

## **Plazma jako směs tekutin**

(doručená literatura – D.R. Nicholson, *Introduction to plasma theory*, §7.1, 7.2)

### **Rovnice přenosu (hydrodynamické dvoukapalinové rovnice)**

částice typu „s“ ( $s = e^-, i^+$ ), bezsrážkové plazma

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}} + \frac{q_s}{m_s} \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0 \quad \text{Vlasovova rovnice}$$

$$n_s = \int f_s d\vec{v}$$

$$\vec{v}_s = \frac{1}{n_s} \int f_s \vec{v} d\vec{v} \quad \text{hustota } n_s \text{ a střední rychlost } \vec{v}_s$$

0-tý moment                      integrál  $\int d\vec{v}$                       Vlasovovy rovnice

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \vec{v}_s) = 0 \quad \text{rovnice kontinuity (zákon zachování počtu částic)}$$

1-ní moment                      integrál  $m_s \int \vec{v} d\vec{v}$                       Vlasovovy rovnice

$$\vec{V} = \vec{v} - \vec{v}_s \qquad \rho_s = m_s n_s$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (m_s n_s v_{si}) + \frac{\partial}{\partial r_j} (m_s n_s v_{si} v_{sj}) + \frac{\partial}{\partial r_j} \underbrace{(m_s n_s \langle \mathbf{V}_i \mathbf{V}_j \rangle)}_{P_{ij}^s} = n_s F_{si}$$

**zákon zachování hybnosti**                      tenzor tlaku                       $q_s (\vec{E} + \vec{v}_s \times \vec{B})$

Tlak je tenzor  $P_{ij}^s = p^s \delta_{ij} + \Pi_{ij}^s$ , kde  $\Pi_{ij}$  je viskózní tlak –  $\text{tr}(\Pi_{ij}) = 0$

$$\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + (\vec{v}_s \nabla) \vec{v}_s = -\frac{1}{\rho_s} \text{div} \vec{P}^s + \frac{\vec{F}_s}{m_s} \quad \text{pohybová rovnice (Navier-Stokesova)}$$

## zahrnutí srážek do pohybové rovnice

Srážky částic stejného druhu neovlivní  $\vec{v}_s$

pro  $t \neq s$   $-v_{st} (\vec{v}_s - \vec{v}_t) \dots$  brzdění třením o částice  $t$

$$\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + (\vec{v}_s \nabla) \vec{v}_s = -\frac{1}{\rho_s} \operatorname{div} \vec{P}^s + \frac{\vec{F}_s}{m_s} - \sum_t v_{st} (\vec{v}_s - \vec{v}_t)$$

ze zákona zachování hybnosti plyne

$$m_s v_{st} (\vec{v}_s - \vec{v}_t) + m_t v_{ts} (\vec{v}_t - \vec{v}_s) = 0$$

$$\Rightarrow v_{ts} = \frac{m_s}{m_t} v_{st} = \frac{m_s}{m_s + m_t} v_{st}^*$$

## Zákon zachování energie

často používáme zjednodušené předpoklady

- adiabatický děj  $p = Cn^\gamma$
- izotermický děj  $\gamma = 1$

abychom nemuseli řešit rovnici pro teplotu (vedení tepla)

Odvození zákona zachování energie z Vlasovovy rovnice jako 2. momentu

$$\int \frac{1}{2} m_s v^2 d\vec{v} \quad \frac{1}{2} m_s \int V^2 f_s d\vec{V} = \frac{3}{2} n_s k_B T_s \quad (\vec{V} = \vec{v} - \vec{v}_s)$$

Tepelný tok  $\vec{q}_s = \frac{1}{2} m_s \int \vec{V} V^2 f_s d\vec{V}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} n_s k_B T_s \right) + \text{div} \left\{ \vec{q}_s + \vec{v}_s \frac{3}{2} n_s k_B T_s \right\} + P_{ik}^s \frac{\partial v_{si}}{\partial r_k} = 0$$

$$\frac{3}{2} n_s k_B \frac{\partial T_s}{\partial t} + \frac{3}{2} n_s k_B (\vec{v}_s \nabla) T_s + \text{div} \vec{q}_s + \underbrace{P_{ik}^s \frac{\partial v_{si}}{\partial r_k}} = 0$$

práce tlaku

pokud  $P_{ik}^s = \delta_{ik} p^s \Rightarrow p^s \text{div} \vec{v}_s$  práce skalárního tlaku

## Jednokapalinové přiblížení

používá hmotovou hustotu  $\rho$ , střední hmotovou rychlost  $\mathbf{v}$ , teploty mohou být různé  $T_e, T_i$

v magnetickém poli – magnetohydrodynamika (*později*)

při popisu laserového plazmatu lze využít kvazineutrality a dostaneme jednokapalinovou dvouteplotní hydrodynamiku

## Driftové pohyby tekutiny (*doporučená literatura Chen 3.4 – 3.6*)

$\vec{v} \perp B$  pro libovolné částice  $m, q$

$$mn \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right] = qn (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \nabla p$$

$\nabla p$  jsme v 1 částicovém popisu neměli

pomalé pohyby  $\Rightarrow \omega \ll \omega_c$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \text{ zanedbáme, protože } \left| \frac{mn \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}}{qn \vec{v} \times \vec{B}} \right| \approx \left| \frac{mn \omega v_{\perp}}{qn v_{\perp} B} \right| = \frac{\omega}{\omega_c} \ll 1$$

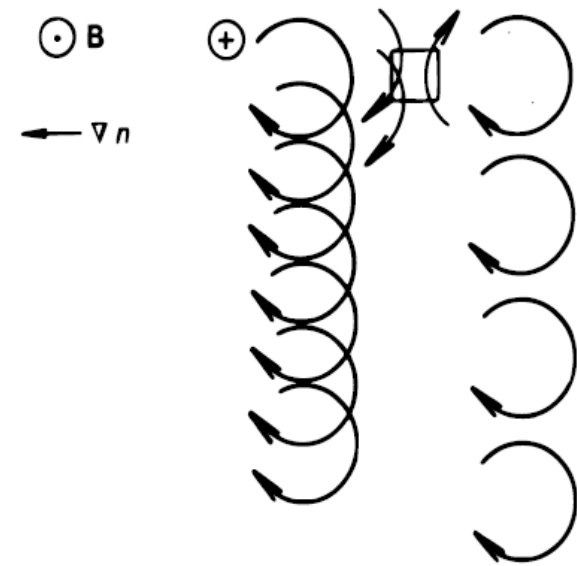
předp.  $(\vec{v} \nabla) \vec{v} = 0$  - člen obsahuje kvadrát rychlosti – pro malé rychlosti je malý

$$0 = qn(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \nabla p \quad | \times \vec{B}$$

$$(\vec{v} \times \vec{B}) \times \vec{B} = \vec{B}(\vec{v} \cdot \vec{B}) - \vec{v}B^2 = -\vec{v}_\perp B^2$$

$$\Rightarrow \vec{v}_E = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad \vec{E} \times \vec{B} \text{ drift}$$

$$\vec{v}_D = -\frac{\nabla p \times \vec{B}}{qnB^2} \quad \dots \text{diamagnetický drift}$$



$\vec{v}_D \perp \nabla p$  - pak často  $(\vec{v} \nabla) \vec{v}$  může být přesně = 0

$$\vec{j}_D = n_e e (\vec{v}_{Di} - \vec{v}_{De}) = \frac{B \times \nabla (p_i + p_e)}{B^2} \quad \text{diamagnetický proud}$$

$$n_i = \frac{n_e}{Z} \quad q_i = Ze \quad q_e = -e \quad p_e \approx n_e k_B T_e \quad p_i \approx n_i k_B T_i = \frac{n_e}{Z} k_B T_i$$

drift zakřivení stejný jako v přiblížení gyračního středu, ale grad  $B$  drift není !!!  
 nehomogenní  $E$  – drift jiný než v přiblížení gyračního středu

vznik diamagnetického driftu

$$\vec{v} \parallel \vec{B}$$

$$\vec{B} = (0, 0, B_z) \rightarrow v_{\parallel} = v_z$$

$$v_z \frac{\partial}{\partial z} v_z - \text{často zanedbáváme}$$

(pomalé pohyby a malý gradient)

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{q}{m} E_z - \frac{\gamma k_B T}{mn} \frac{\partial n}{\partial z}$$

Když pravá strana byla pro  $e^-$  veliká  $\rightarrow \frac{\partial v_z}{\partial t}$  veliké.

$$\frac{\partial n_e}{\partial z} \neq \frac{\partial(Zn_i)}{\partial z} \rightarrow \text{porušení kvazineutrality } n_e \approx Zn_i$$

$$\Rightarrow -eE_z = \frac{\gamma_e k_B T_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} \equiv e \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$



pomalé pohyby  $\gamma_e = 1$

$$\Rightarrow e\Phi = k_B T_e \ln n_e + C \Rightarrow n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_e}\right)$$

V plazmatu – princip kvazineutality

$$n_e = Z n_i \quad \wedge \quad \vec{E} \neq 0$$

$$\vec{E} = -\frac{k_B T_e}{en_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} \quad \vec{E} \text{ spočteme z } \nabla n_e, \text{ a nikoli z Poissonovy rovnice -}$$

toto se nazývá **plazmatické přiblížení**