Plazma jako směs tekutin

(doručená literatura – D.R. Nicholson, Introduction to plasma theory, §7.1, 7.2)

Rovnice přenosu (hydrodynamické dvoukapalinové rovnice)

částice typu „s“ (s = e^-,i^+), bezesrážkové plazma

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v}\frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}} + \frac{q_s}{m_s}\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)\frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0$$

Vlasovova rovnice

$$n_s = \int f_s \mathrm{d}\vec{v}$$

$$\vec{v}_s = \frac{1}{n_s}\int f_s \vec{v}\,\mathrm{d}\vec{v}$$

hustota n_s a střední rychlost $\vec{v}_s$

0-tý moment integrál $\int \mathrm{d}\vec{v}$ Vlasovovy rovnice

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla\left(n_s\vec{v}_s\right) = 0$$

rovnice kontinuity (zákon zachování počtu částic)

1-ní moment integrál $m_s \int \vec{\mathrm{v}}\, d\vec{\mathrm{v}}$ Vlasovovy rovnice

$$\vec{\mathrm{V}} = \vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_s \qquad \rho_s = m_s n_s$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(m_s n_s \mathrm{v}_{si}\right) + \frac{\partial}{\partial r_j}\left(m_s n_s \mathrm{v}_{si} \mathrm{v}_{sj}\right) + \frac{\partial}{\partial r_j}\underbrace{\left(m_s n_s \left\langle \mathrm{V}_i \mathrm{V}_j \right\rangle\right)}_{P_{ij}^s} = n_s F_{si}$$

$$q_s\left(\vec{E} + \vec{\mathrm{v}}_\mathrm{s} \times \vec{B}\right)$$

zákon zachování hybnosti tenzor tlaku

Tlak je tenzor $P_{ij}^s = p^s \delta_{ij} + \Pi_{ij}^s$, kde Π_{ij} je viskózní tlak – $\mathrm{tr}(\Pi_{ij}) = 0$

$$\frac{\partial \vec{\mathrm{v}}_\mathrm{s}}{\partial t} + \left(\vec{\mathrm{v}}_\mathrm{s} \nabla\right)\vec{\mathrm{v}}_\mathrm{s} = -\frac{1}{\rho_s}\,\mathrm{div}\,\overleftrightarrow{P}^s + \frac{\vec{F}_s}{m_s}$$

pohybová rovnice (Navier-Stokesova)

zahrnutí srážek do pohybové rovnice

Srážky částic stejného druhu neovlivní $\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{s}}$

pro $t \neq s \quad -\nu_{st}\left(\vec{\mathrm{v}}_s - \vec{\mathrm{v}}_t\right)$… brzdění třením o částice t

$$\frac{\partial \vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{s}}}{\partial t} + \left(\vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{s}} \nabla\right) \vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{s}} = -\frac{1}{\rho_s} \operatorname{div} \overleftrightarrow{P}^s + \frac{\vec{F}_s}{m_s} - \sum_t \nu_{st}\left(\vec{\mathrm{v}}_s - \vec{\mathrm{v}}_t\right)$$

ze zákona zachování hybnosti plyne

$$m_s \nu_{st}\left(\vec{\mathrm{v}}_s - \vec{\mathrm{v}}_t\right) + m_t \nu_{ts}\left(\vec{\mathrm{v}}_t - \vec{\mathrm{v}}_s\right) = 0$$

$$\Rightarrow \nu_{ts} = \frac{m_s}{m_t} \nu_{st} = \frac{m_s}{m_s + m_t} \nu_{st}^{*}$$

Zákon zachování energie

často používáme zjednodušené předpoklady

- adiabatický děj $p = Cn^{\gamma}$
- izotermický děj $\gamma = 1$

abychom nemuseli řešit rovnici pro teplotu (vedení tepla)

Odvození zákona zachování energie z Vlasovovy rovnice jako 2. momentu

$$\int \frac{1}{2} m_s \mathrm{v}^2 d\vec{\mathrm{v}} \qquad \frac{1}{2} m_s \int \mathrm{V}^2 f_s d\vec{\mathrm{V}} = \frac{3}{2} n_s k_B T_s \qquad (\vec{\mathrm{V}} = \vec{\mathrm{v}} - \vec{\mathrm{v}}_s)$$

Tepelný tok $\vec{q}_s = \frac{1}{2} m_s \int \vec{\mathrm{V}} \mathrm{V}^2 f_s d\vec{\mathrm{V}}$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2}n_s k_B T_s\right)+\operatorname{div}\left\{\vec{q}_s+\vec{\mathrm{v}}_s\,\frac{3}{2}n_s k_B T_s\right\}+P_{ik}^s\,\frac{\partial \mathrm{v}_{si}}{\partial r_k}=0$$

$$\frac{3}{2}n_s k_B\,\frac{\partial T_s}{\partial t}+\frac{3}{2}n_s k_B\left(\vec{\mathrm{v}}_s\nabla\right)T_s+\operatorname{div}\vec{q}_s+\underbrace{P_{ik}^s\,\frac{\partial \mathrm{v}_{si}}{\partial r_k}}_{\text{práce tlaku}}=0$$

pokud $P_{ik}^s=\delta_{ik}\,p^s \Rightarrow p^s\,\operatorname{div}\vec{\mathrm{v}}_s$ práce skalárního tlaku

Jednokapalinové přiblížení

používá hmotovou hustotu ρ, střední hmotovou rychlost **v**, teploty mohou být různé T_e, T_i

v magnetickém poli – magnetohydrodynamika *(později)*

při popisu laserového plazmatu lze využít kvazineutrality a dostaneme jednokapalinovou dvouteplotní hydrodynamiku

Driftové pohyby tekutiny *(doporučená literatura Chen 3.4 – 3.6)*

$\vec{\mathrm{v}} \perp B$ pro libovolné částice m,q

$$mn\left[\frac{\partial \vec{\mathrm{v}}}{\partial t} + \left(\vec{\mathrm{v}}\nabla\right)\vec{\mathrm{v}}\right] = qn\left(\vec{E} + \vec{\mathrm{v}} \times \vec{B}\right) - \nabla p$$

∇p jsme v 1 částicovém popisu neměli

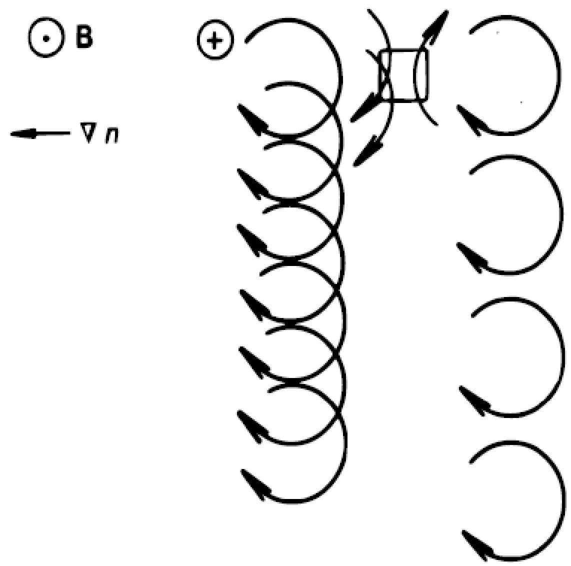
pomalé pohyby => $\omega << \omega_c$

$\dfrac{\partial \vec{\mathrm{v}}}{\partial t}$ zanedbáme, protože $\left|\dfrac{mn\dfrac{\partial \vec{\mathrm{v}}}{\partial t}}{qn\,\vec{\mathrm{v}} \times \vec{B}}\right| \approx \left|\dfrac{mn\omega \mathrm{v}_\perp}{qn\mathrm{v}_\perp B}\right| = \dfrac{\omega}{\omega_c} << 1$

předp. $\left(\vec{\mathrm{v}}\nabla\right)\vec{\mathrm{v}} = 0$ - člen obsahuje kvadrát rychlosti – pro malé rychlosti je malý

$$0 = qn\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) - \nabla p \qquad \Big| \times \vec{B}$$

$$\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \times \vec{B} = \vec{B}\left(\vec{v} \cdot \vec{B}\right) - \vec{v}B^2 = -\vec{v}_\perp B^2$$



=> $\vec{v}_E = \dfrac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}$ $\qquad \vec{E} \times \vec{B}$ drift

$\vec{v}_D = -\dfrac{\nabla p \times \vec{B}}{qnB^2}$ …diamagnetický drift

$\vec{v}_D \perp \nabla p$ - pak často $\left(\vec{v}\nabla\right)\vec{v}$ může být přesně = 0

vznik diamagnetického driftu

$$\vec{j}_D = n_e e\left(\vec{v}_{Di} - \vec{v}_{De}\right) = \frac{B \times \nabla\left(p_i + p_e\right)}{B^2}$$ diamagnetický proud

$n_i = \dfrac{n_e}{Z}$ $\qquad q_i = Ze$ $\qquad q_e = -e$ $\qquad p_e \approx n_e k_B T_e$ $\qquad p_i \approx n_i k_B T_i = \dfrac{n_e}{Z} k_B T_i$

drift zakřivení a grad B drift nejsou !!!

nehomogenní E – drift jiný než v přiblížení gyračního středu

$\vec{\mathrm{v}} \,||\, \vec{B}$

$\vec{B} = \left(0, 0, B_z\right) \rightarrow \mathrm{v}_{||} = \mathrm{v}_z$

$\mathrm{v}_z \dfrac{\partial}{\partial z} \mathrm{v}_z$ – často zanedbáváme (pomalé pohyby a malý gradient)

$$\frac{\partial \mathrm{v}_z}{\partial t} = \frac{q}{m} E_z - \frac{\gamma k_B T}{mn} \frac{\partial n}{\partial z}$$

Když pravá strana byla pro e[-] veliká $\rightarrow \dfrac{\partial \mathrm{v}_z}{\partial t}$ veliké.

$\dfrac{\partial n_e}{\partial z} \neq \dfrac{\partial (Z n_i)}{\partial z}$ $\rightarrow$ porušení kvazineutrality $n_e \simeq Z n_i$

=> $$-eE_z = \frac{\gamma_e k_B T_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} \equiv e \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

pomalé pohyby $\gamma_e = 1$

=> $e\Phi = k_B T_e \ln n_e + C$ => $n_e = n_0 \exp\left(e\Phi / k_B T_e \right)$

V plazmatu – princip kvazineutrality

$n_e = Zn_i$ $\wedge$ $\vec{E} \neq 0$

$\vec{E} = -\frac{k_B T_e}{e n_e} \frac{\partial n_e}{\partial z}$ $\vec{E}$ spočteme z ∇n_e, a nikoli z Poissonovy rovnice -

toto se nazývá **plazmatické přiblížení**