

Základy fyziky plazmatu - Úvod

Předmět "Základy fyziky plazmatu" je věnován aplikaci fyzikálních zákonů, které jste se učili v předchozích semestrech, na konkrétní fyzikální systémy. Budeme potřebovat znalosti z mechaniky, elektrodynamiky, statistické fyziky a někde i z kvantové mechaniky. Nebudeme tedy odvozovat žádné nové fyzikální zákony, ale budeme s pomocí známých fyzikálních zákonů popisovat konkrétní typ fyzikálních systémů. Budeme se seznamovat s různými metodami popisu plazmatu a budeme je aplikovat na popis konkrétních jevů, které v plazmatu probíhají. Některé z metod, které se naučíte, jsou ale obecnější a lze je aplikovat i na jiné fyzikální systémy.

Většinou se nebudeme snažit o co nejobecnější popis plazmatu, jak to často dobře dělá pan profesor Kulhánek v předmětu Teorie plazmatu [1]. Budeme se naopak snažit využít co možná nejjednodušší metody a využít různé fyzikální předpoklady, které nám umožní jednodušeji pochopit fyzikální podstatu jednotlivých jevů a procesů.

V tomto předmětu se budeme věnovat hlavně vysokoteplotnímu plazmatu. Budeme předpokládat, že všechny molekuly jsou disociované a proto nebudeme uvažovat ani molekulární ionty. Fyziku nízkoteplotního plazmatu a výbojů učí prof. Král v předmětu 12NIPL. Plazmochemií se zabývají například na katedře fyziky povrchů a plazmatu MFF UK v Tróji.

V přednášce budeme používat jednotky SI, hodnotu teploty budeme ale často udávat v energetických jednotkách eV nebo keV. Zvláště v časopisecké literatuře se ale častěji setkáte s Gaussovou cgs soustavou. Mnohde je však zvyk používat jednotky, které nepatří do žádné soustavy, například intenzita laserového záření se obvykle udává ve W/cm^2 .

1 Definice plazmatu

Různí autoři používají různé definice plazmatu podle toho, jak velkou množinu systémů chtějí považovat za plazma. Nejobecnější definicí je asi ta z knihy [2].

Definice: Plazma je jakýkoliv *statistický systém*, který obsahuje *pohyblivé nabitě částice*.

Pod pojmem statistický systém je myšlen systém makroskopický a tedy pro jeho charakteristický rozměr L a hustotu nabitých částic n musí platit $nL^3 \gg 1$. I když téměř každý makroskopický systém obsahuje nějaké množství pohyblivých nabitých částic, o plazmatu má smysl mluvit, jen když vliv pohyblivých nabitých částic na chování systému není zanedbatelný.

Častěji bývá definice plazmatu založena na jeho specifických vlastnostech. Například v knize [3] je následující definice.

Definice: Plazma je *kvazineutrální* systém pohyblivých nabitých (a případně i neutrálních) částic, který vykazuje *kolektivní* chování.

Tato definice je proti první zúžená, protože nezahrnuje systémy, které nejsou makroskopicky neutrální, jako jsou například silnoproudé svazky nabitých částic, a které přitom vykazují kolektivní chování. Obecně se o takových systémech často mluví jako o "ne-neutrálním plazmatu" [4]. Kvazineutralita totiž znamená, že v objemech V srovnatelných s objemem celého systému je absolutní hodnota celkového náboje mnohem menší než je sumární náboj kladně nabitých částic. Absolutní hodnota sumárního náboje všech záporně nabitých částic je tedy přibližně rovna sumárnímu náboji všech kladně nabitých částic.

Kolektivním chováním rozumíme procesy v plazmatu, které jsou dány interakcí plazmatu s makroskopickými elektromagnetickými poli, které si plazma samo vytváří v důsledku v něm přítomných nenulových hustot náboje a proudu. Kolektivní chování je opakem k binárnímu

vzájemnému působení jednotlivých nabitých částic. Podle uvedené definice musí být v plazmatu kolektivní působení podstatné, ale nemusí dominovat. Kolektivní chování dominuje v *ideálním plazmatu*. Podmínky kvazineutrality a převahy kolektivního chování si brzy odvodíme. Přednáška bude věnována převážně ideálnímu plazmatu. Metody popisu neideálního plazmatu jsou složitější a v současné době jsou ve fázi vývoje.

2 Vznik plazmatu - ionizační procesy

Stručně se seznámíme s procesy které vedou ke vzniku pohyblivých (volných) nábojů ve fyzikálních systémech.

2.1 Ionizace kosmickým zářením

Všude kolem nás je ionizující záření, a to jak fotony, tak i energetické částice s nenulovou klidovou hmotností. Pokud je energie částice větší než je ionizační potenciál daného atomu (molekuly), pak může docházet k ionizaci. U ionizace fotony mluvíme o fotoionizaci, u energetických částic s nenulovou hmotností mluvíme o srážkové ionizaci. Ze stabilních prvků má nejnižší ionizační potenciál 3.9 eV cesium, typické ionizační potenciály jsou ale několikrát vyšší, například atom dusíku 14.5 eV, molekula N_2 15.58 eV, atom argonu 15.76 eV. Fotoionizace atomu argonu je tedy možná pouze vakuovým ultrafialovým zářením o vlnové délce menší než 78.7 nm.¹

V důsledku působení ionizujícího záření je ve všech látkách kolem nás určité množství pohyblivých volných nábojů. I v malé nadmořské výšce ve vzduchu v přírodě vzniká v 1 cm^3 cca 10 volných elektronů a kladných iontů za 1 s. Část elektronů se přilepí na molekuly a vznikají záporné ionty. Typicky je ve venkovním prostoru v malé nadmořské výšce asi 10^3 kladných iontů v cm^3 a poměr počtu kladných k počtu záporných iontů je cca 1.15. Volných elektronů je tedy v cm^3 cca 150. Výše uvedené množství volných nábojů je ale příliš malé na to, aby znatelně ovlivnilo dynamiku vzduchu, a proto o vzduchu mluvíme jako o plynu, a ne jako o plazmatu.

Jiná situace je ale ve vysokých vrstvách atmosféry. Kolem Země se od výšky cca 60 km do výšky cca 500 km rozprostírá *ionosféra*, což je vrstva plazmatu, která vzniká v důsledku ionizace kosmickým zářením (jak elektromagnetickým, tak i korpuskulárním), jehož hlavním zdrojem je slunce. Elektronová hustota je nejvyšší (cca 10^{12} m^{-3}) v horní F-vrstvě (nad 200 km), kde je elektronová teplota $T_e \simeq 2000\text{ K}$. Teplota iontů T_i je zde typicky $2\times$ nižší.²

2.2 Ionizace elektrickým polem (lavinová srážková)

Pokud k plynu přiložíme silné elektrické pole, přítomné volné elektrony jsou urychleny a když získají dostatečnou energii, může při srážce dojít k ionizaci odtržením orbitálních elektronů neutrálních částic. Elektrony uvolněné *srážkovou ionizací* (ionizací nárazem) jsou opět urychleny elektrickým polem a vytvářejí *ionizační lavinu*. Tak vzniká *elektrický výboj* a prostředí pak nazýváme výbojovým plazmatem.

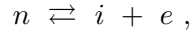
Například v doutnavém výboji při tlaku 1 Torr je elektronová hustota $n_e = 10^{15} - 10^{17}\text{ m}^{-3}$ a elektronová teplota $T_e \simeq 10^4\text{ K}$.

¹Neuvažujeme zde mnohafotonovou ionizaci silným optickým polem, která může probíhat jen v elektromagnetickém poli o vysoké intenzitě.

²Vzhledem k velkému poměru hmotností iontu a elektronu je přenos energie mezi elektrony a ionty pomalý a jejich teploty se proto mohou významně lišit.

2.3 Ionizace v důsledku vysoké teploty

Vazebná energie vnějších elektronů v atomu/molekule je několik eV a při teplotě $10^4 - 10^5$ K je tepelná energie hmotných částic i vyzařovaných fotonů dostatečná pro ionizaci. Proces ionizace neutrálního atomu n je z hlediska statistické fyziky vlastně chemickou reakcí



kde i značí iont a e elektron. Koncentrace jednotlivých typů částic je v termodynamické rovnováze vypočtena z chemické rovnováhy a je dána Sahovou rovnicí

$$\frac{n_e n_i}{n_n} = 2.4 \times 10^{21} T^{3/2} \exp\left(-\frac{U_i}{k_B T}\right) , \quad (1)$$

kde n_e , n_i a n_n jsou hustoty elektronů, iontů a neutrálních atomů v m^{-3} , T je teplota³ v K, U_i je ionizační potenciál a Boltzmannova konstanta $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$. Při teplotě $T = 11600 \text{ K}$ je $k_B T = 1 \text{ eV}$, a proto v energetických jednotkách udáváme teplotu $T = 1 \text{ eV}$. Teplota plazmatu je obvykle vysoká, proto je užívání energetických jednotek eV a keV praktické. Výhodou je i snadné srovnání teploty s ionizačními potenciály, které jsou obvykle udávány v eV. Při vyšších teplotách je pak plazma (s výjimkou vodíkového) ionizováno vícenásobně. Podrobněji se budeme procesy ionizace a rekombinace i termodynamickou rovnováhou zabývat v kapitole "Atomová fyzika plazmatu".

Za atmosférického tlaku je při teplotě 0°C v čistém argonu⁴ hustota atomů (Loschmidtovo číslo) $n_0 = 2.6868 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} = n_i + n_n \simeq n_n$ a dle (1) je rovnovážná ionizace je $n_i/n_n = 2.9 \times 10^{-146}$. I pro teplotu 1 eV je pro argon $n_i/n_n = 0.004$.

2.4 Tlaková ionizace

Při vyšších hustotách může být poloměr orbitů valenčních elektronů \gtrsim vzdálenosti atomů a pak může dojít ionizaci i za pokojové teploty.

U kovů při pokojové teplotě je hustota volných elektronů řádově 10^{29} m^{-3} . Fermiho energie E_F elektronů je při takové hustotě

$$E_F = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e} \left(\frac{3n_e}{\pi}\right)^{2/3} \simeq 7.9 \text{ eV} \gg T_e , \quad (2)$$

a tedy elektronový plyn v kovech je degenerovaný. Poměr $\Theta = T/E_F$ nazýváme parametrem degenerace. Pro degenerovaný elektronový plyn ($\Theta \ll 1$) je E_F dobrým odhadem kinetické energie elektronu. U polovodičů je hustota volných elektronů a děr podstatně nižší.

Typickým příkladem plazmatu vzniklého tlakovou ionizací je vnitřek vyhořelé hvězdy. Vnitřek takové hvězdy je stlačen na tak vysokou hustotu, že Fermiho energie elektronů je \gg vazebná energie všech elektronů v atomu, a tudíž se systém sestává jen z atomových jader a volných elektronů (atomy jsou úplně ionizovány).

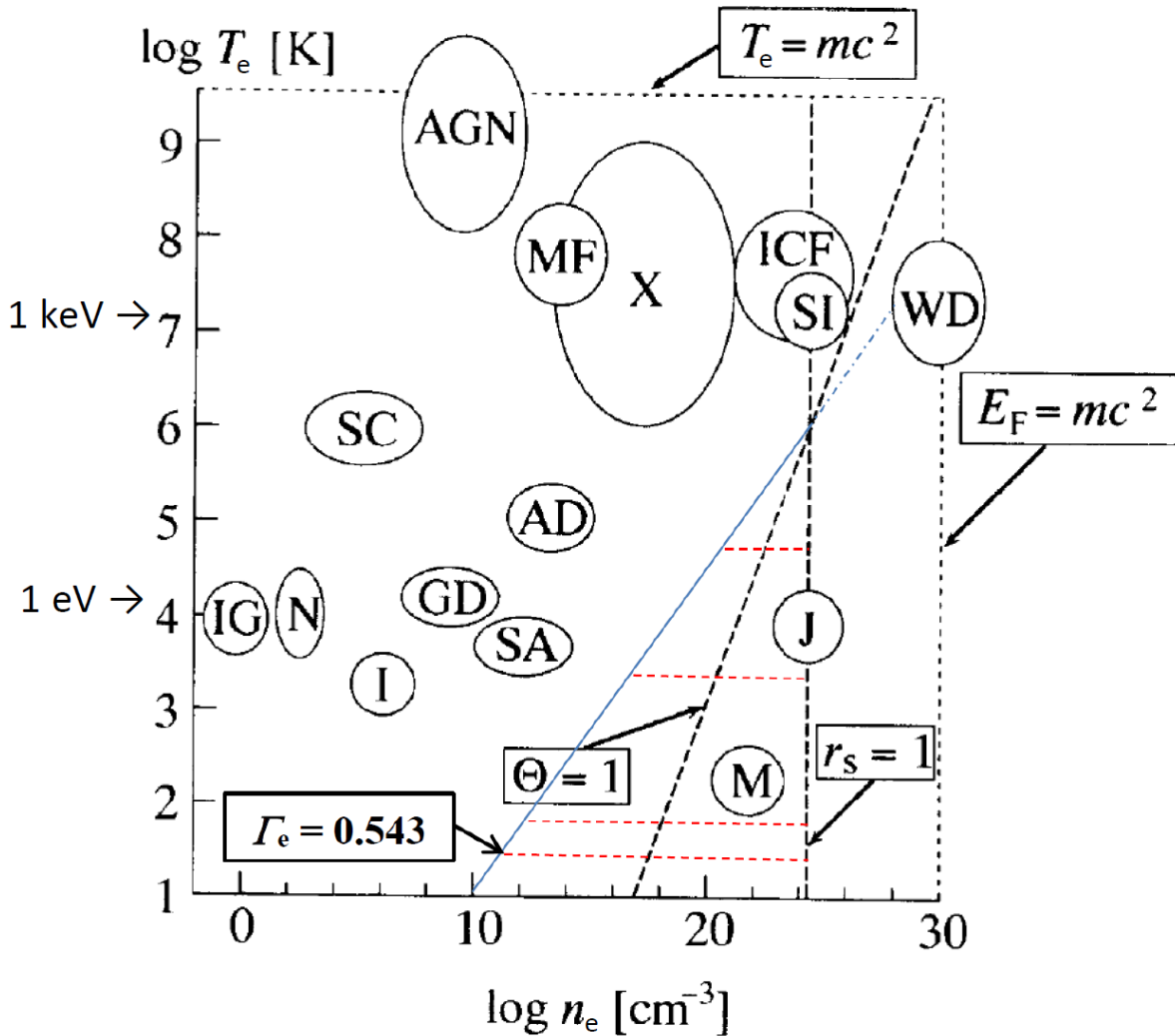
³V termodynamické rovnováze se musí teploty rovnat $T_e = T_i = T$.

⁴Uvažujeme zde raději jednoatomový plyn, protože ve víceatomovém plynu bychom vedle ionizace museli uvažovat i proces disociace, disociační energie je sice nižší, ale srovnatelná s ionizační energií, například pro molekulu N_2 je disociační potenciál 9.79 eV.

3 Přiblížení jednokomponentního plazmatu (OCP)

Vzhledem k velkému poměru hmotnosti iontu a elektronu mohou být vlastnosti elektronů a iontů podstatně odlišné, proto je někdy užitečné se soustředit na jeden druh náboje. Mluvíme o přiblížení jednokomponentního plazmatu (OCP), kdy je systém jednoho druhu náboje uložený v homogenním pozadí neutralizujícího náboje.

Soustředíme se nyní na parametry elektronové komponenty plazmatu a porovnáme je s některými fyzikálními charakteristikami. Při elektronové teplotě $T_e = 5.9 \times 10^9$ K je $k_B T_e = m_e c^2$. Při elektronové hustotě $n_e = 1.66 \times 10^{36} \text{ m}^{-3}$ je Fermiho energie elektronů rovna $m_e c^2$. Parametr r_s je poměr střední vzdálenosti volných elektronů R_e k Bohrovu poloměru a_B .



Obrázek 1: Typické parametry elektronové komponenty některých druhů plazmatu (upraveno z [2]). IG značí mezihvězdný plyn, N – plynná mlhovina, I – ionosféra, GD – doutnavý výboj, SA – sluneční atmosféra, AD – obloukový výboj, SC – sluneční koróna, AGN – aktivní galaktické jádro, MF – magnetická fúze, X – rentgenová hvězda, ICF – inerciální fúze, SI – vnitřek slunce, M – kov, J - jádro joviánské planety, WD – bílý trpaslík.

$$r_s = \frac{R_e}{a_B}, \quad R_e = \left(\frac{3}{4\pi n_e} \right)^{1/3}, \quad a_B = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} \quad (3)$$

Střední vzdálenost elektronů R_e se rovná Bohrovu poloměru a_B pro elektronovou hustotu $n_e = 1.6 \times 10^{30} \text{ m}^{-3}$.

Na obrázku 1 jsou představeny typické parametry elektronové komponenty některých typů plazmatu. Všimněte si, že v oblasti degenerovaného elektronového plynu pod čárkovanou černou čarou jsou jen 3 položky - elektronový plyn v kovech, jádro joviánské (velké) planety a bílý trpaslík. Parametry elektronového plynu ve středu slunce leží těsně nad čarou, a tedy není degenerován, u velkých hvězd je ale hustota vyšší a v jádrech je degenerovaný elektronový plyn.

4 Parametr vázanosti, slabě a silně vázané plazma

Parametr vázanosti Γ pro OCP je poměr coulombovské energie na střední vzdálenosti částic k jejich průměrné kinetické energii $\max(k_B T_e, E_F)$. Pro degenerované elektrony je parametr vázanosti Γ_e

$$\Gamma_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_e E_F} = \frac{2^{7/3}}{3^{4/3} \pi^{2/3}} \left(\frac{3}{4\pi n_e} \right)^{1/3} \frac{m_e e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} = 0.543 \frac{R_e}{a_B} = 0.543 r_s . \quad (4)$$

Parametr vázanosti degenerovaných elektronů tedy klesá s hustotou a pro elektronovou hustotu $n_e \geq 1.6 \times 10^{30} \text{ m}^{-3}$ není silně vázaný za žádné teploty. Fermiho energie je pro ionty definovaná, jen pokud jsou fermiony. Ale i tehdy je Fermiho energie velmi nízká, protože je nepřímo úměrná hmotnosti částice. Degeneraci iontů tedy není třeba uvažovat.

Pro nedegenerované částice s nábojem Ze (pro ionty je Z násobnost ionizace; pro elektrony $Z = -1$) je parametr vázanosti dán vztahem

$$\Gamma = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 R k_B T} = 0.0027 Z^2 \left(\frac{n}{10^{18} \text{ cm}^{-3}} \right)^{1/3} \left(\frac{10^6 \text{ K}}{T} \right), \quad (5)$$

kde R je střední vzdálenost mezi částicemi daného typu, n a T jsou jejich hustota a teplota. Parametr vázanosti nedegenerovaného plazmatu roste s hustotou a s teplotou klesá. Elektronový plyn je tedy silně vázaný v oblasti parametrů tvořící červeně šrafovaný trojúhelník na obrázku 1. Vodíkové ionty jsou silně vázané všude pod modrou čarou. Ta se posouvá doleva vzhůru pro vícenásobně ionizované ionty.

Většinou se zde budeme věnovat nedegenerovanému plazmatu. Zvláště pro mnohonásobně ionizované plazma je pravděpodobnější, že silně vázané budou ionty. Obvykle se proto jako míra vázanosti plazmatu užívá iontový parametr vázanosti Γ_i . Iontová sféra s poloměrem R_i , kde atomové jádro v jejím středu je obklopeno k němu příslušejícími vázanými a volnými elektrony, se často užívá se vhodnými okrajovými podmínkami pro výpočty atomové fyziky silně vázaného plazmatu.

My se ale většinou soustředíme na slabě vázané plazma. v něm je vzájemná potenciální energie částic malá ve srovnání s jejich kinetickou energií, a proto se jeho termodynamické vlastnosti blíží plynu a stavovou rovnicí lze často aproximovat stavovou rovnicí ideálního plynu.

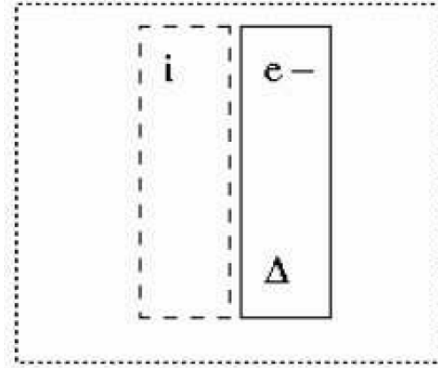
5 Vlastnosti plazmatu

5.1 Kvazineutralita

Systém je kvazineutralní, pokud v objemech srovnatelných s třetí mocninou jeho charakteristické rozměru L je jeho celkový náboj mnohem menší než celkové množství kladného náboje (a absolutní hodnota celkového záporného náboje).

Podíváme se nejprve na energetické omezení délky, na kterou se mohou elektrony a ionty oddělit. K oddělení nábojů opačného znaménka od sebe je zapotřebí určitá energie. Makroskopické oblaky nábojů se mohou oddělit jen na vzdálenost, kdy se jejich veškerá tepelná energie změní na potenciální.

Zvolíme si jednoduchý fyzikální model a budeme se ptát, jaká je maximální tloušťka Δ nekonečné rovinné vrstvy elektronů, která se může na úkor své tepelné energie posunout vůči nepohyblivým iontům o celou svou tloušťku? Vzniká tedy rovinný kondenzátor s plošnou hustotou



Obrázek 2: Posun vrstvy elektronů

totou náboje σ a uvnitř kondenzátoru je elektrické pole E

$$\sigma = -e n_e \Delta, \quad E = -\sigma/\varepsilon_0,$$

kde náboj elektronu je $-e$. Při maximálně možné tloušťce se potenciální energie U_{pot} elektronu rovná jeho tepelné energii $k_B T_e$ (předpokládáme nedegenerované elektrony)

$$U_{pot} = -F \Delta = e E \Delta = \frac{e^2 n_e \Delta^2}{\varepsilon_0} = k_B T_e,$$

kde F je síla působící na elektrony. Toto Δ se nazývá elektronová Debyova délka λ_{De}

$$\lambda_{De} = \Delta = \left(\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Elektronová Debyova délka roste s odmocninou elektronové teploty T_e a klesá s odmocninou elektronové hustoty (koncentrace) n_e .

Plazma je tedy kvazineutralní na vzdálenostech, které jsou podstatně větší než Debyova délka, podmínkou kvazineutrality je charakteristický rozměr $L \gg \lambda_{De}$.

5.2 Debyovo stínění

Každý náboj je v plazmatu stíněn, protože přitahuje opačné náboje a odpuzuje náboje stejného znaménka. Odvodíme stínění statického náboje v plazmatu.⁵

Budeme předpokládat, že teplota elektronů T_e nemusí být obecně rovna teplotě iontů T_i . To se v plazmatu stává často, protože (jak později ukážeme) přenos energie mezi elektrony a ionty je velmi pomalý. Na rozdíl od učebnice [3] připustíme, že plazma může být vícenásobně ionizovaná, označíme Z střední náboj iontů. Tedy náboj elektronu je $q_e = -e$ a náboj iontu je $q_i = Ze$.

Elektrostatické pole kolem náboje q_T umístěného v počátku je dáno Poissonovou rovnicí

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_e - Zn_i) - \frac{q_T}{\varepsilon_0} \delta(\vec{r}) . \quad (7)$$

Ve velké vzdálenosti je v homogenním plazmatu vliv bodového náboje zanedbatelný, a proto pro $r = \infty$ je $n_e = n_0 = Zn_i$. Bez újmy na obecnosti lze v nekonečnu položit $\varphi = 0$.

Budeme předpokládat, že plazma je nedegenerované ($T_e \gg E_F$) a můžeme tedy užít Boltzmannovu statistiku pro elektrony i ionty. V Boltzmannově statistice je pravděpodobnost obsazení stavu $\sim \exp(-U/kBT)$, kde U je energie daného stavu. Rovnovážné elektronové a iontové koncentrace v elektrostatickém poli jsou tedy následující

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{k_B T_e}\right) \quad n_i = \frac{n_0}{Z} \exp\left(-\frac{Ze\varphi}{k_B T_i}\right) . \quad (8)$$

Stejně vztahy bychom mohli odvodit také ze silové rovnováhy mezi elektrickou silou a gradienty parciálních tlaků.

Hustoty elektronů a iontů lze teď dosadit do Poissonovy rovnice a tuto řešit. Řešení si zjednodušíme linearizací, budeme předpokládat, že potenciální energie \ll kinetická. Pro $|x| \ll 1$ je $\exp(x) \simeq 1 + x$ a rovnici (7) přepíšeme ve sférických souřadnicích pro $r \neq 0$ do tvaru

$$\Delta\varphi = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) \simeq \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{T_e} + \frac{Z}{T_i} \right) \varphi = \frac{\varphi}{\lambda_D^2} . \quad (9)$$

Po substituci $\varphi = \tilde{\varphi}/r$ přejde rovnice do tvaru $d^2\tilde{\varphi}/dr^2 = \tilde{\varphi}/\lambda_D^2$. Potenciál statického náboje q_T v plazmatu je tedy

$$\varphi(r) = \frac{q_T}{4\pi\varepsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) . \quad (10)$$

Na Debyově délce λ_D je potenciál odstíněn na $1/e$ vakuové hodnoty. Stínění je součtem elektronového stínění s λ_{De} a iontového s λ_{Di} . Debyova délka λ_D je

$$\lambda_D^{-2} = \lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2} \quad \lambda_{De} = \sqrt{\frac{k_B T_e \varepsilon_0}{n_e e^2}} \quad \lambda_{Di} = \sqrt{\frac{k_B T_i \varepsilon_0}{Z^2 n_i e^2}} = \sqrt{\frac{k_B T_i \varepsilon_0}{Z n_e e^2}} . \quad (11)$$

Při $T_e > T_i/Z$ dominuje iontové stínění statického náboje. Statickým nábojem jsou například různé sondy umístěné do plazmatu.

Kolem každé nabitě částice v plazmatu se také vytváří stínění. Toto dynamické stínění ale obvykle nedosahuje úrovně statického stínění. Ionty jsou těžké a potenciálu se přizpůsobují pomalu, proto je obvykle iontové stínění jednotlivých částic plazmatu zanedbatelné. Pro zjednodušení budeme nádale uvažovat, že binární interakce mezi jednotlivými nabitými částicemi jsou odstíněny na vzdálenosti elektronové Debyeovy délky λ_{De} .

Při odvození stínění náboje jsme použili 2 předpoklady.

⁵Debye (a Hückel) odvodili stínění v teorii elektrolytů v roce 1923.

1. Při odvození jsme používali hustoty nabitých částic, což s rozumnou přesností lze, jen pokud se jedná o vzdálenosti (v tomto případě λ_D) velké ve srovnání se střední vzdálenosti mezi částicemi. Protože ionty se na dynamickém stínění téměř nepodílejí, obvykle je požadováno, aby počet elektronů N_D v elektronové Debyově sféře byl velký

$$N_D = \frac{4\pi}{3} \lambda_{De}^3 n_e = \frac{4\pi}{3} \frac{\varepsilon_0^{3/2} k_B^{3/2} T_e^{3/2}}{e^3 n_e^{1/2}}. \quad (12)$$

Veličině N_D se říká *plazmatický parametr*. Pro $N_D \gg 1$ je Debyovo stínění kolektivní děj.⁶ Později si ukážeme, že při splnění této nerovnosti je plazma ideální.

2. Při linearizaci Poissonovy rovnice jsme předpokládali, že potenciální energie nabitých částic $|e\varphi| \ll$ jejich tepelná energie $k_B T_e$. To jistě neplatí v bezprostřední blízkosti počátku, ale tam neplatí ani předchozí předpoklad. Stačí tedy předpokládat, že q_T je tak malé, že na střední vzdálenosti R_e mezi elektrony nerovnost platí.

5.3 Kolektivní chování

Pojmem kolektivní chování označujeme vzájemné působení částic pomocí *makroskopických* elektromagnetických polí na rozdíl od *mikroskopických* polí, kterými na sebe působí částice při binární srážce.

V důsledku stínění je binární působení v ideálním plazmatu účinné jen do vzdálenosti Debyovy délky, k působení nabitých částic na větší vzdálenosti dochází jen v důsledku makroskopických elektromagnetických polí vytvářených makroskopickými kolektivními náboji a proudy. Fluktuační s vlnovou délkou větší než Debyova délka mají převážně kolektivní charakter, zatímco krátkovlnné fluktuační jsou převážně dány pohybem jednotlivých částic s dominancí binární interakce (podrobně v knize [2]).

Sílu (významnost) určitého druhu působení lze charakterizovat rychlostí, s jakou dané působení mění stav systému. Rychlost změny systému v důsledku binárních srážek je dána srážkovou frekvencí ν_c . S rostoucí srážkovou frekvencí ν_c roste význam binárního působení.

V plazmatu existuje řada kolektivních pohybů, sílu kolektivního působení budeme charakterizovat tím nejrychlejším z nich. Tím je pohyb oblaku elektronů vůči iontům v důsledku jejich vzájemného přitahování. Pro jednoduchost budeme pokládat ionty za homogenní neutralizující pozadí. Dynamiku tohoto pohybu si odvodíme pomocí výše použitého jednoduchého modelu rovinných vrstev náboje (viz obr. 2). Rychlost uspořádaného pohybu elektronů je $v = d\Delta/dt$ a pohybová rovnice pro elektrony je

$$m_e \frac{dv}{dt} = -eE = -\frac{e^2 n_e \Delta}{\varepsilon_0} \quad \Longrightarrow \quad \frac{d^2 \Delta}{dt^2} = -\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e} \Delta. \quad (13)$$

Elektrony tedy kolem iontů oscilují. Tyto oscilace se nazývají *plazmové oscilace* a jejich frekvence

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}} \quad (14)$$

je nazývána *elektronovou plazmovou frekvencí*.

Elektronová plazmová frekvence ω_{pe} charakterizuje sílu kolektivního působení, při $\omega_{pe} > \nu_c$ převažuje kolektivní chování.

⁶Při $N_D < 1$ stínění existuje také, ale jde o stínění jednotlivými částicemi, a proto jsou jeho fluktuační velké.

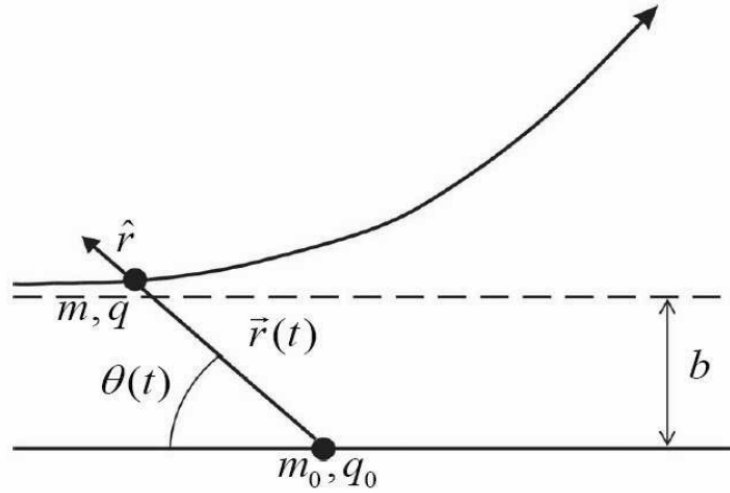
Elektronová plazmová frekvence ω_{pe} , elektronová Debyova délka λ_{De} a tepelná rychlost elektronů v_{Te} splňují jednoduchý vztah

$$v_{Te} = \sqrt{k_B T_e / m_e} = \omega_{pe} \lambda_{De} .$$

Abychom mohli zjistit, kdy kolektivní chování dominuje, odvodíme si nyní srážkovou frekvenci pružných srážek nabitých částic.

5.4 Srážková frekvence nabitých částic

Pro jednoduchost budeme předpokládat, že se nemění složka rychlosti v_0 nalétávající částice ve směru pohybu před srážkou (platí pro velké srážkové parametry b , kdy dochází jen k malé změně směru pohybu částice). Kolmou složku hybnosti částice po srážce získáme časovou integrací



Obrázek 3: Schéma srážky (\hat{r} jednotkový vektor ve směru \vec{r} , b srážkový parametr)

impulsu síly

$$mv_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp}(t) dt .$$

Kolmá složka síly je dána vztahem

$$F_{\perp} = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0 b^2} \sin^3 \theta ,$$

kde jsme využili vztahu $r = b / \sin \theta$. Závislost kolmé složky F_{\perp} síly na čase je dána časovou závislostí úhlu θ . Pohyb ve směru x pokládáme za rovnoměrný, a proto je čas t dán vztahem $t = x/v_0 = -r \cos \theta / v_0 = -b \cos \theta / (v_0 \sin \theta)$ a tedy

$$v_{\perp} = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0 m b^2} \int_{-\infty}^{\infty} \sin^3 \theta(t) dt = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0 m b v_0} \int_0^{\pi} \sin \theta dt = v_0 \frac{b_0}{b} ,$$

kde b_0 je Landauova délka $b_0 = q q_0 / (2\pi\epsilon_0 m v_0^2)$.

Srážkový parametr b_0 odpovídá rozptylu na 90° , tedy úplné ztrátě původního směru rychlosti. Účinný průřez pro rozptyly na úhly $\geq 90^\circ$ je $\sigma = \pi b_0^2$. Všimněte si, že účinný průřez coulombovských srážek rychle klesá s rychlostí jako v_0^{-4} .

Srážková frekvence (pro rozptyl na velké úhly) je pak

$$\nu_L = \pi n_0 v_0 b_0^2 = \frac{n_0 q q_0}{4\pi \varepsilon_0^2 m^2 v_0^3}, \quad (15)$$

kde n_0 je hustota rozptylujících částic s nábojem q_0 .

5.4.1 Vliv rozptylů na malé úhly

Síla působící na náboje v elektrostatickém poli je síla dalekého dosahu, a proto nad rozptylem na velké úhly často převažuje suma mnoha rozptylů na malé úhly. Bude nás zajímat srážková frekvence pro změnu hybnosti částice. Ke ztrátě původní orientace rychlosti pravděpodobně dojde mnoha malými změnami vektoru rychlosti dříve, než nastane jedna srážka s velkým úhlem rozptylu. Srážková frekvence pro změnu hybnosti je pak definována jako 1 lomeno průměrnou dobou, za kterou částice ztratí původní orientaci rychlosti.

Historii pohybu částice lze považovat za náhodnou procházku v prostoru rychlostí. Předpokládejme, že částice měla na počátku rychlost ve směru osy x . Dojde-li v určitém časovém intervalu k N srážkám, pak je změna např. y -ové složky rychlosti dána vztahem

$$\Delta v_y = \Delta v_{y1} + \Delta v_{y2} + \dots + \Delta v_{yN} \quad .$$

Přitom jsou střední hodnoty $\langle \Delta v_y \rangle = \langle \Delta v_{yi} \rangle = 0$. Poněvadž lze považovat jednotlivé srážky za nekorelované, je disperze rychlostí v_y dána vztahem

$$D_{v_y} = \langle (\Delta v_y)^2 \rangle = \left\langle \left(\sum_{i=1}^N \Delta v_{yi} \right)^2 \right\rangle = \sum_{i=1}^N \langle (\Delta v_{yi})^2 \rangle = N \langle (\Delta v_{y1})^2 \rangle \quad .$$

Pro jednu srážku se srážkovým parametrem b je

$$\langle v_{\perp}^2 \rangle = \langle (\Delta v_y)^2 \rangle + \langle (\Delta v_z)^2 \rangle = \frac{v_0^2 b_0^2}{b^2} \Rightarrow \langle (\Delta v_{y1})^2 \rangle = \frac{v_0^2 b_0^2}{2b^2} \quad .$$

Počet srážek se srážkovým parametrem b v intervalu db je $dN = n_0 v_0 2\pi b db$ a tedy celková disperze kolmé složky rychlosti je dána vztahem

$$\frac{d}{dt} \langle (\Delta v_y)_{tot}^2 \rangle = \pi n_0 v_0^3 b_0^2 \int \frac{db}{b} = \pi n_0 v_0^3 b_0^2 \ln \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad .$$

Divergující integrál jsme museli omezit. Spodní hranice je dána předpokladem rozptylů na malé úhly, a ten pro srážkové parametry menší než Landauova délka b_0 neplatí. Pro velké srážkové parametry neplatí předpoklad o coulombickém působení mezi částicemi, neboť se zde uplatní Debyovo stínění, proto volíme $b_{max} = \lambda_{De}$.

Označme pro srážku mezi elektrony s tepelnou rychlostí v_{Te}

$$\Lambda = \frac{\lambda_{De}}{b_0} = \frac{2\pi \varepsilon_0^2 \lambda_{De} m_e^2 v_{Te}^2}{e^2} = 2\pi n_e \lambda_{De}^3 = \frac{3}{2} N_D \quad . \quad (16)$$

Pokud je plazmatický parametr N_D velký, pak i Λ velké. Veličina $\ln \Lambda$ se nazývá Coulombův (coulombovský) logaritmus. Je to poměr srážkové frekvence pro výměnu hybnosti dané srážkami s malým úhlem rozptylu k srážkové frekvenci dané rozptylem na úhly větší než 90° .

Srážková frekvence pro srážky elektronů s rychlostí v_0 s elektrony je

$$\nu_{ee} = \frac{8\pi n_e e^4}{(4\pi \varepsilon_0)^2 m_e^2 v_0^3} (1 + \ln \Lambda) \simeq \frac{8\pi n_e e^4}{(4\pi \varepsilon_0)^2 m_e^2 v_0^3} \ln \Lambda \quad . \quad (17)$$

Srážková frekvence coulombických srážek je $\sim v_0^3$ a střední volná dráha je $\sim v_0^4$, proto relativně rychlé elektrony z konce rozdělení rychlostí mají málo srážek a mohou bez větší změny směru projít poměrně velkou vzdálenost.

Srážkovou frekvenci elektronů s tepelnou rychlostí $v_0 = v_{Te} = (k_B T_e / m_e)^{1/2}$ nazýváme efektivní srážkovou frekvencí

$$\nu_c = \frac{2\pi n_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e^{1/2} (k_B T_e)^{3/2}} (1 + \ln \Lambda) \simeq \frac{2\pi n_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e^{1/2} (k_B T_e)^{3/2}} \ln \Lambda \quad (18)$$

Poměr efektivní srážkové frekvence k plazmové frekvenci je

$$\frac{\nu_c}{\omega_{pe}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\ln \Lambda}{n_0 \lambda_{De}^3} = \frac{\ln(3N_D/2)}{3N_D/2} \quad (\ll 1 \text{ pro } N_D \gg 1) \quad (19)$$

Pro velké hodnoty N_D dominuje kolektivní chování charakterizované elektronovou plazmovou frekvencí ω_{pe} nad vlivem binárních interakcí charakterizovaných srážkovou frekvencí ν_c . Některé jevy lze pak popsat v přiblížení bezsrážkového plazmatu.

Kvazineutrální plazma, v němž dominuje kolektivní chování, nazýváme ideálním plazmatem.

5.4.2 Poměr potenciální a kinetické energie

Porovnejme nyní v nedegenerovaném plazmatu potenciální energii W_p elektronu v poli elektronu, vzdáleného o střední vzdálenost $R_e = [3/(4\pi n_e)]^{1/3}$ s jeho kinetickou energií W_k

$$W_p = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_e} = \frac{e^2 n_e^{1/3}}{3^{1/3} (4\pi)^{2/3} \epsilon_0} \quad W_p = \frac{3}{2} k_B T_e \quad ,$$

a tedy

$$\frac{W_p}{W_k} = \frac{2}{9} \left(\frac{3}{4\pi} \frac{e^3 n_e^{1/2}}{\epsilon_0^{3/2} k_B^{3/2} T_e^{3/2}} \right)^{2/3} = \frac{2}{9 N_D^{2/3}} \quad (20)$$

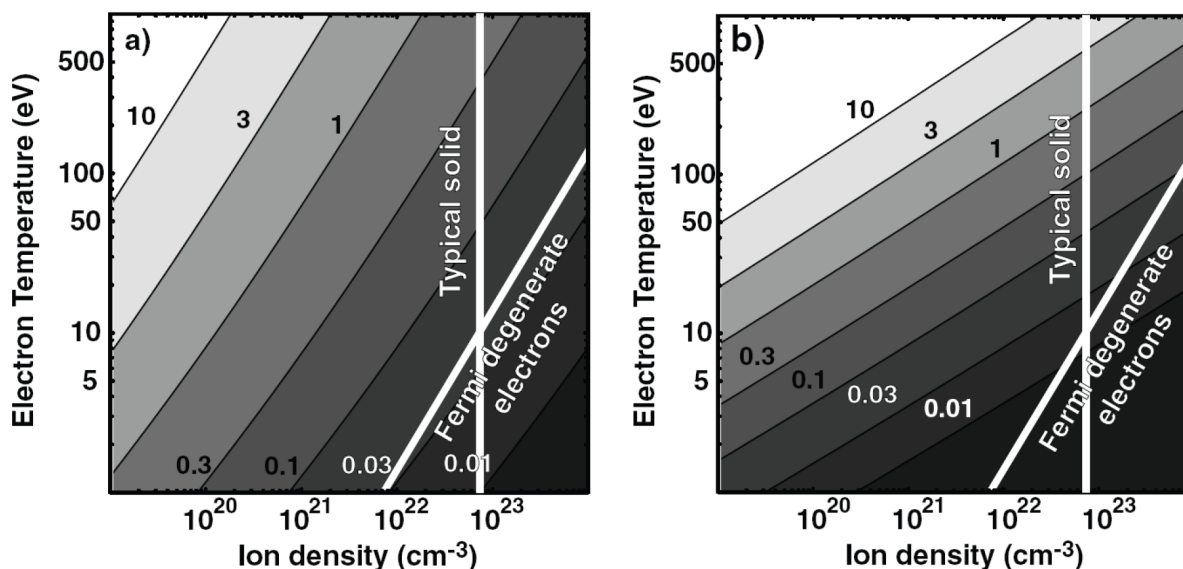
V ideálním plazmatu je $N_D \gg 1$ a kinetická energie částic je tedy \gg jejich vazebná (vzájemná potenciální) energie. Ideální plazma je tedy slabě vázané. Tím se ideální plazma přibližuje plynu, často mluvíme o ionizovaném plynu. Stavová rovnice ideálního plynu je pak dobrou aproximací stavové rovnice elektronů v ideálním plazmatu. Stavovou rovnici ideálního plynu obvykle užíváme i pro ionty, pokud jsou slabě vázané ($\Gamma_i \ll 1$).

6 Ukázka počtu částic v Debyeově sféře

Tato ukázka je převzata z knihy [5]. Předpokládáme, že $T_e = T_i = T$. Pak je Debyovo délka

$$\lambda_D = \left(\sqrt{\lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2}} \right)^{-1} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{n_i (Z+1) e^2}} \quad .$$

Hustota všech částic je $n = n_i (Z+1)$. Pak je počet částic v Debyeově sféře v závislosti na iontové hustotě n_i a teplotě T vynesen na obr.4.



Obrázek 4: (a) Plazma z materiálů s vysokým atomovým číslem, kde se předpokládá střední ionizace $Z = 0.63 \sqrt{T_e}$, kde T_e je v eV. (b) Plazma z materiálů s nízkým atomovým číslem, kde se předpokládá střední ionizace $Z = 4$ (převzato z [5]).

7 Příklady různých typů plazmatu

Plazma v přírodě

- **Ideální** - výboje; ionosféra; sluneční vítr; vnější vrstvy hvězd; mezihvězdný plyn
- **Ideální i neideální** - vnitřky hvězd (*střed slunce je téměř ideální plazma* $\rho = 150 \text{ g/cm}^3$, $T = 1.35 \text{ keV}$, $\Gamma_i = \Gamma_e = 0.14$)
- **Neideální** - elektronový plyn v kovech (degenerované plazma), elektrolyty, jádra velkých planet

Plazma v laboratoři

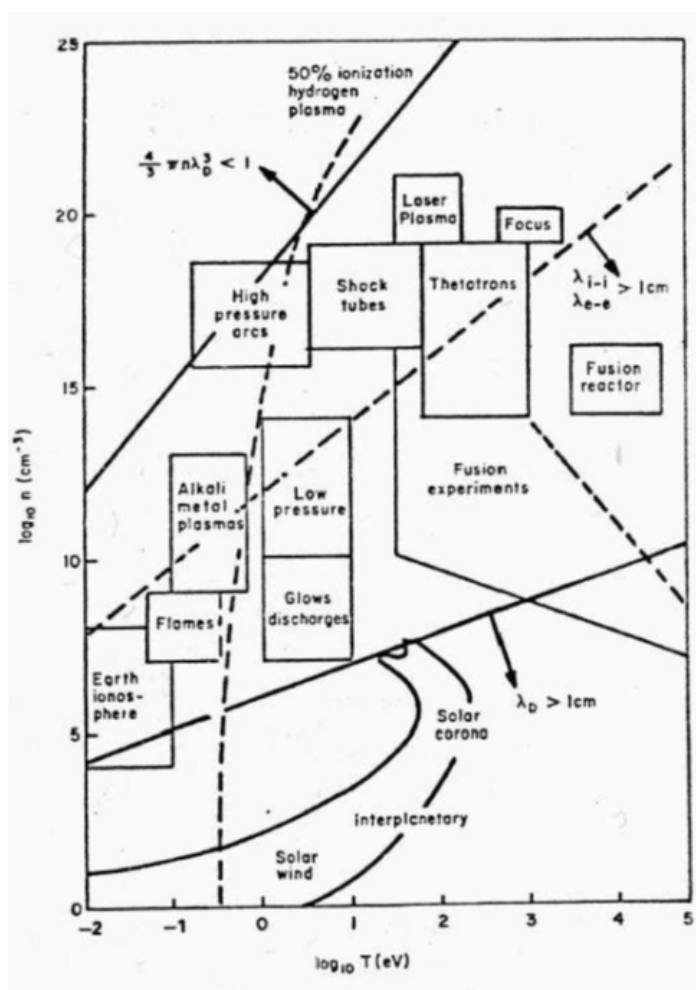
- **Ideální** - výboje různých typů (elektronky, výboje pro čerpání plynových laserů, pinče, kapilární výboj); MHD generátory; iontové motory, laserové plazma z plyných terčů
- **Ideální i neideální** - laserové plazma z pevných (či kapalných) terčů
- **Neideální** - superchladné plazma (nelineární fotoionizací laserem ochlazených par bylo generováno plazma o teplotě cca 1 K s hustotou elektronů $10^6 - 10^9 \text{ cm}^{-3}$)

V následující tabulce jsou typické parametry různých typů plazmatu

Typ plazmatu	n_e (m ⁻³)	T (eV)	ω_{pe} (s ⁻¹)	λ_{De} (m)	$n_e \lambda_{De}^3$	ν_{ei} (s ⁻¹)
Mezihvězdný plyn	10 ⁶	1	6 × 10 ⁴	7	4 × 10 ⁸	7 × 10 ⁻⁵
Plynná mlhovina	10 ⁹	1	2 × 10 ⁶	0.2	10 ⁷	6 × 10 ⁻²
Sluneční koróna	10 ¹⁵	100	2 × 10 ⁹	2 × 10 ⁻³	8 × 10 ⁶	60
Sluneční atmosféra, plynový výboj	10 ²⁰	1	6 × 10 ¹¹	7 × 10 ⁻⁷	40	2 × 10 ⁹
Teplé plazma	10 ²⁰	10	6 × 10 ¹¹	2 × 10 ⁻⁶	10 ³	10 ⁷
Horké plazma	10 ²⁰	100	6 × 10 ¹¹	7 × 10 ⁻⁶	4 × 10 ⁴	4 × 10 ⁶
Termojaderné plazma	10 ²¹	10 ⁴	2 × 10 ¹²	2 × 10 ⁻⁵	10 ⁷	5 × 10 ⁴
Theta pinč	10 ²²	100	6 × 10 ¹²	7 × 10 ⁻⁷	4 × 10 ³	3 × 10 ⁸
Husté magnetiz. plazma	10 ²⁴	100	6 × 10 ¹³	7 × 10 ⁻⁸	4 × 10 ²	2 × 10 ¹⁰
Laserové plazma	10 ²⁷	1000	2 × 10 ¹⁵	7 × 10 ⁻⁹	4 × 10 ²	10 ¹²

Ač se u uvedených typů plazmatu liší typické hustoty až o 21 řádů a typické teploty až o 4 řády, všechny splňují podmínky $n_e \lambda_{De} \gg 1$ a $\omega_{pe} \gg \nu_{ei}$.

Typické parametry některých typů plazmatu jsou vyneseny na obr. 5.



Obrázek 5: Parametry různých typů plazmatu

Reference

- [1] P. Kulhánek. *Úvod do teorie plazmatu*. <https://www.aldebaran.cz/studium/fpla.pdf>, AGA, Praha 2017.
- [2] S. Ichimaru. *Statistical Plasma Physics, Volume I: Basic Principles*. Addison-Wesley, Redwood City 1992.
- [3] F. F. Chen. *Úvod do fyziky plazmatu*. Akademia, Praha 1984.
- [4] R. C. Davidson. *Physics of Nonneutral Plasmas*. Imperial College Press, 2nd edition, London 2001.
- [5] R. P. Drake. *High-Energy-Density Physics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg 2006.