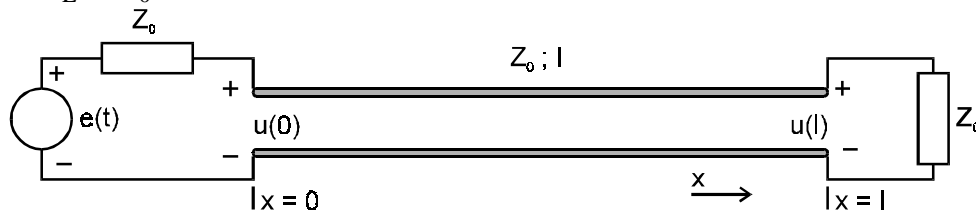
$$i(l) = \frac{1}{Z_g + Z_0} \cdot \frac{(1 - \Gamma_2) \cdot e^{-2p\tau_d}}{1 - \Gamma_1\Gamma_2 e^{-2p\tau_d}} \cdot E(p) \quad (4.27)$$

Pro koeficienty odrazu $\Gamma_1 ; \Gamma_2$ platí $|\Gamma| \leq 1$, a proto můžeme vztahy (4.24) až (4.27) rozvést do řady a dostaneme vztahy (4.28):

$$u(0) = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0} E(p) \cdot \left(1 + \Gamma_2 e^{-2p\tau_d}\right) \cdot \left[1 + \Gamma_1\Gamma_2 e^{-2p\tau_d} + (\Gamma_1\Gamma_2)^2 e^{-4p\tau_d} + \dots\right]$$

$$u(l) = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0} E(p) \cdot (1 + \Gamma_2) e^{-p\tau_d} \left[1 + \Gamma_1\Gamma_2 e^{-2p\tau_d} + (\Gamma_1\Gamma_2)^2 e^{-4p\tau_d} + \dots\right]$$

Z rovnic jasně vyplývá, že pokud $\Gamma_1 \neq 0$ a $\Gamma_2 \neq 0$, bude docházet k odrazům od obou konců vedení. Ideální případ pro přenos signálů bude ten, kdy $\Gamma_1 = 0 \Rightarrow Z_g = Z_0$ a současně $\Gamma_2 = 0 \Rightarrow Z_L = Z_0$ - viz Obr. 4-7.



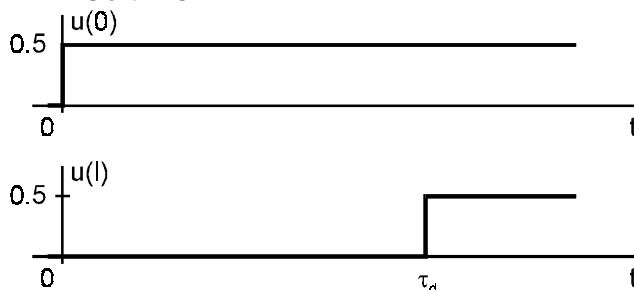
Obr. 4-7

V tomto případě například dává-li zdroj jednotkový skok čili $e(t) = \delta_1(t) \Rightarrow E(p) = 1/p$, bude po dosazení do (4.24) až (4.27)

$$u(0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{p} = \frac{1}{2p} \quad i(0) = \frac{1}{2Z_0} \cdot \frac{1}{p}$$

$$u(l) = \frac{1}{2} e^{-p\tau_d} \cdot \frac{1}{p} \quad i(l) = \frac{1}{2Z_0} e^{-p\tau_d} \cdot \frac{1}{p}$$

Graficky znázorněno jest na Obr. 4-8

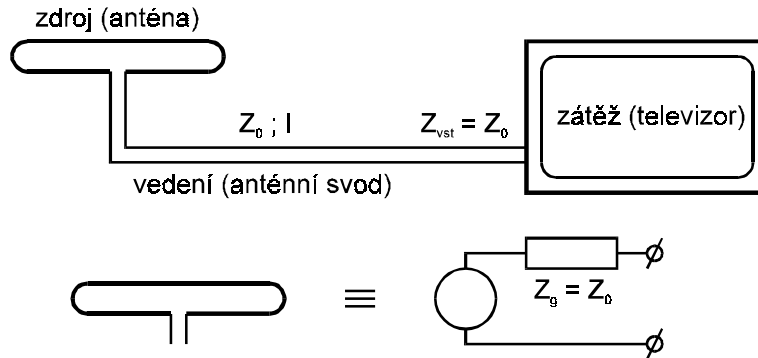


Obr. 4-8

Z Obr. 4-8 tedy plyne, že v případě ideálního bezztrátového vedení, kdy impedance zdroje a zátěže se rovnají charakteristické impedanci / reálné / tohoto vedení, nedochází k odrazům, ale pouze ke zpoždění o dobu τ_d , což je doba průchodu elektromagnetické vlny vedením v důsledku konečné rychlosti jejího šíření.

Charakteristické impedance vedení jsou hodnoty poměrně nízké. Nejběžnější a nejčastější užívaná impedance vedení pro přístrojovou techniku je 50Ω , zatímco pro komunikační záležitosti je nejvíce používanou hodnotou 75Ω .

Potom tedy klasickým případem / z domácnosti / bude připojení např. televizoru - viz Obr. 4-9.



Obr. 4-9

V ideálním případě anténa / zdroj signálu / , vedení délky l a televizor / zátěž / musí mít stejnou impedanci tj. 75Ω . Nebude-li tento požadavek splněn, projeví se to zhoršením kvality obrazu a v důsledku vícenásobných odrazů bude mít obraz vícenásobné kontury / tzv. duchy /.

Na druhé straně vedení můžeme využít pro tvarování krátkých impulsů. Napišme si ještě jednu rovnici (4.28) :

$$u(0) = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0} E(p) \cdot \left(1 + \Gamma_2 e^{-2p\tau_d} \right) \cdot \left[1 + \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-2p\tau_d} + (\Gamma_1 \Gamma_2)^2 e^{-4p\tau_d} + \dots \right]$$

Předpokládejme, že máme signál ve tvaru skoku, tj. $e(t) = A\delta_1(t) \Rightarrow E(p) = A/p$ / tj. vlastně dlouhý impuls / a chceme z tohoto signálu vytvořit obdélníkový impuls s dobou trvání T_1 , pro který v Laplaceově transformaci můžeme psát

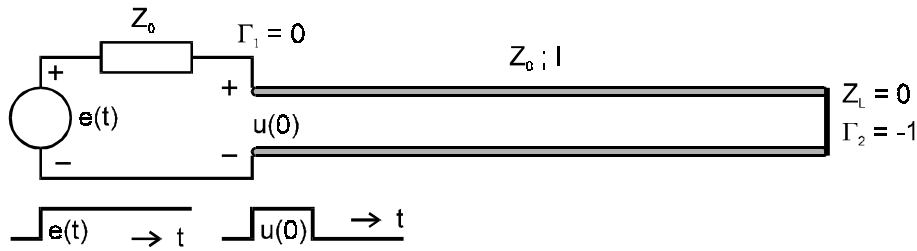
$$u(p) = \frac{B}{p} \cdot \left(1 - e^{-pT_1} \right)$$

Porovnáme-li tento výraz se vstupním napětím $u(0)$, vidíme, že druhý mohu dostat z prvního pro případ že $\Gamma_2 = -1$ a $\Gamma_1 = 0$. Potom bude

$$\Gamma_1 = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} = 0 \Rightarrow Z_g = Z_0 \quad \Gamma_2 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -1 \Rightarrow Z_L = 0$$

$$u(0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{p} \left(1 - e^{-2p\tau_d} \right)$$

z čehož plyne, že $B = 1/2$ a $T_1 = 2\tau_d$ a zapojení bude podle Obr. 4-10.



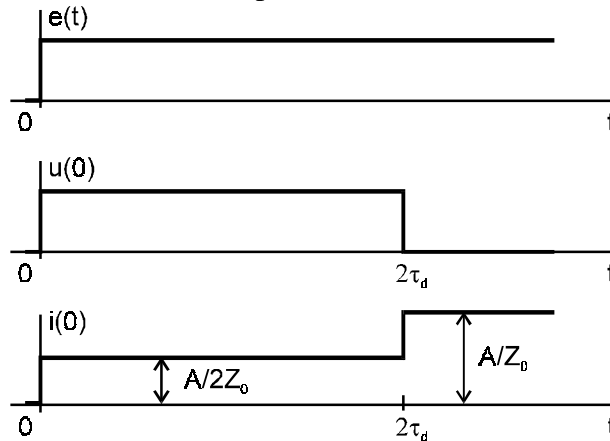
Obr. 4-10

Z podmínky $T_1 = 2\tau_d = 2T \cdot l$ plyne, že délka vedení $l = T_1/2T$, kde T je zpoždění na jednotku délky / kdybychom chtěli $T_1 = 10 \text{ ns}$ a měli vedení pro $T = 2 \text{ ns}$, dostaneme $l = 1 \text{ m}$.

Probíhající děje si můžeme představit asi takto / Obr. 4-11 / : V okamžiku $t = 0$ vzniká elektromagnetická vlna o amplitudě $A/2$, která se šíří od počátku ke konci vedení rychlostí

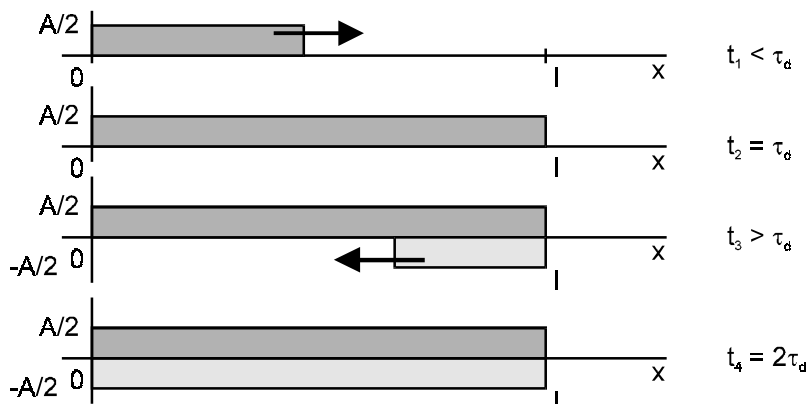
$$v = \frac{1}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \Big|_{TEM} \quad (4.29)$$

V okamžiku $\tau_d = T \cdot l$ tato vlna dochází na konec vedení a odráží se s koeficientem odrazu $\Gamma_2 = -1$ čili odražená vlna má amplitudu $-A/2$. Odražená a přímá vlna se superponují a po době $\tau_d = T \cdot l$ odražená vlna přichází na začátek vedení, to znamená, že pro časy větší než $2\tau_d$ v důsledku superpozice přímé a odražené vlny je na vedení nulové napětí. Výsledkem je tedy obdélníkový impuls na začátku vedení s amplitudou $A/2$ a dobou trvání $T_1 = 2\tau_d$.



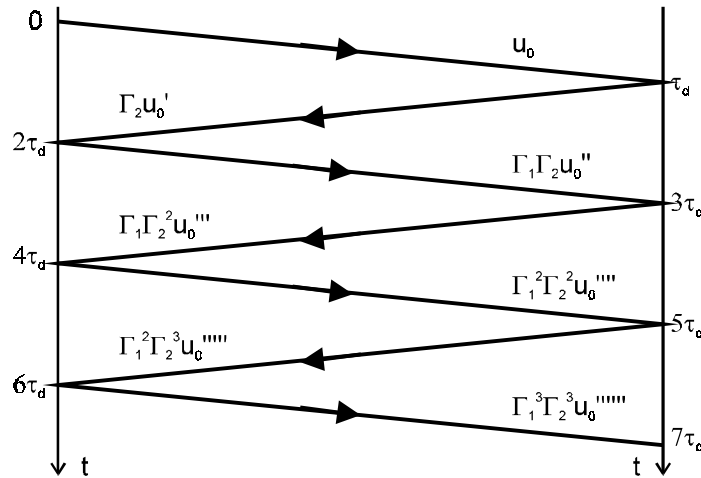
Obr. 4-11

Pro několik okamžiků máme situaci na Obr. 4-12



Obr. 4-12

Podobných případů s různými konfiguracemi obvodů a vedení bychom mohli řešit celou řadu. Pokud bychom měli případ, kdy $\Gamma_1 \neq 0$ a $\Gamma_2 \neq 0$, mohli bychom v souladu s rovnicemi (4.28) sledovat poměry na grafu v Obr. 4-13.



Obr. 4-13

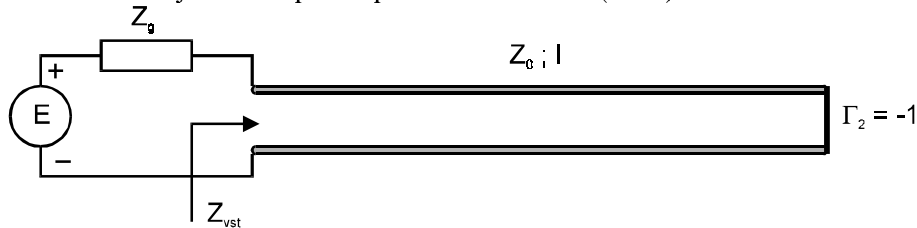
Na Obr. 4-13 značí u_0 ; u_0' ; u_0'' atd. příslušné vlny včetně jejich zpoždění. Vraťme se ještě na chvíli k případu, kdy vedení je buzeno harmonickým průběhem - tj. vezměme rovnice (4.13). O fázi harmonického signálu rozhoduje fázová konstanta α . Šíří-li se harmonická vlna po vedení délky l , posune se fáze o úhel $\varphi = \alpha \cdot l$. Tento fázový posuv můžeme též napsat $\varphi = \omega t_1$, kde t_1 je čas, který vlna potřebovala k průchodu vedením délky l . Proto

$$\alpha \cdot l = \omega t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\alpha}{\omega} l = \frac{l}{v_f} \quad (4.30)$$

kde v_f je rychlost, s jakou se mění fáze na vedení a říkáme ji proto fázová rychlost. Délka vlny na vedení je zřejmě $\lambda = v_f \cdot T_0$, kde T_0 je perioda kmitů. Pak platí

$$\lambda = v_f \cdot T_0 = \frac{\omega}{\alpha} T_0 = \frac{2\pi f}{\alpha} \cdot \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\alpha} \quad (4.31)$$

Uvažujme nyní, že máme zkratované vedení a budíme je harmonickým signálem s frekvencí f - viz Obr. 4-14 - a určíme jeho vstupní impedanci / rovnice (4.22) /.



Obr. 4-14

$$Z_{vst} = Z_0 \frac{1 - e^{-2\gamma l}}{1 + e^{-2\gamma l}} = Z_0 \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}} = Z_0 \cdot \operatorname{tgh}(\gamma l) \quad (4.32)$$

Bude-li vedení bezeztrátové, bude $\gamma = j\alpha$ a potom

$$Z_{vst} = Z_0 \cdot \operatorname{tgh}(j\alpha l) = jZ_0 \cdot \tan(\alpha l) \quad (4.33)$$

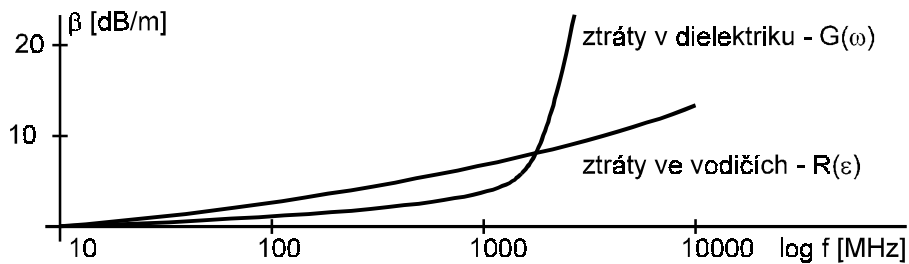
Vedení se tedy bude chovat jako induktivní nebo kapacitní impedance. Zajímavý je případ kdy

$$\alpha l = \frac{\pi}{2}, \text{ což nastává pro } l = \frac{\pi}{2\alpha} = \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{4} \quad (4.34)$$

Vedení / bezeztrátové / se chová jako nekonečná impedance / a pro $l = \pi$ se chová jako impedance nulová /. Je vidět, že vedení $\lambda/4$ se svými vlastnostmi podobá vlastnostem soustředěného paralelního rezonančního obvodu. Můžeme je proto i takovým způsobem použít právě na vysokých frekvencích, kde soustředěný obvod s prvky **L** a **C** již nemůžeme realizovat - příliš malé induktory a kapacitory s vysokými ztrátami. Jeden rozdíl zde však je - soustředěný obvod vykazoval pouze jediný rezonanční kmitočet, zatímco naše vedení jich má vlastně nekonečné množství / periodická funkce $\operatorname{tg} \alpha l$ / , což však ve většině případů nemusí být na závadu.

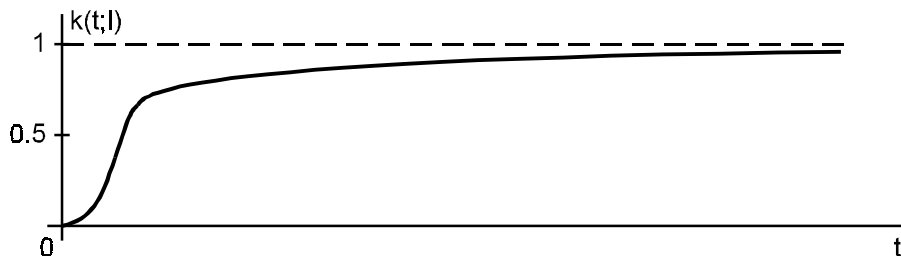
Nakonec nám zbývají už jenom dvě věci - uvážit, jak se projeví ztráty, které jsme pro jednoduchost řešení zanedbali a jaké typy vedení / fyzicky a geometricky / máme uvažovat. První i druhá otázka je poněkud složitější - vyžadují znalosti z teorie elektromagnetického pole - proto si uvedeme pouze závěry / pro detailní výpočty odkazujeme na literaturu, uvedenou na konci skripta /.

Ztráty ve vedeních máme v důsledku hodnot **R** a **G** - protože však tyto ztráty závisí na frekvenci, je vhodné je nakreslit na Obr. 4-15 .



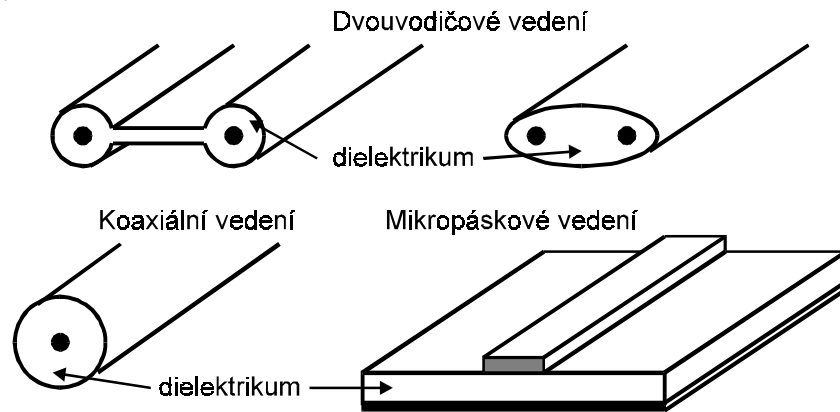
Obr. 4-15

Po poměrně komplikovaném výpočtu, kdy uvažujeme vliv elektromagnetického pole na rozložení proudu ve vodičích a frekvenční závislost vodivosti dielektrika, dostaneme jako výsledek jak se bude vedení se ztrátami chovat na vstupní signál - jednotkový skok. Tuto přechodovou charakteristiku máme uvedenou na Obr. 4-16 .



Obr. 4-16

Poslední otázkou je zmínka o příčné konfiguraci vedení. Uvedme si některé na následujících vyobrazeních :



Více o dalších vlastnostech a možnostech použití vedení můžeme nalézt v uvedené literatuře.